

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), septiembre-octubre 2025,
Volumen 9, Número 5.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i5

VIABILIDAD FINANCIERA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN COMPLEMENTANDO CON OPCIONES REALES Y LÓGICA DIFUSA

FINANCIAL VIABILITY OF INVESTMENT PROJECTS
COMPLEMENTING WITH REAL OPTIONS AND FUZZY LOGIC

Jose Antonio Arnez Gutierrez

Universidad Católica Boliviana “San Pablo”, Santa Cruz, Bolivia.

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i5.20654

Viabilidad financiera de proyectos de inversión complementando con opciones reales y lógica difusa

Jose Antonio Arnez Gutierrez ¹

Jarnez.g@ucb.edu.bo

<https://orcid.org/0009-0004-3198-7765>

Universidad Católica Boliviana “San Pablo”, Santa Cruz, Bolivia.

Centro de Innovación y Emprendimiento, CIE

Santa Cruz, Bolivia

RESUMEN

La valoración de proyectos de inversión de vida económica larga un factor determinante en la actualidad es la incertidumbre siendo esta mayor al riesgo en las decisiones, generando un proceso complejo y costoso que requiere actualización y renovación de la información, entonces los métodos tradicionales (VAN, TIR) en su condición pasiva no ofrecen esa flexibilidad estratégica que los administradores requieren al ejecutar una pro-active management de manera oportuna. Las opciones reales presentan una alternativa de análisis, cuya visión en prospectiva tiene la posibilidad y probabilidad de oportunidades futuras por lo tanto maximizar la inversión del proyecto, pero de forma cuantitativa quedando una parte de la información cualitativa aspecto que cubre la lógica borrosa, por el método binomial multiperiodo (fuzzy real option). Los resultados de aplicar la formulación matemática en un estudio de casos con definición de limitaciones como todo modelo, demuestra que el VAN dinámico (van tradicional +van opciones reales) proporciona una visión más amplia y permite gestionar las estrategias y decisiones con mayor alcance y de manera estratégica.

Palabras Clave: Difuso, binomial, opciones reales

¹ Autor principal

Correspondencia: Jarnez.g@ucb.edu.bo

Financial viability of investment projects complementing with real options and fuzzy logic

ABSTRACT

In the valuation of investment projects with a long economic life, a determining factor at present is uncertainty, which is greater than the risk in decisions, generating a complex and expensive process that requires updating and renewal of information, so traditional methods (NPV, IRR) in their passive condition do not offer that strategic flexibility that managers require when executing pro-active management. The real options present an alternative of analysis, whose vision in prospect has the possibility and probability of future opportunities, therefore maximizing the investment of the project, but in a quantitative way, leaving a part of the qualitative information, an aspect that covers the fuzzy logic, by the multiperiod binomial method (fuzzy real option). The results of applying the mathematical formulation in a case study with definition of constraints like any model, shows that the dynamic NPV (traditional NPV + real options NPV) provides a broader vision and allows strategies and decisions to be managed with greater scope and in a strategic way.

Keywords: Fuzzy, binomial, real options

Artículo recibido 18 setiembre 2025

Aceptado para publicación: 05 octubre 2025



INTRODUCCION

La decisión de inversión en proyectos depende del nivel de incertidumbre sobre condiciones dinámicas del mercado, el método tradicional (estático) no permite modificar sus bases de proyección del flujo de caja donde los activos involucrados se orientan de forma pasiva y sin valor agregado al no tener reacción a los cambios emergentes, es decir se consideran sobre bases de certeza de ocurrencia pero que se soslayan con los análisis de sensibilidad, criterio del valor esperado, arboles de decisión, y técnicas de simulación de Montecarlo, entonces esta condición determina la complejidad de cuantificar económicamente los beneficios derivados del proyecto.

Bajo el criterio del Valor presente neto (VPN) un nuevo proyecto se acepta o rechaza si $VPN > 0$ o $VPN < 0$, y otros como la TIR, es aceptado o rechazado de forma rígida y pasiva, entonces los planes de inversión no se modifican entonces son irreversibles, la teoría de opciones reales (proyectos de inversión) permite valorar la flexibilidad con una visión prospectiva de posibles y probables cambios de los escenarios de futuro de forma dinámica y continua en el ciclo de vida de un proyecto sean estos de orden privado o público, se debe incorporar matemáticamente esa flexibilidad estratégica en la decisión y de esta manera complementar a los métodos tradicionales.

Las opciones reales surgen con (Myers S, 1977) a partir de la condición paralela de una opción financiera, siendo la primera como un derecho según su tipo; para (Lamothe, 2003) sería: Diferir, también Invertir/crecer/expandir, y Reducción/venta/desinversión, en esta misma lógica el valor presente de los flujos descontados de caja vienen a ser por analogía el valor del activo subyacente, entonces el precio de ejercicio sería la inversión necesaria del proyecto en cuestión, también hay una fecha o periodo de vencimiento que sería el horizonte de la inversión y su recuperación. Para (Venegas, 2008, pág. 800), destaca que la comprensión de la teoría de opciones reales se debe recurrir a los publicado por Avinash K. Dixit y Robert S. Pindyck: Inversion bajo incertidumbre, y lo relacionado al tema por Eduardo Schwartz y Lenos Trigeorgis, en este contexto propone una singular valoración matemática de decisión por opción de posponer un proyecto, por diversas razones como lo señala el autor: mayor publicidad, más investigación y desarrollo, se aumenta la producción, se abandona por VPN negativo, etc., consecuentemente si la inversión inicial (I_0) en $t=0$ hoy se pospone para $t=1$, asumiendo que la decisión de invertir es irreversible su recuperación tiende a cero, cuyo costo de

producción es $P > 1$, con precio en el mercado en cualquier horizonte de tiempo con una caminata aleatoria de p y $1-p$, esto reforzaría la siguiente expresión: F (flujo de efectivo esperado) = $p(P+1) + (1-p)(P-1) = 2p+P-1$, suponiendo que el cálculo de $Wacc=r$ se aplica para descontar los flujos de caja futuros (incluiría en condiciones objetivas el riesgo país para países emergentes y en vías de desarrollo es determinante este aumento para inversiones extranjeras) tendríamos:

$$VPN = -I_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{2p+P-1}{(1+r)^t} = -I_0 + (2p+P-1) \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} = -I_0 + (2p+P-1)(r+1)/r$$

Si la inversión se pospusiese a un periodo $t=1$, la alternativa de VPN se modifica en busca de la maximización:

$$VPN' = p \text{Max} \left(\frac{-I_0}{1+r} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{P+1}{(1+r)^t}, 0 \right) + (1-p) \text{Max} \left(\frac{-I_0}{1+r} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{P-1}{(1+r)^t}, 0 \right)$$

$$VPN' = p \text{Max} \left(\frac{-I_0 + (P+1)(r+1)/r}{1+r}, 0 \right) + (1-p) \text{Max} \left(\frac{-I_0 + (P-1)(r+1)/r}{1+r}, 0 \right)$$

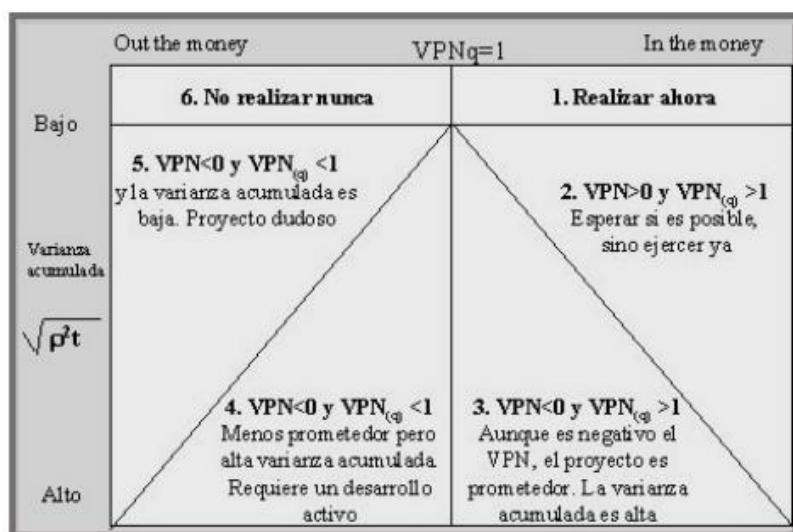
$$VPN' = p \text{Max} \left(\frac{-I_0}{1+r} + \frac{P+1}{r}, 0 \right) + (1-p) \text{Max} \left(\frac{-I_0}{1+r} + \frac{P-1}{r}, 0 \right)$$

$P-1 < I_0 \left(\frac{r}{1+r}, 0 \right) < P+1$ entonces $VPN' = p \left(\frac{P+1}{r} - \frac{I_0}{1+r} \right)$, dando lugar a una primera conclusión respecto a $t=1$ se asume que el precio aumenta en $P+1$, y el VPN de los flujos de caja son $(P+1)(r+1)/r$, siendo esta $>$ a la inversión inicial (I_0), lo contrario sería que $I_0 > (P-1)(r+1)/r$, por lo tanto se resume en: $VPN = 2p-1(r+1)/r$, cuando $0 < p < 0.5$ entonces $VPN' = p/r > 0$, y $VPN < 0$, bajo este argumento se entiende que $p=0.5$ y $VPN=0$, por lo tanto $VPN'=VPN + c$ donde el valor de $c=0.5r$ que sería el valor actual de la opción real si se pospone un periodo $t=1$

En relación a los tipos de opciones reales, (Pareja, 2016) sugiere además Cambiar: derecho de permutar dos tipos de operaciones por un costo determinado, considerando que la inversión no sea mayor al VAN tradicional, y de tipo Compuesto: como una combinación múltiple de opciones, a realizar de forma independiente, simultanea o secuencial, es para resaltar que la investigación de (Manotas, 2001) plantea analizar la zona de decisión según la posición del VAN tradicional considerando la evolución de la volatilidad y otros relacionados cuya descripción grafica del mapa es como sigue:

Gráfico No. 1

Análisis de posición opciones en resultados de VAN



Nota: Obtenido de (Manotas, 2001, pág. 15)

Es preciso señalar que las opciones reales tienen limitaciones, según (Lamothe, 2003) donde no exista flexibilidad operativa este método no aporta valor, esta misma apreciación lo corrobora (Guajardo T, 2001) que expone una perspectiva de aplicación desde la gestión pública y presenta una exclusión de tipos de proyectos: Intangibles como seguridad nacional, integración nacional o regional, efectos del clima y medio ambiente, apreciación nivel de población y similares, mientras que las no cuantificables serían de salud, educación, judiciales, carcelarias y deportivas.

La selección del tipo de proyecto a ser analizado por opciones reales está ligado al grado de incertidumbre, posibles opciones de futuros del mismo proyecto y la disponibilidad de la información, es decir (Guajardo T, 2001) menciona que en la incertidumbre se pueda materializar las estrategias operativas en forma de opciones.

La incorporación de la lógica difusa en este contexto refuerza los resultados según las variables de antecedente y consecuente para establecer las bases de un sistema difuso, una fortaleza es que permiten dar un intervalo de valores posibles de las opciones reales o proyectos, otorgando al manager una pauta de decisión respecto al futuro de los resultados, es así que el VAN tradicional o estático sumado al VAN opciones reales, dan como resultado un VAN dinámico.

Las opciones reales tienen las siguientes combinaciones:

Tabla No. 1 Las posiciones básicas de opciones reales

Opción	Característica	Tipo de industria
Expandir	Si las condiciones de mercado son mejores a las esperadas se presenta la alternativa de extender el ciclo de vida del proyecto, expandir la capacidad. De lo contrario se puede contraer o reducir.	Industrias cíclicas, comerciales e inmobiliarias.
Abandonar	Si las condiciones de mercado desmejoran notablemente la gerencia puede decidir abandonar el proyecto y desprenderse del capital y el resto de los activos existentes.	Industrias con inversión intensiva en capital físico (transporte aéreo, terrestre o introducción de nuevos productos en el mercado)
Cierre temporal	Si mantener operativo el proyecto es desfavorable la gerencia puede cerrar temporariamente las operaciones	Recursos naturales (Industria minera)
Crecer	Un proyecto inicial en I+D o una inversión estratégica es un requisito inicial para una cadena de proyectos interrelacionados, oportunidades futuras de crecimiento	Todas las industrias que involucren procesos secuenciales (electrónicas, químicas, hidrocarburos).
Aplazar/Diferir	La gerencia posee un arrendamiento (u opción de comprar) tierras para emprendimiento. Puede ver si el precio del producto evoluciona para construir la planta.	Extracción de recursos naturales, inmobiliarias, industrias farmacológicas, etc.
Intercambio	Si los precios de mercado cambian la gerencia puede cambiar la mezcla de productos ofrecida. Si los precios de los	Industrias en procesos diversificados u oferta de mezcla de productos.

	insumos se modifican, puede alterarse la tecnología o los insumos aplicados	
Default / venta	Si las ganancias no son las esperadas o necesarias para sostener el proyecto y el valor del mismo (los flujos de fondos) disminuyen por debajo de la deuda exigible se ingresa en estado de cesación de pagos	Todas las firmas apalancadas (con deuda)
Escalonado	Si la firma genera beneficios por debajo de lo esperado, el inversor de riesgo (venture capital) tiene la opción de salida	Emprendimientos de riesgo. Proyectos de crecimiento en mercados emergentes.

Nota: Obtenido de (Ferreira, 2015, pág. 81)

La lógica difusa incluye un análisis de la valoración de proyectos de inversión con la teoría de opciones reales que se fundamenta en su aporte multivariado al tratar de cuantificar la incertidumbre, misma que se basa en el precepto de “Todo es cuestión de grado”, entre sus ventajas tenemos: conceptualmente de fácil comprensión, tolerante a datos imprecisos, modelar funciones no lineales de arbitraria complejidad, combinan con técnicas de control convencionales, de fácil dependencia de las variaciones de funciones de pertenencia, además de ser versátil a las modificaciones.

METODOLOGIA

Modelo Binomial difuso

Existe una convergencia del modelo binomial y las opciones fundamentadas por Black-Scholes respecto al teorema del límite central, de la distribución normal a la binomial cuando el número de repeticiones tiene a infinito así lo expone (Venegas, 2008, pág. 240), sobre el procedimiento con enfoque probabilístico para calcular el valor esperado del pago a fecha de vencimiento de la opción, para (Acosta-Rueda, 2020, pág. 121) establece que tres modelos binomiales han logrado probar su consistencia.

En un esfuerzo de comparación de modelos de valoración (Cepeda Vega, 2022, págs. 34-35), concluye que las aproximaciones entre Black-Scholes, Cox-Ross-Rubinstein con árbol binomial y trinomial, y el

modelo de Duan aplicados, utilizan la volatilidad histórica o desviación estándar del activo o retornos del activo del activo que se mantiene constante para calcular el valor de la opción, excepto el modelo de Duan cuya postura asume volatilidad mediante el proceso GARCH - Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (encuentra la volatilidad promedio a medio plazo mediante una autorregresión que depende de la suma de perturbaciones rezagadas y de la suma de varianzas rezagadas) según los datos históricos para calcular la volatilidad futura hasta cada plazo de vencimiento. a periodos de 30, 90 y 120 días, los resultados son similares en su valoración asumiendo que estos tienen asimetría y curtosis definidas.

La técnica binomial se sustenta sobre la base de cambios ascendentes y descendentes considerando la valoración neutral al riesgo, entendiendo que la misma se sustenta en una caminata aleatoria de un proceso estocástico, para (Cox, 1979) pioneros de esta metodología. Siguiendo el trabajo de (Acosta-Rueda, 2020, págs. 102-105), quien presenta una importante comparación entre varios modelos alternos de binomial, concluye que los mismos se asemejan y su simplicidad es notoria cuando se aplica comparativamente con otros modelos complementarios.

En su expresión más resumida para (Lamothe, 2003, pág. 111) explica que este método utiliza algoritmos de cálculo numérico, es por ello que (Cox, 1979, págs. 6-8), establece dos movimientos, ascendente y descendente muy aplicables en la toma de decisiones, misma condición se asemeja a cualquiera de los modelos de árbol binomial y trinomial que constituyen una base de probabilidades.

Esta relación de variables se aprecia en un árbol binomial, con periodos de ascenso y descenso probabilístico. En la notación que identifica a las aproximaciones anteriores, “u” es el cambio ascendente, “d” es el cambio descendente, cuando se incluye la volatilidad como factor exponencial por lo expuesto sobre el movimiento geométrico browniano “a” puede ser la constantes “e” expresada en términos exponenciales o desviación estándar de los datos históricos calculados a un periodo específico de tiempo, para (Dumrauf G. , 2003, pág. 231) este valor a puede ser la expresión absoluta de $1 +$ la tasa libre de riesgo o costo de oportunidad, este último se aplica en el contexto de la decisiones de inversión en proyectos, considerando que los ascensos y descensos deben estar sumidos en primera instancia en valoraciones de la volatilidad (desviación estándar) de los datos históricos del activo subyacente.



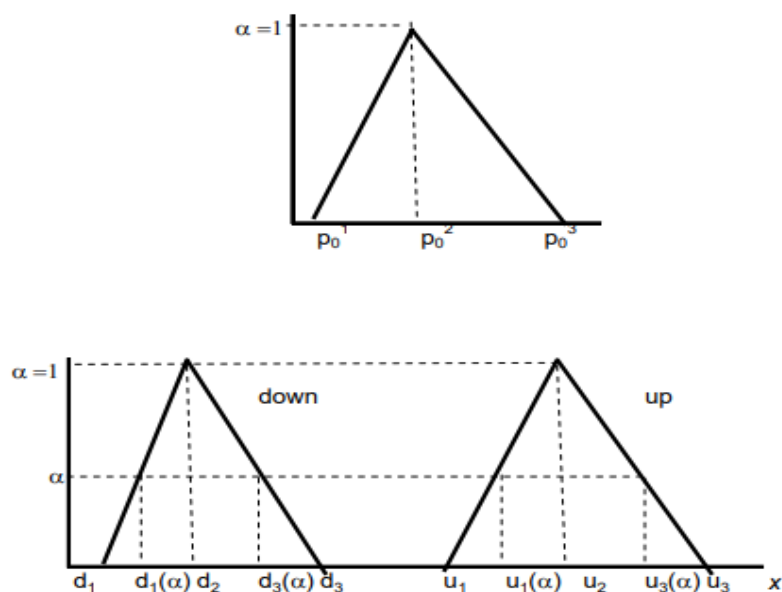
En su forma de valoración de incertidumbre y flexibilidad (Pareja, 2016, pág. 223) presenta un esquema basado en (Copeland, 2003), con un cuadrante de alto valor y flexibilidad están representados por la incertidumbre hacia el futuro y la respuesta de la administración de un proyecto sobre posibles cambios. En relación con las ventajas de este modelo de valoración (Milanesi G. , 2013) explica que entre otras la posibilidad del uso de las escalas semánticas de las decisiones estratégicas y su flexibilidad y lo más determinante la ausencia de información de mercado que impide trabajar con activos similares (gemelos) o carteras replicas como aquellos de base tecnológica, nuevos productos innovadores, empresas de capital cerrado que operan en mercados emergentes.

Consecuentemente se podría argumentar que la lógica difusa o borrosa (fuzzy) concepto introducido por Lofti A. Zaded cuyos argumentos (D'Negri, 2006, pág. 133), explica que la estructura de esta lógica funciona bajo la siguiente implicación: Si X es A entonces Y es B o también $p \rightarrow q$, siendo p el antecedente y q el consecuente, en este sentido explica que dentro de la lógica binaria y multivaluada existen sentencias AND , OR y NOT. Esos escenarios se traducen en las bases de la lógica difusa (fuzzy) según lo explica el autor. Sobre esta base sencilla descansa la valoración y análisis en tiempo continuo fuzzy (MCF), y el que se aplica a esta investigación es más bien de tiempo discreto que básicamente es combinar el árbol binomial con una triangulación borrosa, para poder calcular los movimientos ascendentes (p) y descendentes (1-p). Para la presente investigación lo que se busca es la forma triangular debido a que las inversiones en proyectos tienen tres condiciones: Normales, Expansión y de contracción, de otra manera, normal, optimismo y pesimista.

Para (Muzzioli S., 2004) en el modelo binomial los ascendentes y descendentes máximos/mínimos son llamados crisp o probabilidad exacta pero señala que los cambios son difusos o aproximadamente, en consecuencia, estos intervalos de probabilidades bajo un criterio de riesgo neutral se asumen que: las decisiones de inversión son homogéneas, no hay costos de transacción, impuestos u otras restricciones, no hay arbitraje. EN la siguiente figura se expresa de manera gráfica la posición alcista (up) y bajista (down).

Gráfico No. 2

Distribución de probabilidades binomial de un periodo factor Up/Down



Nota: (Garcia, 2007, pág. 7)

Para (Garcia, 2007) los valores de P_0, P_1, P_2 ya representan la conceptualización de los números borros triangulares con ascendentes (u) y descendentes (d) del modelo binomial, para (Milanesi G. , 2012) son estos factores lo que afectan el valor de la opción cuya base es la volatilidad derivada de activos gemelos financieramente, si no hubiera se debe estimar con el enfoque MAD (riesgos de mercados y privados volatilidad cambiante es decir esta correlacionado consigo mismo) tal condición de tres momentos se convierten en:

$$u = e^{\theta\sqrt{t}} = u_1 u_2 u_3$$

$$e^{(1-Cv)\theta\sqrt{t}}, e^{\theta\sqrt{t}}, e^{(1+Cv)\theta\sqrt{t}}$$

$$d_1 d_2 d_3 = \frac{1}{u_1} \frac{1}{u_2} \frac{1}{u_3}$$

La metodología propuesta por (Garcia, 2007, pág. 8) en el cálculo de las probabilidades neutrales al riesgo aplican un sistema de:

$P_d + P_u = 1$ entonces $P_d \frac{d}{1+r} + P_u \frac{u}{1+r} = 1$, pero en lógica difusa esta trabaja por el corte triangular:

$P_d + P_u = 1$ entonces $P_d \frac{d_1, d_3}{1+r} + P_u \frac{u_1, u_3}{1+r} = 1$, 1 mismos que pueden presentar un sistema de dos

ecuaciones:

$$P_u = \frac{(1+r) - d_1 - \alpha(d_2 - d_1)}{u_1 - \alpha(u_2 - u_1) - (1+r)}$$

$$P_d = \frac{u_1 - \alpha(u_2 - u_1) - (1+r)}{d_1 - \alpha(d_2 - d_1) - (1+r)}$$

$$u_1 - d_1 + \alpha(u_2 - u_1 - d_2 - d_1) \quad u_1 - d_1 + \alpha(u_2 - u_1 - d_2 - d_1)$$

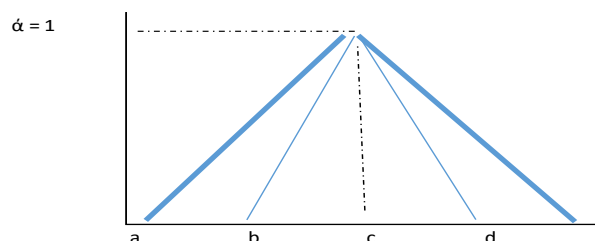
$$P_u = \frac{(1+r) - d_3 - \alpha(d_3 - d_2)}{u_3 - \alpha(u_3 - u_2) - (1+r)} \quad P_d = \frac{u_3 - \alpha(u_3 - u_2) - (1+r)}{u_3 - d_3 + \alpha(u_3 - u_3 - d_3 - d_2)}$$

$$u_3 - d_3 + \alpha(u_3 - u_2 - d_3 - d_2) \quad u_3 - d_3 + \alpha(u_3 - u_3 - d_3 - d_2)$$

El numero borroso de las probabilidades neurales al riesgo se calculan con la primera y segunda derivada, pero asumiendo: $d_1 < d_2 < d_3 < 1 + r < u_1 < u_2 < u_3$. Ssi $0 < P_d < P_d' < 1; 0 < P_u < P_u' < 1$, entonces $P_{d3} \leq X \leq P_{ou1}$, para comprender la valoración de la opción call, (Muzzioli S., 2004) proponen el triángulo donde la opción real presenta incertidumbre solo de lado de la flexibilidad, siendo c el valor del modelo binomial estándar sin ambigüedad, y este valor es más posible en ambas posiciones.

Gráfico No. 3

Ambigüedad del binomial



Nota: Obtenido de (Muzzioli S., 2004)

Entonces la condición de vaguedad presenta tres escenarios sobre la valoración de proyectos de inversión, sin incertidumbre, con incertidumbre y con incertidumbre en la volatilidad.

Modelo binomial multiperiodo difuso y de valoración de proyectos de inversión

En la binomial multiperiodo para “n” periodos conforme a (Garcia, 2007, pág. 14) se tiene: $P_{ou}^{t,j}d^j = (P_{o1}^1d_1^{t,j}, P_{o2}^2d_2^{t,j}, P_{o3}^3d_3^{t,j}u_3^j)$ con $j=1,2,3,4,\dots,t$, cuya representación de binomial borroso tiene condiciones a considerar:

Si hay incertidumbre en la volatilidad, las probabilidades de riesgo neutral son difusos dando lugar al origen del precio del activo (S_0) en crisp (probabilidad exacta) y todos los demás periodos serán borrosos:

$P_{ou}^{t,j}d^j = (P_{o1}^1d_1^{t,j}u^j, P_{o2}^2d_2^{t,j}u^j, P_{o3}^3d_3^{t,j}u^j)$ con $j=1,2,3,4,\dots,t$; por otro lado si la incertidumbre solo se encuentra en los valores de salto y S_0 en considerando para cualquier nodo de decisión se tiene:

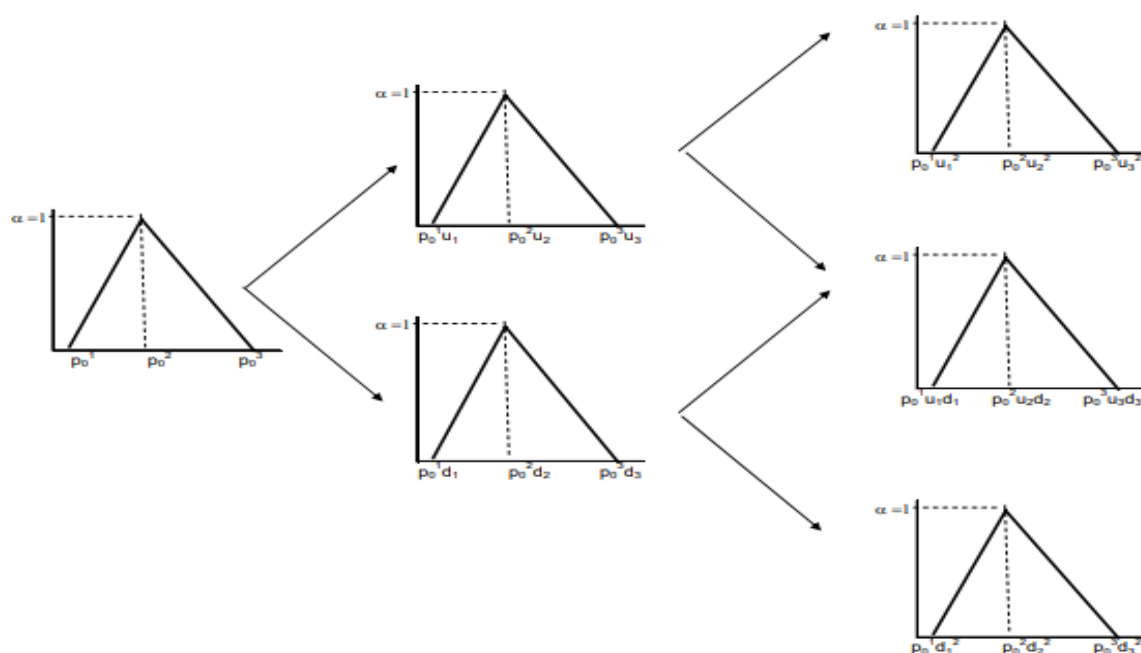
$P_0 u^{t-j} d^j = (P_0^1 d_1^{t-j} u^j, P_0^2 d_2^{t-j} u^j, P_0^3 d_3^{t-j} u^j)$ con $j=1,2,3,4,\dots,t$; y por ultimo si se considera que para la volatilidad y el precio del activo existe incertidumbre considerar:

$P_0 u^{t-j} d^j = (P_0^1 d_1^{t-j} u^j, P_0^2 d_2^{t-j} u^j, P_0^3 d_3^{t-j} u^j)$ con $j=1,2,4,\dots,t$, a esta última expresión se le conoce como el argumento hedging en tiempo discreto. Para (Garcia, 2007) los activos reales se deben valorar en forma conjunta ambas opciones call y put y su valor no es aditivo, dando lugar a la valoración por opciones compuestas, por eso el binomial multiperiodo refuerza la idea central sobre el valor actual debe obtenerse de distintas formas.

Los proyectos de inversión sean estos de orden privado, público o mixto llevan un preparación, evaluación e implementación que hace de la gestión gerencial un pro active management determinante sobre la recuperación del capital involucrado. Para el autor (Sapag, 2011, pág. 26), la evaluación de proyectos, en este contexto, se debe entender como un modelo que facilita la comprensión del comportamiento simplificado de la realidad, por lo que los resultados obtenidos, aunque son útiles en el proceso decisional, no son exactos, en este sentido existen una gran variedad de enfoques, siguiendo al mismo autor presenta un valoración de riesgo medido por cálculos de Cristal Ball que permiten obtener la volatilidad expresada en la desviación estándar, aporte importante en la metodología propuesta.

Gráfico No.4

Distribución de probabilidades binomial: dos periodos



Nota: Obtenido de (Garcia, 2007)

A criterio de (Milanesi G. , 2012, pág. 213), los modelos borrosos se encuentran en tres estados: en tiempo continuo (Fuzzy), escenarios (Fuzzy pay off method) y de tiempo discreto (fuzzy), las principales diferencias radican en el uso de los conjuntos difusos, el primero aplica el modelo trapezoidal, el segundo triangular y el tercero una combinación de los anteriores respecto a los movimientos ascendentes y descendentes. Esta distribución ingresa en el campo estocástico precisamente en el movimiento geométrico browniano, cuyos rendimientos proyectados del activo son normales.

Como el modelo se caracteriza por la incertidumbre por posibilidad al estimar la volatilidad se aplica el Coeficiente de Variación (Cv) según (Liao, 2010) representa la opinión de los expertos en relación a las condiciones favorables o desfavorables respecto a la máxima posibilidad, que puede ser muy próxima a la medida de riesgo calculada como la volatilidad misma que es derivada de la cartera de activos financieros gemelos. En el contexto de la incertidumbre se tienen tres fuentes: Información incompleta, modelos estadísticos-matemáticos inexactos o de aplicación antigua que no ofrecen soluciones al mundo actual de los negocios. Para (D'Negri, 2006, pág. 129) expone que la motivación de la incertidumbre en este sentido es más orientado a la ambigüedad de la información, está asociado a no poseer un valor exacto.

CASO DE APLICACIÓN

En concordancia con (Brandao, L.-Dyer, J.-Hahn, W., 2005) y realizando variantes como por ejemplo la simulación de 50.000 corridas en Cristal Ball para obtener la volatilidad del proyecto en comparación a lo sugerido por (Milanesi G. , 2013), la tasa libre de riesgo de 5% y manteniendo los mismos parámetros de origen: Concesión y explotación de un yacimiento petrolero de alianza mixta (público 25% de inversión y privado 75%) a 10 años , cuyas bases de cálculo del flujo de caja son: Decrecimiento de la producción anual del 15%, aumento del precio en 3% anual siendo de 65\$ por turril , aumento en costos de explotación 2% anual siendo \$50, costos fijos en 5 millones anuales, amortización de la inversión de 300\$ millones a 10 años, no hay deuda.

La flexibilidad estratégica se valora en: a) Continuar la explotación hasta el décimo periodo sin variación alguna, b) vender la explotación a valor fija de 100 millones, y c) comprar la participación estatal en \$us40 millones más un incremento del 4/3 de los ingresos. Para la proyección de los flujos de caja se tiene la primera rejilla de valoración bajo el método tradicional:



Tabla No. 2

FLUJO DE CAJA PROYECTADO											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Inversion amortizada 10 años	300										
Produccion		9.00	7.65	6.50	5.53	4.70	3.99	3.39	2.89	2.45	2.08
Precio		66.95	68.96	71.03	73.16	75.35	77.61	79.94	82.34	84.81	87.35
Costo Variable		51.00	52.02	53.06	54.12	55.20	56.31	57.43	58.58	59.75	60.95
INGRESOS		602.55	527.53	461.85	404.35	354.01	309.94	271.35	237.57	207.99	182.10
COSTOS PRODUCCION		459.00	397.95	345.03	299.14	259.35	224.86	194.95	169.02	146.54	127.05
COSTOS FIJOS		5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
FLUJO CAJA		138.55	124.58	111.83	100.22	89.66	80.08	71.40	63.54	56.45	50.04
MENOS											
PARTICIPACION ESTADO 25%		34.64	31.14	27.96	25.05	22.42	20.02	17.85	15.89	14.11	12.51
FCF(FLUJO CAJA LIBRE)	443.83	103.91	93.43	83.87	75.16	67.25	60.06	53.55	47.66	42.34	37.53
Vt Valor actual total		492.60	428.81	368.58	311.81	258.39	208.21	161.15	117.10	75.93	37.53
RfL = FFL/Vt		21.09%	21.79%	22.76%	24.11%	26.02%	28.85%	33.23%	40.70%	55.75%	99.99%

Nota: Elaboración propia

El valor Vt representa la proporción descontada a valor difuso proyectado para ello se aplica según (Milanesi G. , 2013, pág. 215) la siguiente expresión:

$$1) \quad V_t = (V_{t-1}u * (1-Rft); (V_{t-1} d*(1-Rft)),$$

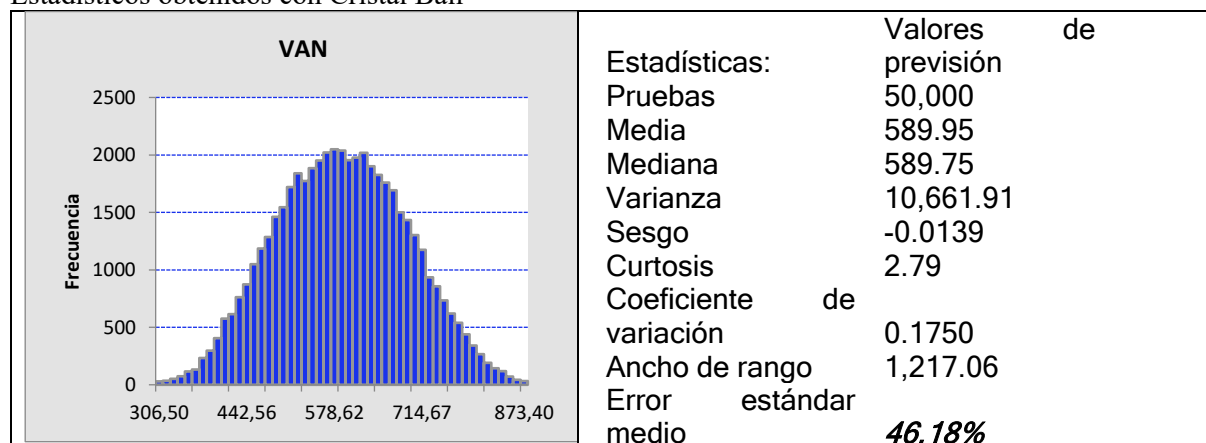
Seguidamente se obtiene la ratio Rft de los fondos a valor presente de cada periodo:

$$2) \quad RfL = FFL/V_t,$$

Para la construcción de la primera rejilla es necesario que las simulaciones en Cristal ball estas sujetas a discreción y criterio del analista, consecuentemente esta condición puede variar aun con el número de simulaciones y la forma de incorporar las decisiones de cada corrida, mismos que nos reporta una situación como la siguiente:

Tabla No. 3

Estadísticos obtenidos con Cristal Ball



Nota: Elaboración propia

Al obtener la volatilidad según simulaciones que son estrictamente a criterio del analista, y que los mismos pueden cambiar según las ponderaciones de las entradas de los supuestos ya sean triangulares, gaussianos u otros serán determinantes en el modelo a seguir.

Tabla No. 4

Valores ascendentes y descendentes

VOLATILIDAD θ	46.18%
u	1.58693
d	0.63015
1+rf	1.0500
Rf	0.0500
p	0.43882
1-p	0.56118

Nota. Elaboración propia

Para la construcción de la primera rejilla debe considerarse que cada nodo se oriente de abajo hacia arriba o viceversa, encontrando el valor medio que corresponde al binomial clásico, para cada periodo debe encontrar u_1, u_2, u_3 , tomando en cuenta el coeficiente de variación $\pm CV = 15\%$.

TABLA No. 5

Parámetros de binomial fuzzy

u		d		P		1-p	
u1	1.4807	d1	0.67536	Pu1	0.4652	1-Pu1	0.5348
u2	1.5869	d2	0.63016	Pu2	0.4388	1-Pu2	0.5612
u3	1.7008	d3	0.58796	Pu3	0.4152	1-Pu3	0.5848

Nota: Elaboración propia

Para la triangulación borrosa se considera 1= peor, 2= base, 3=mejor, sus parejas equivalentes estarán bajo la siguiente relación:

$$Pu * Pd = (Pu_3, Pd_1); (Pu_2, Pd_2); (Pu_1, Pd_3)$$

o

$$Pu * Pd = (\text{mejor}, \text{Peor}); (\text{base}, \text{base}); (\text{peor}, \text{mejor}).$$

Se considera en periodos pares el punto medio al ascendente como repetición; mientras que para periodos impares se trabaja para todos los nodos sin repetición, Con los valores de “u” y “d”, se puede construir los parámetros del modelo binomial fuzzy sabiendo que:

Tabla No. 6

Proyección de VAN tradicional con binomial

V_{t0}	V_{t1}	V_{t2}	V_{t3}	V_{t4}
VAN	u1	u1	u1	u1
	u2	u2	u2	u2
	u3	u3	u3	u3
	d1	u1	u1	u1
	d2	u1	u2	u2
	d3	u1	u3	u3
		d1	d1	u1
		d2	d2	u1
		d3	d3	u1
			d1	d1
			d2	d2
			d3	d3
				d1
				d2
				d3

Nota: Elaboración propia

La construcción de la primera rejilla se trabaja de izquierda a derecha y se aplica por medio de la siguiente expresión:

$$V_t = V_{t-1} * u_{1a3} ; V_{t-1} d_{1a3}$$

Tabla No. 7

Rejilla binomial borrosa del VAN tradicional

NODOS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	444	657	768	889	1,017	1,143	1,252	1,319	1,304	1,145	750
2		704	882	1,095	1,342	1,616	1,897	2,142	2,269	2,136	1,500
3			755	1,013	1,348	1,770	2,285	2,875	3,479	3,951	2,999
4			300	350	406	464	521	571	602	595	522
5				280	350	435	533	642	753	851	901
6					261	350	466	612	790	994	1,203
7						160	185	212	238	260	274
8							139	173	212	255	299
9								121	161	212	273
10									84	96	108
11										69	84
12											56
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											
32											
33											
	1	3+3	6+3	9+3	12+3	15+3	18+3	21+3	24+3	27+3	30+3

Nota: Elaboración propia

Seguidamente la segunda rejilla involucra el índice de Rft calculado según la proyección del flujo de caja descontado a la tasa libre de riesgo y requieren la siguiente expresión aplicar en cada casilla del nodo de los datos obtenidos de la rejilla anterior:

$$Rft = V_{t-1}(u_{1a3}) * Rft ; V_{t-1}(d_{1a3}) * Rft$$

En esta investigación se plantea una variante, en la lógica de encontrar la postura financiera sobre a mayor avance del proyecto el VAN extendido es menor, puesto que las probabilidades de los escenarios están concentradas en el abandono, mas que en continuidad o expansión por otro lado, lo contrario sucedería si las estrategias se tomasen en un avance del 40% (año 4)

Tabla No. 8

Rejilla binomial difusa de los flujos de caja

NODOS	Rft₁	Rft₂	Rft₃	Rft₄	Rft₅	Rft₆	Rft₇	Rft₈	Rft₉	Rft₁₀
1	139	167	202	245	297	361	438	531	638	750
2	149	192	249	323	420	547	712	924	1,191	1,499
3	159	221	307	427	595	829	1,156	1,608	2,222	2,999
4	63	76	92	112	136	165	200	242	291	342
5	59	76	99	128	167	217	283	367	473	595
6	55	76	106	148	206	287	400	556	768	1,037
7		35	42	51	62	75	91	110	133	156
8		30	39	51	66	86	112	146	188	236
9		26	37	51	71	99	138	192	266	358
10			19	23	28	34	42	50	61	71
11			16	20	26	34	45	58	75	94
12			13	18	25	34	48	66	92	124
13				11	13	16	19	23	28	32
14				8	10	14	18	23	30	37
15				6	8	12	17	23	32	43
16					6	7	9	10	13	15
17					4	5	7	9	12	15
18					3	4	6	8	11	15
19						3	4	5	6	7
20						2	3	4	5	6
21						1	2	3	4	6
22							2	2	3	3
23							1	1	2	2
24							1	1	1	2
25								1	1	1
26								1	1	1
27								0	0	1
28									1	1
29									0	0
30									0	0
31										0
32										0
33										0

Nota: Elaboración propia

Para la construcción de la siguiente rejilla debe seguirse de manera secuencial de último periodo hacia uno anterior V_t hacia V_{t-1} , hasta el periodo donde se decida aplicar las opciones reales, para el presente caso de estudio es año 5 y año 7, por lo tanto siguiendo la secuencia según (Milanesi G. , 2013), debemos reformular de la siguiente manera entre los periodos 10 a 6, tomando en cuenta que los valores del último año de proyección se repiten.

$$V_t = \{ Rf_t + (1+rf)^{-1} [V_{t-1} * Pu_3 + (Pd_1) * V_{t-1}] \} + (Rf_t + (1+rf)^{-1} [V_{t-1} * Pu_2 + (Pd_2) * V_{t-1}] + Rf_t (1+rf)^{-1} [V_{t-1} * Pu_1 + Pd_3 * V_{t-1}] \}$$

Al llegar al periodo sujeto a valoración de opciones según las estrategias definidas se tiene:

Continuar: $FCF_t + (1+rf)^{-1} [V_{t-1} * u_{t+1} * p + V_{t-1} * d_{t+1} * (1-p)]$

Expandir: $FCF_t - Inversion + (1+rf)^{-1} * 4/3 * [V_{t-1} * u_{t+1} * p + V_{t-1} * d_{t+1} * (1-p)]$

Abandonar: $FCF_t + Venta$

Tabla No. 9

Decisiones por opciones reales valoración para cada nodo

E	ABANDONAR	397	461	538	1
	CONTINUAR	1,014	1,637	2,707	
	EXPANSION	1,185	1,965	3,319	
E	ABANDONAR	236	267	306	2
	CONTINUAR	462	650	936	
	EXPANSION	513	750	1,115	
C E	ABANDONAR	162	166	171	3
	CONTINUAR	208	255	320	
	EXPANSION	207	268	353	
A	ABANDONAR	128	126	125	4
	CONTINUAR	95	102	112	
	EXPANSION	67	76	89	
A	ABANDONAR	113	110	108	5
	CONTINUAR	44	41	38	
	EXPANSION	3	0	2	
A	ABANDONAR	106	104	103	6
	CONTINUAR	20	16	13	
	EXPANSION	26	30	34	

Nota: Elaboración propia

Las opciones reales, tienen previsto para el periodo cinco (5) tres condiciones que deberán ser reflejadas en la rejilla binomial difusa final, cada proyección puede contar con una variante distinta que debe ser analizada previamente por los managers, en función de las oportunidades futuras y condiciones macro o microeconómicas a considerar.

Los periodos 4 a 1 se continua con la aproximación anterior, pero ya incluyendo los resultados de las opciones reales en periodo 5, seguidamente incluimos una aproximación de $E(v) = \int_0^1 (1 - \lambda)V1(\partial) + \lambda V3(\partial) d\partial$, donde λ es el factor de ponderación de (Yoshida Y, 2006) como la condición de optimista – pesimista por la percepción subjetiva del agente de decisión, misma que sirve de análisis de sesgo positivo del triangular borroso $E(v)$ como Área de la derecha / (área derecha +área izquierda) de un triángulo difuso, dejando en definitiva: $E(v) = (1-\lambda)V1 + V2 + \lambda V3 / 2$

Tabla No. 10

Rejilla binomial difusa de las opciones reales del proyecto

NODOS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 V1 MINIMO	363	562	668	802	975	1,185	1,120	1,209	1,227	1,109	750
2 V2 BASE	482	748	946	1,208	1,546	1,965	1,898	2,142	2,269	2,135	1,499
3 V3 MAXIMO	681	1,054	1,409	1,889	2,518	3,319	3,274	3,846	4,232	4,128	2,999
4		276	314	359	420	513	511	552	561	506	342
5		318	382	467	585	750	754	852	902	848	595
6		384	486	631	838	1,115	1,132	1,329	1,463	1,427	1,037
7			173	187	198	207	233	252	256	233	156
8			186	206	230	268	299	338	359	339	236
9			204	233	277	353	391	460	506	493	358
10				127	131	128	106	115	116	105	71
11				130	132	126	119	134	142	134	94
12				134	133	125	135	159	175	171	124
13					109	113	48	52	53	48	32
14					110	110	47	53	56	53	37
15 C1					111	108	47	55	61	59	43
16						106	22	24	24	22	15
17						104	19	21	22	21	15
18 BASE ARL						103	16	19	21	21	15
19 BASE ARD							10	11	11	10	7
20							7	8	9	8	6
21 Indice Lambda =				1			6	6	7	6	6
22								5	5	5	3
23								3	4	3	2
24								2	3	2	2
25 FuE(VAN) =				1,044	522				2	2	1
26				2	2				1	1	1
27									1	1	1
28										1	1
29										1	0
30										0	0
31											0
32											0
33			3+3	6+3	9+3	12+3	15+3	18+3	21+3	24+3	27+3

Nota: Elaboración propia

En un análisis con la variante de decisiones estratégicas se encuentran cuando el proyecto tiene un avance del 70% el resultado muestra un VAN extendido menor debido a que la mayoría de los nodos de decisión dan como resultado Abandonar en un 80% de los resultados, por el contrario la lógica indica entonces que si las estrategias fueran al 40% de avance el VAN extendido seria mayor y el resultado final del VAN seria mas optimista que en punto medio, sin embargo este panorama cambia en la medida que las variables de volatilidad, lambda y coeficiente de variación sean modificadas con parámetros razonables y coherentes en la medida que esta herramienta tiene como objetivo la complementariedad al enfoque tradicional.

Tabla No. 11

Rejilla binomial difusa de las opciones reales del proyecto

NODOS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 V1 MINIMO	361	556	645	745	857	992	1,173	1,452	1,262	1,145	777
2 V2 BASE	461	697	836	994	1,176	1,409	1,792	2,648	2,347	2,218	1,564
3 V3 MAXIMO	628	941	1,194	1,520	1,949	2,538	3,414	4,858	4,400	4,311	3,147
4		279	319	359	397	426	444	454	572	519	352
5		319	372	426	470	486	435	239	926	873	616
6		380	454	537	624	703	755	743	1,506	1,476	1,077
7			177	198	216	227	224	192	260	237	159
8			196	221	244	258	254	214	365	346	242
9			223	252	278	294	289	240	516	505	369
10				126	138	148	151	142	117	106	72
11				138	150	159	160	145	143	135	95
12				154	165	173	171	148	177	173	126
13					103	112	118	119	53	48	33
14					112	119	124	123	56	53	38
15					123	128	131	128	61	59	43
16						95	103	109	24	22	15
17						101	106	110	22	21	15
18						109	111	113	20	21	15
19							96	104	11	10	7
20							99	103	9	8	6
21							103	102	7	6	6
22								102	5	4	3
23								101	3	3	2
24								101	2	2	2
25									2	2	1
26									1	1	1
27									1	1	1
28										1	1
29											1
30											0
31											0
32											0
33											0

3+3	6+3	9+3	12+3	15+3	18+3	21+3	24+3	27+3	
-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	--

Nota: Elaboracion propia

En moldeado propuesto puede complementarse o combinarse también de manera comparativa con Rendleman-Bartter (RB) y Jarrow-Rudd (JR) Rendleman y Bartter (1979) sostienen que el sistema de

ecuaciones se mantiene estable si se cumple para $\mu = r - \sigma^2/2$, por lo tanto, las probabilidades neutrales al riesgo tienen valor $p_u = p_d = 50\%$, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$u = e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t - \sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$u \cdot d = e^{2\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t}$$

Mientras que Jabbour-Kramin-Young (ABMC) es un híbrido de los modelos CRR y RB, cuya base es la modificación sobre la desviación estándar para derivar el conjunto de parámetros. Para un mundo neutral al riesgo, la media y el desvío estándar se definen de la siguiente manera:

Como señala (Milanesi G, 2014, pág. 93), el modelo ABMC coincide con CRR cuando los intervalos de tiempo son pequeños, debido a desviación estándar de las variaciones en el precio del subyacente para pequeños intervalos de tiempo Δt es aproximadamente $\sigma\sqrt{\Delta t}$, las siguientes ecuaciones

$$u = e^{\sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} + r\Delta t}, \quad d = e^{-\sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} + r\Delta t}, \quad p = \frac{(e^{r\Delta t} - d)}{(u - d)}$$

Los resultados comparados demuestran que la binomial Fuzzy no cambia y por consecuencia el van extendido es el mismo, los modelos de aproximación con valores u , d ; dependerá de la volatilidad y el coeficiente de variación siendo absorbidos por la lógica difusa en sus componentes a cada rejilla lo que hace que este sea predominante a cualquier valoración binomial definida.

	CRR	RJRB	ABMC
Σ	46.60%	46.60%	46.60%
U	1.59361	1.502938	1.72027
D	0.62751	0.591805	0.64244
1+r	1.0500	1.0500	1.0500
P	0.43731	0.5	0.379309
1-p	0.56269	0.5	0.620691

CONCLUSIONES

La aplicación del modelo binomial difuso a un ejemplo concreto expone las ventajas a partir del enfoque MAD respecto a la base de proyección sobre la volatilidad, además del apego y uso de coeficientes equivalentes ciertos como la valoración de expertos (CV), y otros; permiten ampliar el rango de acción de las decisiones financieras sobre un proyecto de inversión con cierto nivel de incertidumbre riesgo y ambigüedad que claramente se manifiesta en los escenarios expansión continuación y abandono, mismos que se traducen posteriormente en la triangulación final otorgando una binomial fuzzy mayor al planteado por el método tradicional, es decir la lógica borrosa no se realiza con un análisis de escenarios (optimos, normal, pesimista) puesto las oportunidades según la información otorgan nuevas estrategias de decisión.

Se debe considerar como línea de investigación esta complementación a los proyectos de inversión pública adaptando escenarios que legítimamente otorguen beneficios sociales de largo plazo, considerando las limitaciones a los tipos de proyectos y tipos de opciones reales, además que la incertidumbre no se puede mitigar con procesos estocásticos es decir que son mayores a los riesgos identificados.

Con este trabajo el autor pretende reforzar la visión de la valoración de los proyectos de inversión con la inclusión de la lógica difusa en contexto de la binomial y una visión prospectiva estratégica para quienes toman decisiones de inversión además de recoger y maximizar las oportunidades que otorga ventajas mayores al tradicional no sustrayendo de sus limitaciones.

La aplicación de esta complementación puede darse aun en compra de empresas, fusiones y otras estrategias cuya base matemática bien fundamentada otorgue mejores posiciones de decisión., considerando las limitaciones expuestas y además debe ser tratada como una complementación estratégica al enfoque tradicional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta-Rueda, K. (2020). Valoración de opciones financieras call en contexto de no normalidad, bajo la aproximación de Edgeworth. *ODEON*, 19, 199-152.
- Amram, M. and Kulatilaka, N. (2000). Real options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. *Harvard Business School Press*, 246.

- Barone G, W. R. (1987). Efficient Analytic Approximation of American Option Values. *The Journal of Finance*, 301-320.
- Black&Scholes. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 637-658.
- Black, F. y. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 637-59.
- Brandao, L.-Dyer, J.-Hahn, W. (2005). Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems. *Journal of Decision Analysis*, 69-88.
- Calle, A. (2009). decisiones de inversion a traves de opciones reales. *Estudios Gerenciales ICESI*, 107-126.
- Camaño, A. (2007). Opciones americanas, valoración numérica. *Dialnet*, 44-91.
- Castillo, C. (2022). Valoracion de empresas mediante logica borrosa. (*Tesis de doctorado*). Universidad de Barcelona, Barcelona.
- Cepeda Vega, K. &. (2022). *Metodologías alternativas para la valoración de opciones europeas*. Universidad LaSalle, Bogota: https://ciencia.lasalle.edu.co/finanzas_comercio/666
- Climont, J. (2014). La ecuacion de segundo grado en la estimacion de parametros de la martingala y la valuacion de opciones americanas a traves de la programacion estocastica. *Estocastica: Finanzas y Riesgo*, 155-189.
- Collan, M. F. (2009). Fuzzy pay-off method for real option valuation. *Journal of Applied Mathematics and Decision Systems*, 1-14.
- Copeland, T. y. (2003). Real Options. A practitioner's guide. *Cengage Learning*.
- Court, E. (2009). *Aplicacion para Finanzas Empresariales*. Naucalpan de Juarez, Estado de Mexico: Pearson Educacion de Mexico S.A. de CV.
- Court, E. (2012). *Finanzas Corporativas*. Buenos Aires: Metrocolor S.A.
- Court, E. (2012). *FINANZAS CORPORATIVAS*. Buenos Aires: Cengage Learning Argentina.
- Cox, J. R. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 229-263.
- De Jesus, R. (2023). El uso de la volatilidad implícita en el modelado de la varianza condicional puede mejorar la prediccion de la volatilidad y la estimacion del var y cvar. *Nueva epoca*, 173-198.



- D'Negri. (2006). Introduccion al razonamiento aprxomiado : logica difusa. *Revista Argentina de Medicina respiratoria*, 126-136.
- Dumrauf, G. (2003). *Finanzas Corporativas*. Grupo Guia.
- Dumrauf, G. (2003). *Finanzas Corporativas*. Buenos Aires: Grupo Guia S.A.
- Garcia, M. &. (2007). La lógica borrosa para valorar la incertidumbre en la técnica de valoración con opciones reales. *ADEM*, 1-22.
- Garrido, C. a. (2003). Evaluacion economica de proyectos de inversion basada en la teoria de opciones reales. *Universidad de Concepcion, Chile*, 83-89.
- Gonzales, M. S. (2015). Opciones reales aplicadas en redes integradas de servicios de salud empleando diferentes metodos de estimacion de la volatilidad. *Estudios Gerenciales*, 287-298.
- Guajardo T, A. R. (2001). Evaluacion socioeconomica de proyectos con el metodo de opciones reales. *Universidad de Concepcion, Chile*, 47-64.
- Ho, L. (2010). VAloracion de proyectos de inversion basada en un enfoque binomial difuso. *ScienceDirect*, 2124-2133.
- Hu Cao, A. (2018). *Valoracion de Opciones americanas sobre el VIX mediante el metodo Last-Squares MonteCarlo*.
- Hull, J. (2009). *Introduccion a los mercados de futuros y opciones*. NAUCALPAN DE JUAREZ, MEXICO: PEARSON.
- Hull, J. (2009). *Introduccion a los mercados de futuros y opciones*. NAUCALPAN DE JUAREZ, MEXICO: PEARSON.
- Lamothe, P. (2003). *Opciones Financieras Un enfoque fundamental*. Madrid: Fareso S.A.
- Leon, S. (2005). Modelos alternativos de valoraciónde opciones sobre acciones: una aplicaci6nal mercado español. *DialNet*, 33-50.
- Liao, H. (2010). VAloracion de proyectos de inversion basada en un enfoque binomial difuso. *ScienceDirect*, 2124-2133.
- Macbeth, J. D. (1980). Test of the Black-Scholes and Cox Call Option Valuation Models. *Journal of Finance* 35, 285-300.



- Manotas, D. &. (2001). LA evaluacion de proyectos de inversion mediante opciones reales: Aspectos conceptuales. *Ingenieria y Competitividad*, 7-18.
- Milanesi G. (2014). *Teoria de opciones: Modelos especificos para valorar estrategias, activos reales e intrumentos financieros*. Editorial de la Universidad Nacional del Sur.
- Milanesi, G. (2012). Valoracion probabilistica versus borrosa, opciones reales y modelo binomial. Aplicacion para proyectos de inversion en condiciones de ambigüedad. *Estudios Gerenciales*, 212-219.
- Milanesi, G. (2013). Valuacion de opciones reales: Analisis comparativo entre modelo binomial y version borrosa. *Depto. Ciencias Administracion-Universidad Nacional del Sur Argentina*, 78-97.
- Milanesi, G. y. (2014). Momentos Estocasticos de orden superior y la estimacion de la volatilidad implicita: aplicacion de la expansion de Edgeworth en el modelo Black--Scholes . *Estudios Gerenciales*, 30 (133), 336-342.
- Montero, G. (2023). *EQUILIBRIO Y OPCIONES EN*. Repositorio Institucional [Universitat de Barcelona], [Trabajo final de grado], Barcelona. <http://hdl.handle.net/2445/198780>
- Muzzioli S., T. ., (2004). A Multiperiod Binomial Model for Pricing Options in a Vague World. *Journal of economics Dynamics and Control*, 861-887.
- Myers S. (1977). Determinants of Corporate Borrowing. *Journal of Financial Economics*, 147-176.
- Neftci, S. N. (2008). *INGENIERIA FINANCIERA*. MEXICO DF: MCGRAW-HILL INTERAMERICANA.
- Pareja, M. &. (2016). Evaluacion mediante opciones reales de proyectos de inversion en el sector de distribucion de combustibles. *Estocastica: Finanzas y Riesgo*, 219-246.
- Prosper, L. (2007). *OPCIONES FINANCIERAS Y PRODUCTOS ESTRUCTURADOS*. MADRID: MCGRAW-HILL INTERAMERICANA DE ESPAÑA S.A.U.
- Prosper, L. (2020). RIESGO DE LIQUIDEZ Y RENTABILIDAD DE LAS ACCIONES EN LOS MERCADOS EMERGENTES DE AMÉRICA LATINA. *Scielo Analytics*, 20(2), 18. <https://doi.org/10.23881/idupbo.020.2-4e>

- Rankia. (02 de 12 de 2023). *Rankia*. [www.rankia.com: https://www.rankia.com/acciones/caterpillar-inc-cat#datos-producto](https://www.rankia.com/acciones/caterpillar-inc-cat#datos-producto)
- Rincon, L. (2012). *Introduccion a los procesos Estocasticos*. Ciudad de Mexico: UNAM.
- Ross Stephen. (1995). *Finanzas Corporativas*. Colombiana SA.
- Rydberg, T. (2000). Realistic Statistical Modeling of Financial Data. *International Statistical Review*, 233-258.
- Sapag, N. (2011). *Proyectos de Inversion, Formulacion y Evaluacion*. Santaigo de Chile: Person.
- Sastre, M. A. (2007). La logica borrosa para valorar la incertidumbre en la tecnica de valoracion con opciones reales. *Asociación Española de Dirección y Economía de la Empresa (AEDEM)*, 4.
- Spiegel, M. R. (1991). *ESTADISTICA*. Madrid: McGrawHill.
- Trigeorgis, L. (1991). A log-transformed Binomial Numerical Anaysis Method for Valuing Complex Muti-Option Investments. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 309-326.
- Trigeorgis, L. (1996). Real optionsM Managerial Flexibility and trategy in Resource Allocation. *MIT Press*, 427.
- Triola, D. (2018). *ESTADISTICA*. Ciudad de Mexico: Pearson.
- Veliz. (2016). *ANALISIS MULTIVARIANTE, Metodos estadisticos multivariantes para la investigacion*. Buenos Aires: Cengage Learning Editores S.A.
- Venegas F. (2015). Una guia completa para economistas en la valuacion de opciones. *ReserchGate*, 155-212.
- Venegas, F. (2008). *Riesgos financieros y economicos*. Santa Fex, Mexico: Cengage Learning Editores.
- Whaley, B.-A. a. (1987). Efficient Analytic Approximation of American Option Values. *The Jorunal of Finance*, 301-320.
- Yoshida Y, Y. M. (2006). Una nueva evaluación del valor medio de los números difusos y su aplicación a la opción de venta americana bajo incertidumbre. *Science Direct*, 2614-2626.