



Ciencia Latina
Internacional

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), septiembre-octubre 2024,
Volumen 8, Número 5.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5

DISEÑO Y VALIDACIÓN DE PRUEBAS DE CONOCIMIENTOS PREVIOS Y APRENDIZAJE DE CÁLCULO DIFERENCIAL

**DESIGN AND VALIDATION OF TESTS OF PRIOR
KNOWLEDGE AND LEARNING OF DIFFERENTIAL
CALCULUS**

Luis Hernán Arellano Ulloa

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Jesús Francisco Duarte Martínez

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Miriam Ramírez Rojas

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Luis Alonso Pacheco Ortega

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Pedro Zambrano Bojórquez

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Carlos Alejandro Salas Sánchez

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Abraham Ruiz Tarango

Instituto Tecnológico de Chihuahua

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14753

Diseño y validación de pruebas de conocimientos previos y aprendizaje de Cálculo Diferencial

Luis Hernán Arellano Ulloa¹luis.au@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Jesús Francisco Duarte Martínezjesus.dm@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Miriam Ramírez Rojasmiriam.rr@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Luis Alonso Pacheco Ortegaluis.po@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Pedro Zambrano Bojórquezpedro.zb@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Carlos Alejandro Salas SánchezL19061323@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Abraham Ruiz Tarangol19061313@chihuahua.tecnm.mx

Instituto Tecnológico de Chihuahua

RESUMEN

Se diseñaron dos instrumentos de medición: conocimientos previos de cálculo diferencial y aprendizaje de derivadas en cálculo diferencial. Ambos instrumentos cuentan con validez de expertos y de contenido, son pruebas de rendimiento máximo con reactivos de opción múltiple que miden conocimientos declarativos y procedimentales. Los prerrequisitos de cálculo incluyen temas de álgebra, trigonometría, aritmética, geometría y algunos conceptos relacionados a las matemáticas; el instrumento de aprendizaje de cálculo diferencial incluye temas de la definición de la derivada, diferenciales, derivación con regla de la cadena, de orden superior e implícita. Participan 893 estudiantes en 2 semestres. El instrumento de conocimientos previos tiene confiabilidad con un alfa de Cronbach de 0.761 y el de aprendizaje de derivadas un valor de 0.722. Los temas de conocimientos previos con mayor recurrencia de error son: operaciones de aritmética con signos, paréntesis y fracciones, así como también productos notables de álgebra. Los temas de aprendizaje de cálculo diferencial con recurrencia de error son: el cálculo de derivadas de funciones compuestas, derivadas de orden superior y cálculo de diferenciales, así como conceptos de diferencial y derivada como límite y como razón de cambio. Los instrumentos se utilizarán para validar un modelo que identifique a estudiantes en riesgo de reprobación en la materia de Cálculo diferencial.

Palabras clave: aprendizaje de las matemáticas, conocimientos previos, validez, confiabilidad, prueba

¹ Autor Principal

Correspondencia: luis.au@chihuahua.tecnm.mx

Design and validation of tests of prior knowledge and learning of Differential Calculus

ABSTRACT

Two measurement instruments were designed: prior knowledge of differential calculus and learning of derivatives in differential calculus. Both instruments have expert and content validity, they are maximum performance tests with multiple choice items that measure declarative and procedural knowledge. Calculus prerequisites include topics in algebra, trigonometry, arithmetic, geometry, and some concepts related to mathematics; The differential calculus learning instrument includes topics on the definition of the derivative, differentials, chain rule differentiation, higher order and implicit. 893 students participate in 2 semesters. The prior knowledge instrument has reliability with a Cronbach's alpha of 0.761 and the derivative learning instrument has a value of 0.722. The prior knowledge topics with the highest recurrence of errors are: arithmetic operations with signs, parentheses and fractions, as well as notable algebra products. The learning topics of differential calculus with error recurrence are: the calculus of derivatives of composite functions, higher order derivatives and calculus of differentials, as well as concepts of differential and derivative as a limit and as a rate of change. The instruments will be used to validate a model that identifies students at risk of failure in the subject of Differential Calculus.

Keywords: mathematics learning, prior knowledge, validity, reliability, test

Artículo recibido 09 septiembre 2024

Aceptado para publicación: 12 octubre 2024



INTRODUCCIÓN

La evaluación está orientada hacia el futuro, centrándose en la capacidad de las personas a utilizar sus conocimientos y habilidades para hacer frente a los retos de la vida real, y no sólo en la medida en que han dominado los contenidos del plan de estudios de la escuela. Esta orientación refleja un cambio en las metas y los objetivos de los planes de estudios propios, en los que cada vez más se trata de responder a la preocupación de lo que los estudiantes puedan hacer con lo que aprenden en la escuela, y no sólo si pueden reproducir lo que han aprendido (OCDE, 2004).

Ibarra-Sáiz y Rodríguez-Gómez, (2020) reflexionan sobre la evolución de la evaluación del aprendizaje, hacia la evaluación para el aprendizaje que funciona para la retroalimentación, la participación de los estudiantes al colaborar en este proceso no solo como evaluados, sino como evaluadores y que pueden así los estudiantes autorregular y construir su aprendizaje. Los autores rescatan la importancia de la alfabetización y formación específica para la evaluación tanto de docentes como de estudiantes.

Para lograr el aprendizaje de contenidos en matemáticas, se han utilizado diversas estrategias didácticas como el aprendizaje basado en juegos utilizando rompecabezas (Bedoya, 2023), que fomenta el aprendizaje colaborativo e incrementar su motivación. Pero es cuestionable este estudio, el mismo instrumento sea aplicado como pre test y pos test, debido al efecto en la medición, además de que la naturaleza del mismo instrumento, básicamente da las respuestas al ir armando el rompecabezas que no implica un dominio del tema evaluado.

Otras investigaciones utilizan TIC's como herramientas para mejorar las el rendimiento académico de los estudiantes y para facilitar el aprendizaje en la construcción activa de conceptos y conocimientos (Mosquera Ríos y Vivas Idrobo, 2017). Una de las desventajas de utilizar TIC para el aprendizaje es que puede ser un distractor o una herramienta que les evita procesar la información; las ventajas identificadas son que sirve para comprobar ejercicios u operaciones y que se fortalecen competencias transversales interpretativas, argumentativas, propositivas, lógicas, numéricas, geométricas, métricas, algebraicas, estadísticas y de resolución de problemas.

Una de las estrategias para evaluar el aprendizaje de cálculo diferencial más comunes, es el uso de exámenes (Aguilar-Salinas, de las Fuentes-Lara, Justo-López y Martínez-Molina, 2020; Fuentes-Lara, Aguilar-Salinas y Justo-López, 2021; Gutiérrez, 2017; Herrera, 2020; Liveworksheets, 2023; Quijano,

Chan, Amaya, Balan, Canepa, Hernández, Zavala, y Zetina, 2016; Rojas Maldonado, E. R., y Toscano Galeana, J. 2021 y Villa, 2011), algunos de ellos elaborados de manera colegiada y alineados al currículo, que incluyan en sus reactivos de opción múltiple y evalúan conceptos y procedimientos, orientados a atender estudiantes de nuevo ingreso en riesgo de reprobación, pero en muchos casos no existe evidencia que confirme la validez y confiabilidad de los instrumentos.

Antecedentes

Para poder construir el instrumento, se consideraron algunas pruebas de conocimientos previos para la materia de cálculo diferencial encontrados en la red, se revisaron contenidos de algunos manuales, como es el caso del manual de la materia *Pensamiento Lógico-Matemático* del semestre integral de capacitación, además, se revisó el programa de la materia de cálculo diferencial y se hizo una búsqueda y análisis de otros instrumentos que pudieran medir las variables de interés.

El instrumento de Aguilar-Salinas, de las Fuentes-Lara, Justo-López y Martínez-Molina, (2020), considera los conocimientos previos necesarios para aprender cálculo diferencial como son: operaciones algebraicas con fracciones, ley de exponentes, racionalizar, operaciones con polinomios, suma, producto, división, despejes y productos notables. El instrumento es de opción múltiple y cuenta con buenos distractores y criterios rigurosos de elaboración, pero no existe evidencia de intervenciones que controlen las variables de conocimientos previos o aprendizaje de cálculo diferencial. Un caso similar, es el de Rojas y Toscano, (2021), que diseñaron un instrumento debido a la necesidad de la enseñanza y evaluación remota debido a la pandemia de SARS-CoV-2 utilizando formularios de Google. En este instrumento se evalúan los saberes algebraicos previos para aprender límites, pero tampoco existe evidencia de alguna intervención o manipulación de las variables anteriormente mencionadas. Además Quijano, Chan, Amaya, Balan, Canepa, Hernández, Zavala, y Zetina, (2016), desarrollaron un instrumento para medir la habilidad matemática, pero su extensión es de más de 200 reactivos, lo que implica un largo tiempo de aplicación o que solo cumpla con la función de un cuadernillo de ejercicios de repaso, no como evaluación en una sola aplicación.

Perilla, Valencia, y Chacón, (2022) Analizaron los factores que afectan el desempeño en Cálculo Diferencial en la Universidad Santo Tomás. En su examen diagnóstico los alumnos no dominaban todos los temas necesarios para poder aprobar la materia, sus resultados indican que los temas con mayor

deficiencia son: manejo de ecuaciones cuadráticas, simplificar expresiones algebraicas y factorizar. Incluso después de dar un taller de refuerzo la cantidad de respuestas incorrectas no disminuyó significativamente. Aunado a esto, en educación superior Hernández-Quintana y Cuervas (2013), observaron que gran parte de los estudiantes de bachillerato, no tenían los conocimientos previos necesarios pues su nivel de competencia en álgebra, trigonometría, geometría analítica y geometría plana.

Existe un instrumento (Fuentes-Lara, Aguilar-Salinas y Justo-López, 2021) que engloba conocimientos de 4 unidades de la materia de cálculo diferencial con duración de aplicación dos horas. Un aspecto cuestionable del diseño de este instrumento, es su extensión de 60 reactivos para resolver en 2 horas, aunado al índice de dificultad de la prueba que tiene un 61% de reprobación. Los temas que indicaron tener mayor incidencia de error por los estudiantes en la unidad de derivadas, se presentaba la derivada de funciones compuestas, debido a que la actividad involucra procedimientos con múltiples reglas de derivación. Los buenos predictores en el éxito de los estudiantes en Cálculo Diferencial, son los temas: derivadas de orden superior, derivadas que contienen la regla del producto y la regla del cociente. El estudio concluye que las tareas con alto grado de abstracción como representar funciones y el lenguaje simbólico de la derivada suelen representar una dificultad trascendente para el estudiante de ingeniería.

Marco Teórico

Las dos variables de interés por medir en esta investigación son: los Conocimientos previos y el Aprendizaje. El aprendizaje significativo de la teoría cognitiva de Ausubel critica al aprendizaje mecánico y memorístico, a la vez que considera la integración de nueva información en las estructuras cognoscitivas previas del individuo; así resulta más importante considerar el descubrimiento de conocimientos y habilidades que el almacenar información que no sea utilizada. El conocimiento previo del estudiante juega un papel primordial en el aprendizaje significativo por lo que es importante contar con instrumentos que miden eficazmente los conocimientos previos y el aprendizaje.

El conocimiento previo es considerado por muchos investigadores como el factor más importante en el proceso de aprendizaje de los estudiantes (Alexander y Judy, 1988; Ambrose, Bridges, Lovett, DiPietro y Norman, 2010; Ausubel, Novak y Hanesian, 2006; Bloom, 1956; Carey, 1999; Chi, 2008; Chi y Ceci, 1987; Dochy, 1991; Dochy y Alexander, 1995; Goris y Dyrenfurth, 2010; Hailikari, 2009; Hattie, 2009;

Marzano, 2004; McClelland, 2013; McNeil, 2008; Meltzer, 2002; Roschelle, 1995; Sagastizabal, Perlo, Pivetta y San Martín, 2009; Shapiro, 2004; Smith, diSessa y Roschelle, 1993; Thompson y Zamboanga, 2004; Tinto, 1992) es decir, identifican que la principal causa del aprendizaje está determinada por el conocimiento previo, el cual puede favorecer o complicar que se adquiriera nuevo conocimiento.

En el aprendizaje se requieren dos diferentes tareas según el conocimiento previo del estudiante (Carey, 1999): enriquecer la estructura de conocimiento previo para un nuevo aprendizaje basado en conocimiento previo incompleto; y cambio de concepto para lograr el aprendizaje (Chi, 2008; Goris y Dyrenfurth, 2010; McClelland, 2013). El conocimiento previo puede encontrarse en tres principales estados (Carnegie Mellon University, s.f.; Dochy, 1991; Dochy y Alexander, 1995): conocimiento declarativo, relativo a conceptos y definiciones; conocimiento procedimental que refiera a operaciones, secuencias y acciones; y conocimiento condicional que considera las ubicaciones contextuales y emociones.

Dochy y Alexander (1995) definen el conocimiento previo como un conjunto de información, conocimientos, habilidades y capacidades que un estudiante lleva consigo antes del proceso de aprendizaje, que abarca experiencias, creencias y memorias personales que le permiten aprender. Cabe mencionar que recordar información que tiene un significado propio, no implica que el estudiante autoevalúe el conocimiento que posee ni que evalúe el conocimiento que va a aprender. Algunas características de los conocimientos previos es que son: dinámicos, es decir, cambian con el tiempo; tienen disponibilidad para ser recuperados y/o reconstruidos, son relevantes para logro de objetivos en el aprendizaje; estructurados en un esquema; transferibles a otras actividades de aprendizaje; presentes antes de implementar una instrucción o tarea de aprendizaje; y son limitados puesto que no lo sabemos todo además de que tiene ciertas capacidades condicionadas o restringidas (Dochy, 1991, cap. 3; Dochy y Alexander, 1995; Dochy, Segers y Buehl, 1999).

Dentro de las teorías del aprendizaje, está la teoría cognitiva del almacenamiento de la información, que define a partir del modelo del procesamiento de la información, la relación de los conocimientos previos con la información nueva que se aprende a través de la interacción de la memoria de largo plazo y la memoria de corto plazo (Mustafa y Deris, 2009). El enfoque de elaboración de la teoría del procesamiento de información establece que el conocimiento previo funciona como un medio para

construir nuevo conocimiento, de modo que el nuevo material es relacionado con él y, consecuentemente, el conocimiento se incrementa y además es más fácil de recuperar debido al proceso en el que es elaborado (Dochy, 1991).

El aprendizaje es un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevo conocimiento utilizando el conocimiento actual (Sulaiman, 2013). Ausubel, Novak y Hanesian (2006) mencionan al inicio de su libro: “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, diría que es este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averíguese esto, y enséñese consecuentemente” (p. 1). El aprendizaje representa el dominio o destreza que tiene una persona y lo faculta para realizar una actividad; en otras palabras, es la capacidad de adquirir conocimientos y/o habilidades. El aprendizaje es una variable inferida o constructo que, para poder ser observada, se mide indirectamente por medio de indicadores, en el caso de este estudio se desarrolla una prueba de rendimiento máximo. Ausubel sugiere que para lograr el aprendizaje significativo se debe tomar la tarea de enfocar el aprendizaje a lo que el estudiante ya sabe y a lo que desconoce, para ayudarlo a ser consciente de los conceptos que requiere y aún no posee ni domina.

Justificación

Es necesario entonces construir el aprendizaje a partir de los conocimientos previos del estudiante para que él mismo le dé un significado propio a lo que aprende. Identificar los prerrequisitos de un nuevo aprendizaje (Bloom, 1956) marca la pauta para diseñar instrumentos adecuados, que identifiquen los conocimientos previos de los estudiantes, puesto que los conocimientos previos son el mayor contribuyente del aprendizaje (Alexander y Judy, 1988; Ambrose, et al., 2010; Ausubel, Novak y Hanesian, 2006; Bloom, 1956; Chi y Ceci, 1987; Dochy, 1991; Dochy y Alexander, 1995; Hailikari, 2009; Hattie, 2009; Marzano, 2004; Meltzer, 2002; Roschelle, 1995; Sagastizabal, Perlo, Pivetta y San Martín, 2009; Shapiro, 2004; Thompson y Zamboanga, 2004). El diseño de instrumentos adecuados a los contenidos y que sean sensibles a identificar el dominio de los temas por parte de los estudiantes, representa un reto para las instituciones educativas tener instrumentos de evaluación idóneos.

Se eligió la materia de cálculo diferencial porque es una materia de primer semestre y es el semestre en el que mayor índice de deserción se presenta, además de que es una materia común para todas las carreras de ingeniería. Uno de los aspectos clave de la selección de esta materia, es que en todas las carreras de

ingeniería que oferta la institución, acreditar la materia de cálculo diferencial es prerequisite para cursar otras materias, entre 3 y 16 materias según la carrera. La reprobación de esta materia impacta en el rezago escolar, por lo que es importante determinar qué tipos de conocimientos previos se requieren para acreditar la materia de cálculo diferencial, y a su vez, qué temas de cálculo diferencial son los más relevantes para materias posteriores.

Los instrumentos desarrollados en esta investigación de conocimientos previos y de aprendizaje de cálculo diferencial, consideran conocimientos declarativos y procedimentales debido a la naturaleza de los contenidos a evaluar que se centró en el tema 4, la derivada, pues es la unidad que tiene más impacto en contenidos de materias cuyo prerequisite es acreditar cálculo diferencial y se requiere saber derivar y calcular diferenciales en cálculo integral, cálculo vectorial y ecuaciones diferenciales.

La investigación busca atender a la necesidad de contar con un instrumento con validez de contenido y de expertos, confiable, concreto en cuanto a la extensión y duración para resolverlo, además de que responda a las preguntas de investigación: ¿Cuáles son los conocimientos previos de aritmética, álgebra, trigonometría y geometría con mayor relación para el aprendizaje de cálculo diferencial? ¿Existe una diferencia significativa entre los estudiantes que cursan la materia en enero-junio y los que cursan en agosto-diciembre? ¿Cuáles son los temas de la unidad de derivadas que tienen mayor relación con el desempeño académico en cálculo diferencial? ¿Cuáles son las características que debe tener un instrumento que mide los conocimientos previos y uno que mide el aprendizaje de cálculo diferencial?

METODOLOGÍA

El *instrumento de conocimientos previos* fue elaborado considerando el programa de la materia de Pensamiento Lógico-Matemático en el semestre integral de capacitación, conocido también como semestre cero, el cual tiene la intención de remediar a los estudiantes que salen muy bajos en el examen de admisión. El programa consta de 5 unidades (tabla 1).

Tabla 1.- Programa de la materia Pensamiento Lógico-Matemático para semestre cero.

| U | TEMA | SUBTEMAS |
|-----|-----------------------|--|
| I | Aritmética Básica | 1.1 Números Reales: clasificación y propiedades 1.2 Signos de Agrupación 1.3 Conversión Decimales y Fracciones 1.4 Operaciones Fundamentales: adición, sustracción, multiplicación y división 1.5 Razones y Proporciones |
| II | Álgebra Elemental | 2.1 Uso de expresiones de lenguaje ordinario en matemáticas: doble de un número, triple, mitad, tercera, cuadrado, cubo. 2.2 Cambio de lenguaje ordinario a algebraico y viceversa 2.3 Valor numérico de una expresión algebraica 2.4 Reducción de términos semejantes y eliminación de paréntesis. Cálculo de perímetros de figuras planas 2.5 Suma y resta de polinomios 2.6 Producto de: monomios, monomio-polinomio, polinomio-polinomio. Cálculo de áreas 2.7 División de: monomios, polinomio entre monomio, polinomio entre polinomio. División sintética y aplicaciones de encontrar la raíz de una ecuación y para encontrar el valor de $f(x)$ 2.8 Potencia de: monomios y polinomios 2.9 Raíz de: monomios y polinomios 2.10 Resolución de ecuaciones de primer grado con una variable 2.11 Resolución de problemas que implican ecuaciones de primer grado con una variable. |
| III | Álgebra Intermedia | 3.1 Graficado de funciones lineales e interpretación de parámetros 3.2 Resolución de ecuaciones de primer grado con dos o tres variables 3.3 Resolución de problemas que implican ecuaciones de primer grado con dos o tres variables 3.4 Productos notables: cuadrado de un binomio, binomios con término común, binomios conjugados, binomio por trinomio que dé como resultado una suma o diferencia de cubos 3.5 Factorización de: binomios, factor común, trinomio al cuadrado perfecto, trinomio cuadrado del tipo $x^2 + bx + c$ y del tipo $ax^2 + bx + c$, de polinomios de cuatro términos con factor común aplicado dos veces. |



| | | | |
|----|---------------------------|------|--|
| IV | Geometría y Trigonometría | 4.1 | Sistemas de Medición Angular. Cíclico y sexagesimal |
| | | 4.2 | Ángulos interiores de un Triángulo |
| | | 4.3 | Teorema de Pitágoras |
| | | 4.4 | Funciones e Identidades Trigonométricas |
| | | 4.5 | Resolución de Triángulos rectángulos y oblicuángulos |
| | | 4.6 | Ley de senos y cosenos |
| | | 4.7 | Semejanza de Triángulos |
| | | 4.8 | Calculo de Perímetros (usando teorema de Pitágoras) y área de polígonos |
| | | 4.9 | Calculo de Áreas y Volúmenes de cuerpos geométricos |
| | | 4.10 | Calculo de perímetros, áreas y volúmenes funcionales |
| V | Geometría Analítica | 5.1 | Lugar geométrico |
| | | 5.2 | Fórmula de distancia entre dos puntos del plano |
| | | 5.3 | Línea recta: pendiente, formas ecuación recta, recta horizontal y vertical |
| | | 5.4 | Circunferencia: centro y radio, ecuación normal y ecuación general |
| | | 5.5 | Parábola: directriz, foco, vértice, parábola vertical y horizontal |
| | | 5.6 | Elipse: eje mayor (vértice y centro), eje transversal |
| | | 5.7 | Hipérbola: foco, vértice y centro, eje transversal y eje conjugado |

Esta información se cotejó con el contenido de la tabla 2, en el cual se presenta el programa de la materia de cálculo diferencial (TecNM, 2017) y se identificaron algunos de los temas que tienen relación y que serán considerados como conocimientos previos o prerrequisitos de la materia de cálculo diferencial. La selección de subtemas de la tabla 1 fue la siguiente: para aritmética básica se seleccionaron los subtemas 1.1, 1.2, 1.4 y 1.5; para álgebra elemental los subtemas 2.4, 2.5, 2.7 y 2.8; para álgebra intermedia los subtemas 3.3, 3.4 y 3.5; para geometría y trigonometría los subtemas 4.2 al 4.6 y 4.9 y para geometría analítica los subtemas 5.3 al 5.5. Cabe mencionar que la división entre cero, no estaba en el programa del semestre integral de capacitación, pero que se decidió incluirlo por su relevancia en la materia de cálculo diferencial.

Tabla 2.- Programa de la materia de cálculo diferencial y temas considerados como conocimientos previos requeridos

| No. | Tema | Subtemas | Conocimientos previos |
|-----|-----------------------|--|--|
| 1 | Números reales | 1.1 Los números reales. 1.2 Axiomas de los números reales. 1.3 Intervalos y su representación gráfica. 1.4 Valor absoluto y sus propiedades. 1.5 Propiedades de las desigualdades. 1.6 Resolución de desigualdades de primer y segundo grado con una incógnita. 1.7 Resolución de desigualdades que incluyan valor absoluto. | Aritmética: clasificación de los números reales, operaciones con números (suma, resta, multiplicación, división), división entre cero. Álgebra: despejes, productos notables, uso de la fórmula general, común denominador Geometría: ubicación de números en la recta, gráfica de una recta y una parábola. |
| 2 | Funciones | 2.1 Definición de variable, función, dominio y rango. 2.2 Función real de variable real y su representación gráfica. 2.3 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva. 2.4 Funciones algebraicas: polinomiales y racionales. 2.5 Funciones trascendentes: trigonométricas, logarítmicas y exponenciales. 2.6 Funciones escalonadas. 2.7 Operaciones con funciones: adición, multiplicación, división y composición. 2.8 Función inversa. 2.9 Función implícita. 2.10 Otro tipo de funciones. 2.11 Otras características de funciones (simetría, decrecientes, crecientes, por secciones, transformaciones, periodicidad.) | Aritmética: sustituir valores en ecuación y/o tabular, operaciones con números (suma, resta, división, potencia), jerarquía de operaciones, división entre cero. Álgebra: despejes, productos notables, operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación, división y potencia de polinomios), uso de la fórmula general, común denominador. Geometría: ubicación de números en plano cartesiano, gráfica de funciones. Trigonometría: definiciones de funciones trigonométricas. Uso de calculadora: operaciones algebraicas, funciones trigs., trigs. inversas, logarítmicas y exponenciales. |
| 3 | Límites y continuidad | 3.1 Noción de límite. 3.2 Definición de límite de una función. 3.3 Propiedades de los límites. | Aritmética: sustituir valores en ecuación y/o tabular, operaciones con números (suma, resta, división, |

| | | | |
|---|-----------------------------|--|--|
| | | 3.4 Cálculo analítico de límites. 3.5 Límites laterales. 3.6 Límites infinitos y límites al infinito. 3.7 Asíntotas. 3.8 Continuidad en un punto y en un intervalo. 3.9 Tipos de discontinuidades | potencia), jerarquía de operaciones, división entre cero. Álgebra: despejes, productos notables, operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación, división y potencia de polinomios), uso de la fórmula general, común denominador Geometría: ubicación de números en plano cartesiano, gráfica de funciones. Trigonometría: definiciones de funciones trigs. Uso de calculadora: operaciones algebraicas, funciones trigs., trigs. inversas, logarítmicas y exponenciales. |
| 4 | Derivadas | 4.1 Interpretación geométrica de la derivada. 4.2 Incremento y razón de cambio. 4.3 Definición de la derivada de una función. 4.4 Diferenciales. 4.5 Cálculo de derivadas. 4.6 Regla de la cadena. 4.7 Derivada de funciones implícitas. 4.8 Derivadas de orden superior. | Álgebra: despejes, operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación, división y potencia de monomios y polinomios), común denominador, productos notables. Geometría: conceptos de recta tangente y recta normal. |
| 5 | Aplicaciones de la derivada | 5.1 Recta tangente y recta normal a una curva en un punto. 5.2 Teorema de Rolle y teoremas del valor medio. 5.3 Función creciente y decreciente. 5.4 Máximos y mínimos de una función. 5.5 Criterio de la primera derivada para máximos y mínimos. 5.6 Concavidades y puntos de inflexión. 5.7 Criterio de la segunda derivada para puntos de inflexión. | Aritmética: sustituir valores en ecuación y/o tabular, operaciones con números (suma, resta, división), jerarquía de operaciones, división entre cero. Álgebra: despejes, operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación, división y potencia de monomios y polinomios), común denominador, productos notables. Geometría: conceptos de recta tangente y recta normal. |

-
- 5.8 Análisis de la variación de una función. Graficación.
 - 5.9 Problemas de optimización y de tasas relacionadas.
 - 5.10 Cálculo de aproximaciones usando diferenciales.
 - 5.11 La regla de L'Hôpital.
-

Una vez identificados los conocimientos previos requeridos para poder cursar la materia de cálculo diferencial, se procedió al diseño de los reactivos, considerando recomendaciones hechas por expertos en el diseño de pruebas de rendimiento, ya sean pruebas estandarizadas y/o pruebas de construcción especial. Para esta investigación se desarrollaron *pruebas de rendimiento especial* porque son específicamente para la materia de cálculo diferencial y *pruebas de construcción especial* porque fueron desarrolladas por maestros para un fin específico, que es determinar los conocimientos previos y aprendizajes de derivadas para cálculo diferencial (Kerlinger y Lee, 2002 p.646) y que cumplan los criterios de validez y confiabilidad (Haladyna, Downing y Rodriguez, 2002; Hernández, Fernández y Baptista, 2010; Kerlinger y Lee, 2002; Malamed, 2010).

Orientado a atender a la pregunta de investigación ¿Cuáles son los conocimientos previos de aritmética, álgebra, trigonometría y geometría con mayor relación para el aprendizaje de cálculo diferencial? La prueba resultante para medir conocimientos previos cuenta con la validez del contenido (Hernández, Fernández y baptista, 2010; Kerlinger y Lee, 2002) ya que incluye representativamente los conocimientos previos necesarios al menos para el tema de derivadas en cálculo diferencial (tabla 2), que es el tema que se considera crucial para materias posteriores en la retícula de todas las ingenierías. Se eliminaron los subtemas 4.3 teorema de Pitágoras, 4.6 Ley de senos y 4.9 Cálculo de áreas del programa del semestre de capacitación, ya que no se consideraron relevantes para el desarrollo de la materia de cálculo diferencial. El diseño de los reactivos se seleccionó de opción múltiple con elección forzada para poder automatizar la revisión del examen y optimizar tiempo (Kerlinger y Lee, 2002 p.654). Además, para robustecer el diseño del instrumento, se consideró la validez de 5 profesores expertos (Hernández, Fernández y baptista, 2010 p.204) que revisaron los instrumentos. Para ser considerados

expertos era necesario que tuvieran más de 10 años de experiencia impartiendo la materia en de la institución y con un reconocido prestigio dentro de la institución. Se hizo llegar los instrumentos de manera impresa y los profesores hicieron las siguientes recomendaciones: 2 correcciones en los valores de las respuestas debido a operaciones incorrectas en la solución; cambios en la redacción de los reactivos como es el caso del reactivo de división entre cero reemplazado por uno que tenga una división cuyo resultado sea cero y evitar que la respuesta tenga como opción indeterminación por que podía ser inferida la respuesta por los evaluados; para los reactivos de gráficas de funciones recomendaron agregar en las opciones lo que representara el término independiente en la geometría para elevar la complejidad de los reactivos; para el reactivo de despeje se sugirió cambiar la redacción de “despeje x” a “encuentre el valor de x”; sugirieron que las opciones de respuesta fueran 5 y no 4, como se tenía contemplado en un inicio, esto para reducir la posibilidad de adivinar la respuesta por parte de los estudiantes; en algunos de los reactivos, los expertos sugirieron presentar lo más posible simplificada la respuesta, incluyendo opciones que factorizaran el resultado.

En relación al *instrumento de aprendizaje de derivadas*, se manejó la misma dinámica para la validez de contenido, se incluyeron reactivos que abarcan todos los temas de la unidad 4 del programa de cálculo diferencial (tabla 2). Los mismos profesores expertos revisaron esta prueba y las recomendaciones fueron las siguientes: Para el reactivo que evalúa la definición geométrica de la derivada, la definición cambió de “una pendiente de la recta tangente al aproximarse a un punto de una función” a “la pendiente de la recta tangente en un valor dado de x”; en uno de los reactivos sugirieron cambiar de orden los factores de la solución, poniendo primero el factor algebraico, después el factor exponencial y por último el factor trigonométrico; la solución de uno de los reactivos que pedía aplicar la regla de potencias con la regla de la cadena, se modificó agregando el factor común para evaluar el dominio de la factorización y para agregar complejidad al reactivo; además, como sugerencia de uno de los profesores expertos se agregaron 2 reactivos, uno que evalúa la definición matemática de un diferencial $dy=f'(x) dx$, el otro evalúa la definición de incremento $\Delta x=x_2-x_1$.

Para el diseño de ambos instrumentos, el de conocimientos previos y el de aprendizaje de derivadas, se consultaron fuentes bibliográficas relacionadas a los temas (Baldor, 2008; Larson, R., 2018; Leithold, L., 2009; Purcell y Varberg, 1993; Stewart, 2013; Stewart, 2022), así como también la consulta de

algunos instrumentos existentes en la web (Varsity tutors, 2007; Simon Fraser University, 2017) y se utilizaron manuales de diseño de instrumentos (AERA, 2014; Carreño, 2001). La aplicación de los instrumentos fue empleando la plataforma Moodle en el horario de las clases de cálculo diferencial, supervisados por un profesor y sin permiso de usar calculadora y alguna herramienta que les resuelva los ejercicios.

La muestra fue no probabilística debido a que los sujetos no fueron seleccionados aleatoriamente porque hubo 3 Maestros que decidieron no participar con sus grupos, argumentando que se perderían clases en la aplicación, pero de la población total de estudiantes de ingeniería cursando la materia de cálculo diferencial, se contó con una muestra del 75% en el semestre agosto-diciembre 2023 y 63% del semestre enero-junio 2023 para el instrumento de conocimientos previos ya que se aplicó a un total de 893 estudiantes cursando en su gran mayoría por primera vez la materia de Cálculo Diferencial. El instrumento de derivadas fue resuelto por 599 estudiantes de esa misma muestra.

RESULTADOS

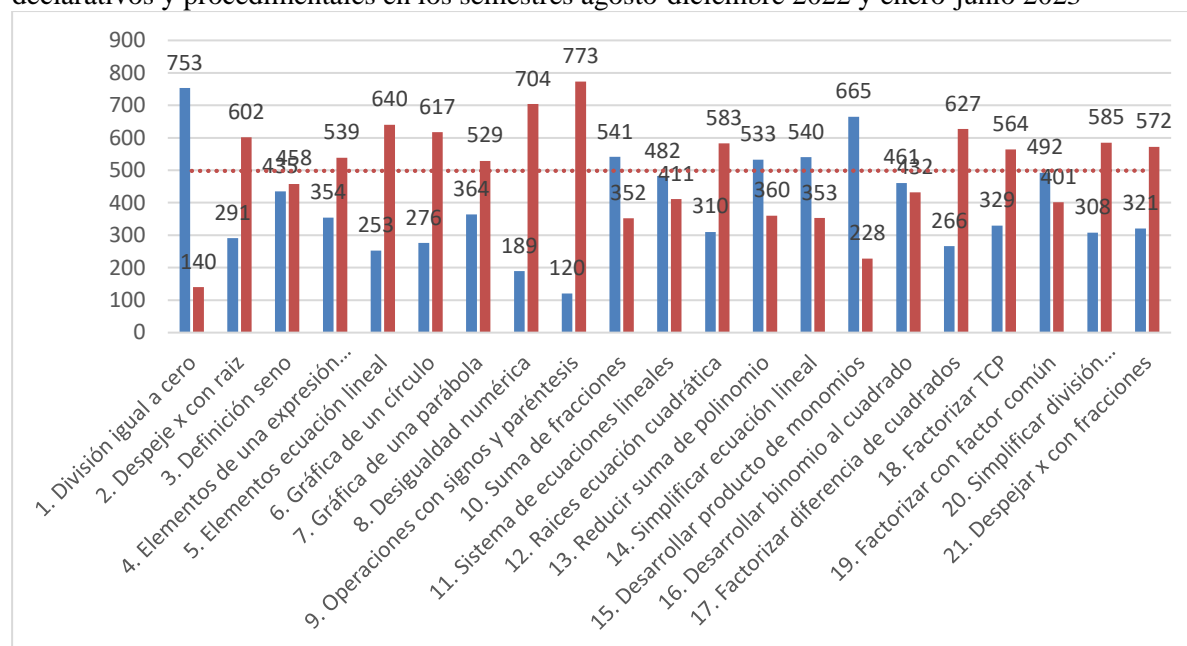
Instrumento de conocimientos previos de cálculo diferencial

Para el examen de conocimientos previos de Cálculo Diferencial, el instrumento final, consta de 6 reactivos de opción múltiple que miden conocimientos previos declarativos (ver figura 1 en anexos): división igual a cero, definición de la función seno, elementos de una expresión algebraica, elementos de una ecuación lineal, representación geométrica de una parábola y un círculo conocida su ecuación matemática; y 15 reactivos que miden conocimientos previos procedimentales (ver figura 2 en anexos): desigualdad, aritmética con signos y paréntesis, común denominador, sistema de ecuaciones lineales, fórmula general, suma de polinomios, producto de polinomios y monomios, productos notables, simplificar fracción algebraica y despeje de x). Las respuestas correctas están representadas en color diferente.

Resolvieron el examen 568 estudiantes en el semestre agosto-diciembre 2022 y 325 estudiantes en el semestre enero-junio 2023. Las respuestas correctas e incorrectas por reactivo se muestran en la figura 3, en cada reactivo, la barra de la izquierda representa la cantidad de respuestas correctas y la barra de la derecha representa la cantidad de respuestas incorrectas. Los reactivos que miden conocimientos previos declarativos son el 1 y del 3 al 7; los reactivos que miden conocimientos procedimentales son

el 2 y del 8 al 21. Los reactivos con mayor incidencia de error que miden conocimientos previos declarativos, se encuentran: identificar los elementos de una ecuación lineal y la gráfica de un círculo; respecto a conocimientos previos procedimentales son: resolver una desigualdad, operaciones algebraicas con paréntesis y factorizar. No se identificaron diferencias significativas en la sensibilidad del instrumento al comparar los grupos del semestre agosto-diciembre 2022 y enero-junio 2023.

Figura 3.- Resultados globales de la aplicación del examen diagnóstico que mide conocimientos previos declarativos y procedimentales en los semestres agosto-diciembre 2022 y enero-junio 2023



Se realizó el cálculo de la confiabilidad del instrumento obteniendo un Alfa de Cronbach de 0.761, el cual se considera respetable (Landerio y González, 2006). Los resultados fueron analizados utilizando el software IBM SPSS Statistics. En la tabla 3 se calcularon los índices de dificultad de cada reactivo, considerando la cantidad de respuestas correctas por cada reactivo, entre la cantidad de estudiantes que contestaron dicho reactivo (Crocker y Algina, 1986). El promedio del índice de dificultad entre los reactivos debe de ser cercano a 50% para maximizar la discriminación, el promedio del índice de dificultad fue de 57.2%.

Tabla 3.- Índice de dificultad por reactivo del examen diagnóstico de Cálculo Diferencial

| Ítem | Índice de dificultad | Ítem | Índice de dificultad |
|------|----------------------|------|----------------------|
| 1 | 16 | 12 | 65 |
| 2 | 67 | 13 | 40 |
| 3 | 51 | 14 | 40 |
| 4 | 60 | 15 | 26 |

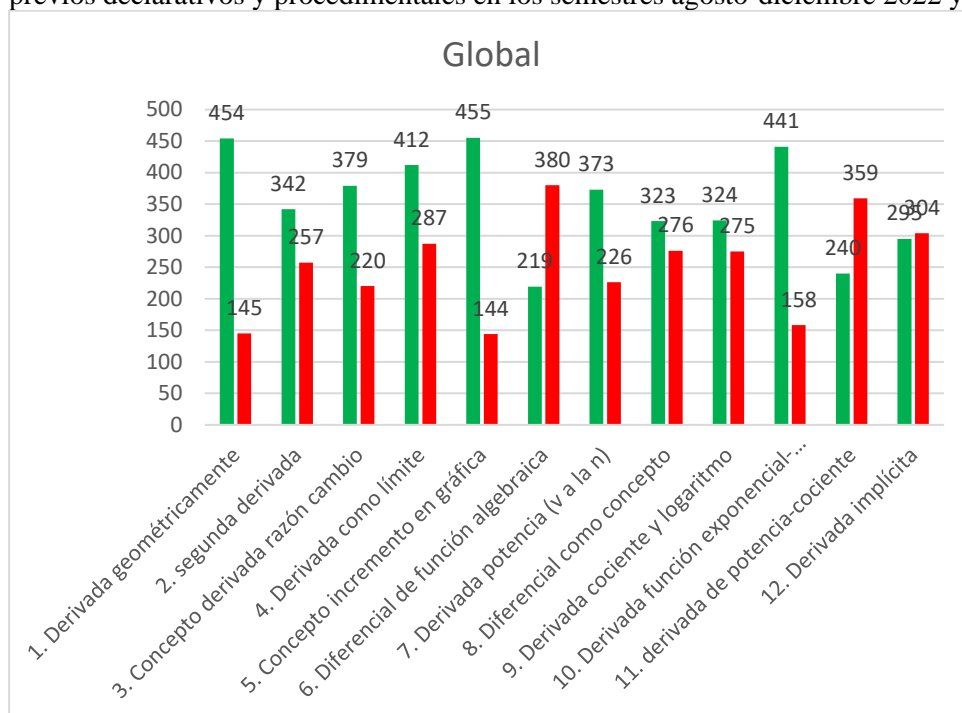
| | | | |
|----|----|----------|------|
| 5 | 72 | 16 | 48 |
| 6 | 69 | 17 | 70 |
| 7 | 59 | 18 | 63 |
| 8 | 79 | 19 | 45 |
| 9 | 87 | 20 | 66 |
| 10 | 69 | 21 | 64 |
| 11 | 46 | Promedio | 57.2 |

Instrumento de aprendizaje de derivadas

Dentro del examen de Derivadas de Cálculo Diferencial, el instrumento está compuesto por 5 reactivos de opción múltiple que miden conocimientos declarativos de derivadas (ver figura 4 en anexos): representación geométrica de la derivada, la derivada como concepto, incremento, derivada como límite y definición de diferencial dy ; y 7 reactivos que miden conocimientos procedimentales de derivadas (ver figura 5 en anexos): calcular diferencial, derivadas con regla de la cadena de potencias, cocientes, exponenciales, derivación implícita y derivada de orden superior.

El instrumento se aplicó a 599 estudiantes cursando la materia de Cálculo Diferencial por primera, segunda o tercera vez; de los cuales 402 estudiantes en el semestre agosto-diciembre 2022 y 197 estudiantes en el semestre enero-junio 2023. Las respuestas correctas e incorrectas por reactivo se muestran en la figura 6, en cada reactivo, la barra de la izquierda representa la cantidad de respuestas correctas y la barra de la derecha representa la cantidad de respuestas incorrectas. Los reactivos que miden conocimientos declarativos son el 1, 3, 4, 5 y 8; los reactivos que miden conocimientos procedimentales son el 2, 6, 7, 9, 10, 11 y 12. Los reactivos con mayor incidencia de error que miden conocimientos previos procedimentales son: cálculo de derivadas utilizando regla de la cadena, derivación implícita y cálculo de diferenciales; respecto a los reactivos que miden conocimientos previos declarativos, se encuentran: la definición de derivada como límite y la definición matemática del diferencial. No se identificaron diferencias significativas en la sensibilidad del instrumento al comparar los grupos del semestre agosto-diciembre 2022 y enero-junio 2023.

Figura 6.- Resultados globales de la aplicación del examen de derivadas que mide conocimientos previos declarativos y procedimentales en los semestres agosto-diciembre 2022 y enero-junio 2023.



Se realizó el cálculo de la confiabilidad del instrumento de aprendizaje de derivadas con un Alfa de Cronbach de 0.722, el cual se considera respetable (Landro y González, 2006). Los resultados fueron analizados utilizando el software IBM SPSS Statistics. En la tabla 4 se calcularon los índices de dificultad de cada reactivo, considerando la cantidad de respuestas correctas por cada reactivo, entre la cantidad de estudiantes que contestaron dicho reactivo (Crocker y Algina, 1986). El promedio del índice de dificultad entre los reactivos debe de ser cercano a 50% para maximizar la discriminación, el promedio del índice de dificultad fue de 41.6%.

Tabla 4.- Índice de dificultad por reactivo del examen de derivadas de Cálculo Diferencial.

| Item | Índice de dificultad |
|------|----------------------|
| 1 | 24 |
| 2 | 43 |
| 3 | 37 |
| 4 | 41 |
| 5 | 24 |
| 6 | 63 |

| | |
|----------|------|
| 7 | 38 |
| 8 | 46 |
| 9 | 46 |
| 10 | 26 |
| 11 | 60 |
| 12 | 51 |
| Promedio | 41.6 |

CONCLUSIONES

Una vez hecho el cálculo de los resultados, podemos observar de manera general el estudio y presentar algunas conclusiones que se deriven del proceso del diseño, aplicación y validación de los instrumentos. Se identifican algunas ventajas que se mencionan a continuación.

La sistematización y automatización de la evaluación diagnóstico, que permite identificar de manera oportuna y rápida, las deficiencias de conocimientos previos de cada estudiante, lo cual permite en un futuro, ir remediando las deficiencias por temas, agrupando a los estudiantes de manera óptima.

Además de que al automatizar los procesos de evaluación, se elimina trabajo en revisión de exámenes para el profesor, esto implica tiempo y esfuerzo que puede ser dedicado para realizar otras actividades o para ampliar el banco de reactivos dentro de los exámenes, así como para poder hacer comparaciones entre grupos y poder atenderlos según las características que se monitoreen.

El examen diagnóstico, puede ser aplicado de manera departamental, es decir, un examen estandarizado, que es aprobado y validado por la academia, para aplicarlo de manera uniforme para todos los estudiantes y tener un parámetro de medida que asegure que se cumplan ciertos criterios mínimos de dominio de conocimientos previos y de la materia de Cálculo Diferencial.

La retroalimentación es inmediata para el profesor y para el estudiante, por lo que es posible tomar acción y avanzar de manera más personalizada, por medio de un programa de nivelación, que se puede implementar a futuro, como cursos remediales que permitan el avance de manera individual, que sea acorde a las necesidades de cada estudiante.

Aunado a estos beneficios, el contar con un récord de los resultados por cohorte, podemos medirnos de manera general a la institución, lo que permite conocer la estadística general de la población y realizar un proceso de mejora continua orientado a atender a estudiantes en riesgo de reprobación y/o deserción y que esto impacte algunos indicadores institucionales como son: la retención escolar, en la eficiencia terminal, entre otros, que pueden favorecer económicamente debido a que las cuotas de inscripción representan recurso para la institución.

Esta información relevante, puede ser también combinada con otros factores: motivación, conocimientos previos y metacognición y variables relacionadas a los profesores como su experiencia profesional, la evaluación al docente por parte de los estudiantes, la evaluación departamental al docente, la disposición a enseñar, los métodos de enseñanza, entre otras, que pueden dar un panorama más claro de las variables que impactan en el desempeño de los estudiantes.

La claridad que aporta la estratificación de evaluar el dominio clasificando los conocimientos en declarativos y procedimentales, ayuda a observar datos que merecen ser diferenciados y considerados para identificar el nivel de alcance de los estudiantes.

La aportación principal de estos instrumentos es la rastreabilidad oportuna de los estudiantes en riesgo de reprobación por bajo desempeño académico previo y sugerir acciones para poder atender las vulnerabilidades a las que se ven expuestos y que no necesariamente son de índole académica, lo cual se combina con la investigación cualitativa utilizando entrevistas que permitan realizar un diálogo con cada estudiante, acompañándolos ante sus necesidades.

Sin embargo, es importante reconocer que existen algunas adversidades y desventajas con las que es necesario trabajar en el continuo de esta investigación o en investigaciones futuras.

Una de las desventajas inherentes al proceso de evaluación que es automática, es que los reactivos son de opción múltiple y los estudiantes pudieran adivinar la respuesta, por lo que es importante el diseño correcto del instrumento y cuidar que los distractores sean los correctos. Además de que la opción múltiple no da cabida a las respuestas erróneas de los estudiantes. Considerando también que el proceso de evaluación tiene un efecto que produce por sí mismo, un error al realizar una medición.

Los procesos de aplicación requieren de una supervisión adecuada, para evitar la posibilidad de copiar por parte del estudiante o de utilizar herramientas que les resuelvan los ejercicios sin tener un esfuerzo y sin medir certeramente el dominio de los temas.

La cultura de la evaluación para el aprendizaje, fomenta la autoevaluación y la independencia y faculta a los estudiantes para auto regular sus procesos de aprendizaje, pero es necesario que se promueva la razón de la evaluación y se discuta con los profesores y los estudiantes. En algunos casos, es posible que el profesor etiquete al estudiante debido a que tuvo bajo desempeño en su evaluación diagnóstico y es importante evitar este tipo de situaciones.

Otra actitud hacia la evaluación que representa una adversidad dentro de la institución, es que algunos profesores consideran que la evaluación estandarizada anula la libertad de cátedra de los profesores, lo cual es una falacia, pues la libertad de enseñar no debe de estar peleada con la evaluación del dominio de los temas. El temor de algunos profesores de ser evidenciados o expuestos a sus áreas de oportunidad es el reflejo de esta negación a la evaluación unificada o departamental. Es necesario trabajar contra la resistencia por parte de algunos profesores en participar en la evaluación departamental.

Continuando con las actitudes hacia la evaluación, es importante rescatar que algunos de los profesores indican: vamos a evaluar para que pasen? O para que reprueben? La respuesta debe de ser siempre: vamos a evaluar para que aprendan. Una de las principales luchas en la aceptación de la evaluación es cambiar con los conceptos que tenemos los docentes al evaluar a nuestros estudiantes. ¿Cómo concebimos a la evaluación? ¿Cómo un instrumento de poder y control ante los estudiantes? ¿Cómo un instrumento de castigo? ¿Cómo una forma de imponer superioridad de conocimientos? O ¿Cómo una estrategia para reforzar el conocimiento?

Una de las desventajas de estos instrumentos, es que solo miden el dominio de los temas, más no consideran el tema de la interseccionalidad, es decir, las vulnerabilidades a las que se ven expuestos los estudiantes, por lo que los instrumentos por si solos, carecen de un impacto en el desempeño académico, al hablar de un fenómeno multifactorial y sistémico como es el caso de los procesos de aprendizaje, es necesario considerar en el análisis de un modelo propuesto, las variables que se relacionan con los estudiantes y con los profesores. Este fenómeno a estudiar es complejo y no se pueden obviar muchas conclusiones solo con la medición de las variables: conocimientos previos y aprendizaje. Pero al menos,

esto representa un acercamiento a la medición de las variables más relevantes según lo sugerido por la revisión de literatura.

ANEXOS

Figura 1.- Examen diagnóstico de Cálculo Diferencial sección de Conocimientos Declarativos

| | |
|--|---|
| Instrucciones: Responda correctamente: | |
| 1.- La expresión $\frac{0}{5}$ es igual a: a) 5 b) ∞ c) 0 d) 1 e) 50 | 2.- La definición de la función trigonométrica seno es: a) $\text{sen}\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ b) $\text{sen}\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$ c) $\text{sen}\theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ d) $\text{sen}\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$ e) $\text{sen}\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$ |
| 3.- Los nombres de los elementos de la siguiente expresión matemática son: $-\frac{3}{2}x^4$ a) $-\frac{3}{2}$ = coeficiente, x = base, $()^4$ = exponente b) $-\frac{3}{2}$ = exponente, x = base, $()^4$ = coeficiente c) $-\frac{3}{2}$ = base, x = potencia, $()^4$ = coeficiente d) $-\frac{3}{2}$ = potencia, x = base, $()^4$ = exponente e) $-\frac{3}{2}$ = exponente, x = base, $()^4$ = potencia | 4.- Los elementos de la siguiente ecuación son: $y = mx + b$ a) y = variable independiente, m = pendiente, x = variable dependiente, b = intersección eje y b) y = variable dependiente, m = pendiente, x = variable independiente, b = intersección eje x c) y = variable dependiente, m = pendiente, x = variable independiente, b = intersección eje y d) y = variable independiente, m = pendiente, x = variable dependiente, b = intersección eje x |
| 5.- Esto es lo que representa la gráfica de la ecuación $y = x^2 + 1$ a) Una recta que interseca con el eje x en la coordenada (0,1) b) Una parábola cuyo vértice es la coordenada (0,1) c) Un círculo de radio = 1 centrado en coordenada (0,1) d) Una recta pendiente = 1 que pasa por coordenada (0,1) e) Una hipérbola empieza en 1 y pasa por la coordenada (0,1) | 6.- La gráfica de la ecuación $x^2 + y^2 = 16$ es: a) Una parábola con vértice en coordenada (0,4) b) Una elipse eje mayor = 8 radio mayor = 4a4 c) Una circunferencia radio 4 centrada al origen d) Una hipérbola con vértices en (0,4) y en (0,-4) e) Una recta que interseca en la coordenada (0,4) |

Figura 2.- Examen diagnóstico de Cálculo Diferencial sección de Conocimientos Procedimentales

| | |
|---|---|
| 7.- ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera? a) $-\frac{3}{2} < -4$ b) $\frac{4}{5} + \frac{1}{2} < \frac{7+3}{9}$ c) $-\infty = \frac{10}{0}$ d) $-2(6+1) > -5(2+\frac{3}{2})$ | 8.- Realice las operaciones: $-4[(5+4-(1)^2) - (3-8+(-2)^2) - (-3+2)^3] =$ a) -30 b) -48 c) -40 d) -64 e) -32 |
| 9.- Simplifique: $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} =$ a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{15}{48}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $-\frac{1}{12}$ e) $-\frac{80}{48}$ | 10.- Encuentre los valores de "x" y "y" que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $4x - 6y = 8$ $2x + y = 4$ a) $x = -4$, $y = 4$ b) $x = 2$, $y = 0$ c) $x = 4$, $y = -4$ d) $x = 0$, $y = 2$ e) $x = -2$, $y = 2$ |
| 11.- Encuentre los valores de "x" que satisfacen esta ecuación: $2x^2 + 13x - 24 = 0$ a) $x_1 = 8$, $x_2 = -3$ b) $x_1 = -4$, $x_2 = 6$ c) $x_1 = 4$, $x_2 = -6$ d) $x_1 = -8$, $x_2 = \frac{3}{2}$ e) $x_1 = -\frac{8}{3}$, $x_2 = 4$ | 12.- Simplifique: $2x^3y^4z + x^2yz^3 - 3x^3y^4z + 5x^2yz^3 =$ a) $-x^3y^4z + 6x^2yz^3$ b) $-6x^3y^4z + 5x^2yz^3$ c) $-5x^4y^2z^7$ d) $5x^3y^4z + 6x^2yz^3$ e) $-4x^6y^5z^4$ |
| 13.- Simplifique: $-2(3x - 5y + 1) + 3(-8x + 2y + 4) - 4(-6x + 3y - 2) =$ a) $-54x + 8y + 6$ b) $-6x + 4y + 18$ c) $-6x + 3$ d) $-6x + 10y$ e) $-54x + 10y + 18$ | 14.- Desarrolle: $(2x^2y)(-6xy^3)$ a) $-8x^2y^3$ b) $-4xy^{-2}$ c) $-12x^2y^3$ d) $-12x^3y^4$ e) $-8x^3y^3$ |
| 15.- Desarrolle: $(x^6 + 4)^2$ a) $x^{12} + 8x^6 + 16$ b) $x^{11} + 4x^6 + 8$ c) $x^{16} + 4x^6 + 8$ d) $x^{36} + 8x^6 + 16$ e) $x^{12} + 4x^6 + 8$ | 16.- Factorice: $x^6 - 16 =$ a) $(x^2 + 8)(x - 4)(x + 4)$ b) $(x^4 + 4)(x^4 - 4)$ c) $(x^2 + 4)(x - 2)(x + 2)$ d) $(x^2 + 4)^2$ e) $(x^2 + 1)(x - 4)(x + 4)$ |
| 17.- Factorice: $4x^2 + 8xy + 4y^2 =$ a) $(2x^2 + 2y^2)^2$ b) $(2x + 2y)^2$ c) $(2x^2 + 2y^2)(2x^2 - 2y^2)$ d) $(2x^2 + 2y^2)(2x^2 + 2y^2)$ e) $(2x + 2y)(2x - 2y)$ | 18.- Factorice: $x^2 + 3x - 18 =$ a) $(x + 3)(x - 6)$ b) $(x + 9)(x - 2)$ c) $(x + 6)(x - 3)$ d) $(x - 9)(x + 2)$ e) $(x - 21)(x + 3)$ |
| 19.- Simplifique: $\frac{3x^4 + 2x^2 - x + 1}{x^2} =$ a) $2x^2 + 1 - x^{-1} + x^{-2}$ b) $3x^2 + 2 - x^{-1} + x^{-2}$ c) $3x^2 + 2x^2 - x + 1$ d) $3x^2 + 2x - x^{-1} + 1$ e) $2x^2 + 2x - x^{-1} + 1$ | 20.- Encuentre el valor de x: $\frac{2x - 4}{3} = 2 - \frac{x}{6}$ a) $x = 2$ b) $x = \frac{10}{11}$ c) $x = \frac{18}{11}$ d) $x = 4$ e) $x = 3$ |
| 21.- Despeje x: $y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{4}}$ a) $x = \sqrt[3]{4y^2 + 1}$ b) $x = \sqrt[3]{4y^2 + 1}$ c) $x = \sqrt[3]{4y^3 + 1}$ d) $x = \sqrt[3]{4y^3 + 1}$ e) $x = \sqrt[3]{\frac{y^2 + 1}{4}}$ | |

Figura 4.- Examen de Derivadas de Cálculo Diferencial sección de Conocimientos Declarativos

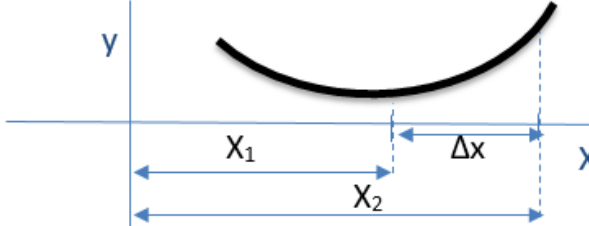
| | |
|---|--|
| <p>1.- ¿Qué representa geoméricamente la derivada?</p> <p>a) la recta que atraviesa una función</p> <p>b) la pendiente de una recta secante en dos puntos de una función</p> <p>c) la pendiente de la recta tangente en un valor dado de x</p> <p>d) la curva que no toca en ningún punto a una función</p> | <p>2.- ¿Qué representa la derivada de una función?</p> <p>a) Una razón del cambio de una variable respecto a otra</p> <p>b) una función que surge de otra función que se derivó</p> <p>c) una operación que da como resultado una nueva función</p> <p>d) un cambio de variable para resolver una función</p> |
| <p>3.- Un incremento en x según la figura, se expresa como:</p>  <p>a) $\Delta x = x_2 + x_1$</p> <p>b) $\Delta x = x_1 + x_2$</p> <p>c) $\Delta x = x_1 - x_2$</p> <p>d) $\Delta x = x_2 - x_1$</p> | <p>4.- ¿Cuál es la definición de la derivada expresada como un límite que si existe?</p> <p>a) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$</p> <p>b) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$</p> <p>c) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) + f(x)}{\Delta x}$</p> <p>d) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - f(x + \Delta x)}{\Delta x}$</p> |
| <p>5.- Un diferencial dy se expresa como:</p> <p>a) $dy = f'(x)dx$</p> <p>b) $dx = f'(x)dy$</p> | <p>c) $\frac{dx}{dy} = f'(x)$</p> <p>d) $\frac{dy}{dx} = f'(x)$</p> |

Figura 5.- Examen de Derivadas de Cálculo Diferencial sección de Conocimientos Procedimentales

| | |
|---|---|
| <p>6.- Calcule el diferencial de la función: $y = x^3 - 3x - 2$</p> <p>a) $\frac{dx}{dy} = 3x^2 - 3$</p> <p>b) $dx = (3x^2 - 3)dy$</p> <p>c) $dy = (3x^2 - 3)dx$</p> <p>d) $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 3$</p> | <p>7.- Halle la derivada de: $f(x) = \left(2 + x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{5}{4}}$</p> <p>a) $f'(x) = \frac{9}{4} \left(2 + x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{5}{4}} \left(2 + 3x^2 - \frac{2}{x^3}\right)$</p> <p>b) $f'(x) = \frac{9}{4} \left(2 + x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{5}{4}} \left(3x^2 + \frac{2}{x^3}\right)$</p> <p>c) $f'(x) = \frac{9}{4} (3x^2 - 2x)^{\frac{5}{4}} (6x - 2)$</p> <p>d) $f'(x) = \frac{9}{4} \left(2 + x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{5}{4}} \left(3x^2 - \frac{1}{x^3}\right)$</p> |
| <p>8.- Halle la derivada de: $f(y) = \frac{\ln y}{y^2}$</p> <p>a) $f'(y) = \frac{1}{2y^2} - \frac{1}{y}$</p> <p>b) $f'(y) = \frac{y^3 - 2y \ln y}{y^4}$</p> <p>c) $f'(y) = \frac{y^2 - \ln y}{y^4}$</p> <p>d) $f'(y) = \frac{1}{y^3} - \frac{2 \ln y}{y^3}$</p> | <p>9.- Halle la derivada de: $y = e^{\cos x^2}$</p> <p>a) $y' = e^{\cos x^2} \sin x^2$</p> <p>b) $y' = -2xe^{\cos x^2} \sin x^2$</p> <p>c) $y' = 2xe^{\cos x^2}$</p> <p>d) $y' = 2xe^{2x} \sin x^2$</p> |
| <p>10.- Halle la derivada de: $h(y) = \sqrt{\frac{\cos y}{y}}$</p> <p>a) $h(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\cos y}{y}} \left[\frac{y \sin y - \cos y}{y^2} \right]$</p> <p>b) $h(y) = \frac{1}{2} \left[\frac{y \sin y - \cos y}{y^2} \right]$</p> <p>c) $h(y) = \frac{1}{2} \left[\frac{-y \sin y - \cos y}{y^2} \right]$</p> <p>d) $h(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{\cos y}} \left[\frac{-y \sin y - \cos y}{y^2} \right]$</p> | <p>11.- Use derivación implícita para encontrar la derivada de: $\sin(xy) = x + 2y$</p> <p>a) $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - y \cos(xy)}{x \cos(xy) - 2}$</p> <p>b) $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos(xy) - 1}{2}$</p> <p>c) $\frac{dy}{dx} = \frac{-\cos(xy)}{\cos(xy) + 2}$</p> <p>d) $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y \cos(xy) + 2}$</p> |
| <p>12.- Halle la segunda derivada de: $f(x) = (2x^3 - 4)^2$</p> <p>a) $f''(x) = 12x^2$</p> <p>b) $f''(x) = 48x(5x^3 - 4)$</p> <p>c) $f''(x) = 2x^2(12x)$</p> <p>d) $f''(x) = 24x(5x^3 - 4)$</p> | |

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

American Educational Research Association, American Psychological Association y National Council on Measurement in Education (2014). *Standards for educational and psychological testing*. Washington, DC: American Educational Research Association, 11-44.

- Aguilar-Salinas, W. E., de las Fuentes-Lara, M., Justo-López, A. C., & Martínez-Molina, A. D. (2020). Instrumento de medición para diagnosticar las habilidades algebraicas de los estudiantes en el Curso de Cálculo Diferencial en ingeniería. *Revista española de pedagogía*, 78(275), 5-26.
- Alexander, P., y Judy, J. (1988). The interaction of domain-specific and strategic knowledge in academic performance. *Review of Educational Research*, 58(4), 375-404.
- Ambrose, S. A., Bridges, M. W., DiPietro, M., Lovett, M. C., y Norman, M. K. (2010). *How learning works: Seven research-based principles for smart teaching*. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 3-18.
- Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (2006). *Psicología Educativa: un punto de vista cognitivo*. México, DF: Editorial Trillas, 70.
- Baldor, A. (2008). *Álgebra de Baldor (2 ed.)*. México: Patria.
- Bedoya Rodríguez, F. J. (2023). El rompecabezas: estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje del cálculo en estudiantes de ingeniería. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (53), 162–180. <https://doi.org/10.17227/ted.num53-14357>
- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: Cognitive domain*. New York: McKay.
- Carey, S. (1999). Knowledge acquisition: Enrichment or conceptual change. En: Margolis, E., y Laurence, S. (1999). *Concepts: core readings*. Cambridge, MA: MIT Press, 459-487.
- Carnegie Mellon University (s.f.). *Prior Knowledge*. Eberly Center for Teaching Excellence.
- Carreño, F. (2001). *Instrumentos de medición del rendimiento escolar. Cursos básicos para formación de profesores. Área de sistematización de la enseñanza*. México: Trillas.
- Chi, M. (2008). Three types of conceptual change: Belief revision, mental model transformation and categorical shift. *International handbook of research on conceptual change*, Universidad de Pittsburgh, 61-82.
- Chi, M., y Ceci, S. (1987). Content knowledge: Its role, representation and restructuring in memory development. En: Reese, H.W. (Ed.), *Advances in child development and behavior*, 20. Orlando: Academic Press, 91-142.
- Crocker, Linda y James Algina (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*, Holt, Rinehart & Winston, p.90.



- Dochy, F. J. R. C. (1991). Effects of prior knowledge on study results and learning processes: Theoretical approaches and empirical evidence, capítulo 2, 23-43.
- Dochy, F. J. R. C., y Alexander, P. (1995). Mapping prior knowledge: A framework for discussion among researchers. *European Journal of Psychology of Education*, 10(3), 225-242.
- Dochy, F. J. R. C., Segers, M., y Buehl, M. (1999). The relation between assessment practices and outcomes of studies: The case of research on prior knowledge. *Review of Educational Research*, 69(2), 145-186.
- Fuentes-Lara, Maximiliano de las, Aguilar-Salinas, Wendolyn Elizabeth, y Justo-López, Araceli Celina. (2021). Examen colegiado de cálculo diferencial. El caso de una universidad pública de México. *Perfiles educativos*, 43(172), 124-141. Epub 31 de enero de 2022.
<https://doi.org/10.22201/issue.24486167e.2021.172.59758>
- Goris, T. V., y Dyrenfurth, M. J. (2010). Students' misconceptions in science, technology and engineering. Purdue University. En: <http://ilin.asee.org/Conference2010/Papers2010.html>
- Gutiérrez, A. (2017). Examen diagnóstico de la materia de cálculo diferencial. En:
<https://es.scribd.com/document/338362416/Examen-Diagnostico-de-La-Materia-de-Calculo-Diferencial>
- Hailikari, T. (2009). *Assessing university students' prior knowledge: Implications for theory and practice* (Tesis doctoral). University of Helsinki, Department of Education Research Report, Finlandia.
- Haladyna, T. M., Downing, S. M., & Rodriguez, M. C. (2002). A review of multiple-choice item-writing guidelines for classroom assessment. *Applied measurement in education*, 15(3), 309-333.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Londres y Nueva York: Routledge, Taylor & Francis Group, 39-53.
- Hernández, R., Fernández C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. McGraw Hill. Pp.110-111 y 196-270.
- Herrera, A., (2020). Examen diagnóstico de cálculo diferencial. En:
<https://quizizz.com/admin/quiz/5e3c56d8ca4fea001bdc7509/examen-diagnostico-calculo-diferencial>



- Ibarra-Sáiz, M. S., y Rodríguez-Gómez, G. (2020). Aprendiendo a Evaluar para Aprender en la Educación Superior. *Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa*, 13(1), 5–8. Recuperado a partir de <https://revistas.uam.es/riee/article/view/12070>
- Kerlinger, F., y Lee, H. (2002). *Investigación del Comportamiento, Métodos de Investigación en Ciencias Sociales*; Mc Graw Hill Ed. Pp.35-50, 565-683.
- Landero, R. y González, M. (2006). *Estadística con SPSS y Metodología de la Investigación*. DF, México: Editorial Trillas, p.156. ISBN: 968-24-7551-1
- Larson, R. (2018). *Matemáticas 1: Cálculo Diferencial*. México. McGraw-Hill. (1ª. Ed.)
- Leithold, L. (2009). *El Cálculo con Geometría Analítica*. México. Oxford, University Press.
- Liveworksheets, (2023). Evaluación diagnóstica de álgebra. En: <https://es.liveworksheets.com/fn1181895bj>
- Malamed, C. (2010). 10 rules for writing multiple choice questions. En: http://theelearningcoach.com/elearning_design/rules-for-multiple-choice-questions/
- Marzano, R. (2004). *Building background knowledge for academic achievement: research on what works in schools*. Alexandria, VA: ASCD, 1-16.
- McClelland, J. L. (2013). Incorporating rapid neocortical learning of new schema-consistent information into complementary learning systems theory. *Journal of Experimental Psychology General*, Stanford University, 142(4), 1-19. DOI: 10.1037/a0033812
- McNeil, N. M. (2008). Limitations to teaching children $2+2=4$: Typical arithmetic problems can hinder learning of mathematical equivalence. *Child Development*, 79(5), 1524-1537.
- Meltzer, D. (2002). The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible “hidden variable” in diagnostic pretest scores. *American Association of Physics Teachers*. DOI: 10.1119/1.1514215 En: <http://people.physics.tamu.edu/>
- Mosquera Ríos, M. A., y Vivas Idrobo, S. J. (2017). Análisis comparativo de software matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial. *Plumilla Educativa*, 19(1), 98–113. <https://doi.org/10.30554/plumillaedu.19.2476.2017>



- Mustafa, B., y Deris, S. (2009). *How prior knowledge affects user's understanding of system requirements?*. Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology (38).
- OECD (2004). Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003. Paris: OECD. 104.
- Purcell, E., y Varberg, D. (1993). *Calculo diferencial e integral*, Vol. I. Sexta edición.
- Quijano, I., Chan, M., Amaya, E., Balan, J., Canepa, M., Hernández, I., Zavala, B. y Zetina, J., (2016). Compilación de ejercicios para resolver reactivos de la prueba planea 2016. Universidad Autónoma de Campeche.
- Rojas Maldonado, E. R., y Toscano Galeana, J. (2021). Instrumento para evaluar los conocimientos matemáticos previos para la enseñanza del concepto de límite durante la pandemia SARS-CoV-2. RIDE. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 11(22).
- Roschelle, J. (1995). Learning in interactive environments: Prior knowledge and new experience. En: Falk, J., y Dierking, L., *Public institutions for personal learning: Establishing a research agenda*. Washington, DC: American Association of Museums, 37-51.
- Sagastizabal, M., Perlo, C., Pivetta, B., y San Martín, P. (2009). *Aprender a enseñar en contextos complejos: Multiculturalidad, diversidad y fragmentación*. Buenos Aires-México: Noveduc, 14, 135-166.
- Shapiro, A. M. (2004). How including prior knowledge as a subject variable may change outcomes of learning research. *American Educational Research Journal*, 41(1), 159-189.
- Simon Fraser University, (2017). *Calculus Workshop*, Math 151, 152 & 251. Department of Mathematics. En: <https://www.sfu.ca/math/undergraduate/current/workshops/midterm-and-final-exam-samples.html>
- Smith III, J. P., Disessa, A. A., y Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Stewart, J. (2013). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. (7ª. Ed.). México. Cengage Learning.
- Stewart, J. (2022) *Cálculo I: Problemas y soluciones* (1ª Edición). México. Cengage Learning.
- Sulaiman, F. (2013). Students' reflections: a case study on problem-based learning approach in Malaysia. *Scottish Journal of Arts, Social Sciences and Scientific Studies*, 11(1), 37-48.



TecNM, (2017). Programa de la materia Cálculo Diferencial. En:

<https://www.tecnm.mx/?vista=Normateca>

Thompson, R. A., y Zamboanga, B. (2004). Academic Aptitude and Prior Knowledge as Predictors of Student Achievement in Introduction to Psychology. *Journal of Educational Psychology*. 96(4), 778–784. DOI: 10.1037/0022-0663.96.4.778.

Tinto, V. (1992). *El abandono de los estudios superiores: una nueva perspectiva de las causas de abandono y su tratamiento*. Cuadernos de planeación universitaria, 3ra época, año 6, no.2. Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) Versión en español de la obra en inglés titulada: Leaving College. Rethinking the causes and cures of student attrition. Chicago, Illinois: University the Chicago press.

Varsity Tutors, (2007). *Calculus Diagnostic*. En

https://www.varsitytutors.com/calculus_1_diagnostic_1-problem-7741

Villa, C., (2011). Taller diagnóstico cálculo diferencial. Instituto Tecnológico Metropolitano. En:

<https://es.scribd.com/doc/48910222/Taller-Diagnostico-Calculo-Diferencial>

