



Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), Noviembre-Diciembre 2025,
Volumen 9, Número 6.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i6

FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL CONCEPTO DEL COSTO EVITADO DE COMPRA EN ENERGÍA ELÉCTRICA

**MATHEMATICAL FORMULATION OF THE
AVOIDED COST CONCEPT IN ELECTRIC
POWER PROCUREMENT**

Ing. Pablo Soto Ortega, MAP
Universidad de Costa Rica, Costa Rica

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i6.22111

Formulación Matemática del Concepto del Costo Evitado de Compra en Energía Eléctrica

Ing. Pablo Soto Ortega, MAP¹

pablo.sotoortega@ucr.ac.cr

<https://orcid.org/0000-0003-3076-1241>

Director de Apoyo al Desarrollo Empresaria ESPH SA.

Profesor de Ingeniería Mecánica

Universidad de Costa Rica

San José, Costa Rica

RESUMEN

Aunque el concepto de costo evitado es comúnmente utilizado en el ámbito de las empresas dedicadas al suministro y a la generación eléctrica, principalmente para poder asignar la valorización de la producción, no existe una formulación matemática del concepto. En este trabajo se propone, como aporte original, la formulación del costo evitado en forma vectorial mediante un producto punto entre los vectores de tarifas y de producción. A partir de esta representación se deduce que las tarifas corresponden al gradiente de la función respecto a la producción, y que la Hessiana resulta nula, lo que revela la linealidad del modelo y la imposibilidad de obtener un máximo interior sin restricciones físicas. Este planteo es de autoría propia y constituye una novedad respecto a la manera tradicional de expresar el costo evitado. Posteriormente, se reconoce que dicho resultado se enmarca naturalmente dentro de la teoría general de optimización matemática, en particular en el uso del Lagrangiano y las condiciones de Karush–Kuhn–Tucker (KKT), herramientas ya consolidadas en la literatura. Así, la formulación desarrollada se presenta como un puente entre un enfoque original en álgebra lineal aplicada a energía eléctrica y el cuerpo teórico de la optimización.

Palabras clave: formulación, matemática, costo evitado, energía eléctrica

¹ Autor principal

Correspondencia: pablo.sotoortega@ucr.ac.cr

Mathematical Formulation of the Avoided Cost Concept in Electric Power Procurement

ABSTRACT

Although the concept of avoided cost is commonly used in the electricity supply and generation sectors, primarily to allocate production value, a mathematical formulation of the concept is lacking. This paper proposes, as an original contribution, a vector formulation of avoided cost using a dot product between the tariff and production vectors. From this representation, it is deduced that the tariffs correspond to the gradient of the function with respect to production, and that the Hessian is zero, revealing the linearity of the model and the impossibility of obtaining an interior maximum without physical constraints. This approach is original and represents a novelty compared to the traditional way of expressing avoided cost. Subsequently, it is acknowledged that this result fits naturally within the general theory of mathematical optimization, particularly in the use of the Lagrangian and the Karush–Kuhn–Tucker (KKT) conditions, tools already well-established in the literature. Thus, the developed formulation serves as a bridge between an original approach in linear algebra and the traditional method of expressing avoided cost.

Keywords: formulation, mathematics, avoided cost, electrical energy

*Artículo recibido 10 diciembre 2025
Aceptado para publicación: 10 enero 2026*



INTRODUCCION

El concepto de Costo Evitado

El costo evitado de compra, o simplemente costo evitado, es el valor que posee la energía y potencia que evitó comprar la distribuidora a su proveedor principal mediante la producción de la planta generadora propia.

Ante la inexistencia o deficiencia de suministro de la primera fuente, la distribuidora debe recurrir a la segunda fuente para asegurarse cumplir con el abastecimiento que su mercado de distribución le requiere.

En el ámbito de las empresas dedicadas al suministro y generación eléctrica, es común utilizar el concepto de valorización de la producción energética como base para la toma de decisiones operativas, financieras y estratégicas. No obstante, más allá de su aplicación empírica, resulta conveniente desarrollar una formulación matemática rigurosa que permita estimar dicho valor de manera precisa, reproducible y adaptable a distintos contextos tecnológicos y económicos.

Contar con una expresión matemática no solo facilita la estimación del valor de la energía generada, sino que también habilita el análisis de escenarios óptimos y provee así una herramienta de gran utilidad en la planificación de inversiones en generación, en el diseño operativo de nuevas plantas eléctricas, en la simulación de esquemas de generación distribuida, y en la programación de intercambios de excedentes energéticos entre empresas distribuidoras. Asimismo, permite abordar la comercialización de energía en mercados regulados o entre agentes privados, como ocurre en los nuevos esquemas de mercado no regulado que se promueven a nivel político y en el marco del mercado eléctrico nacional.

En el contexto de la modelación energética de proyectos, esta formulación puede integrarse con simulaciones probabilísticas, por ejemplo, mediante herramientas como simuladores de escenarios tipo Monte Carlo, y con análisis de tecnologías renovables, para evaluar la conveniencia de distintas estrategias de generación. Esto permite incorporar incertidumbre, variabilidad de precios, y escenarios de demanda, fortaleciendo la toma de decisiones en proyectos eléctricos complejos.

Construcción de la fórmula y expresión matricial

El costo evitado, en principio, puede ser concebido como un escalar producto de dos parámetros; por un lado, el costo de la energía eléctrica con que la empresa distribuidora adquiere la electricidad de un



proveedor y definido por una tarifa unitaria (en \$/kWh, \$/kW o ambas en el caso de tarifas binomiales), y por otro lado de la producción de una planta de generación en particular (en kWh, kW o ambas en el caso de tarifas binomiales).

De esta forma el valor de la producción de la planta estará fijado por esos dos parámetros, el primero es extrínseco a la planta (la tarifa de compras al proveedor principal); y el segundo es intrínseco a la planta misma (la producción de energía y potencia de la planta)

A partir de este planteamiento se iniciará la construcción de la formulación matemática del costo evitado de compra considerando que el precio total es igual a la multiplicación de la tarifa unitaria por producción, es decir:

$$CE = \text{Tarifa Unitaria} \times \text{Producción} \quad (1)$$

Un sistema con tarifa unitaria binomial, se compone de dos rubros, a saber energía (capacidad de producir trabajo) y potencia (velocidad a la que se consume la energía), que representará matemáticamente la tarifa como el resultado vectorial en $\mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^2$ compuesto por estos dos rubros:

$$T = \text{Tarifa unitaria} = [\text{Tarifa potencia}, \text{Tarifa de energía}] = [T_1, T_2] = T_i \quad (2)$$

Donde:

T_1 : Tarifa de potencia (\$/kW)

T_2 : Tarifa de energía (\$/kWh)

Si se considera que la tarifa, además de ser binomial, está definida en períodos diarios, a saber período punta; período valle y período nocturno, debe modificarse la matriz $\mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^2$ por una matriz $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^2$ como se muestra a continuación:

$$T = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} \\ T_{2,1} & T_{2,2} \\ T_{3,1} & T_{3,2} \end{bmatrix} = T_{ij} \quad (3)$$

Donde:

i: índice de producto (1: potencia 2: energía)

j: índice de horario (1: punta; 2: valle; 3: nocturno)

La Producción de una planta se compone dos productos con valor: potencia (velocidad a la que produce energía) y energía (capacidad de producir trabajo), podemos entonces representa la producción como una matriz binomial definida en $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^1$:

$$Pr = \begin{bmatrix} Potencia \\ Energía \end{bmatrix} = Pr_{ji} \quad (4)$$

La potencia y la energía varían dependiendo del mes, por lo que tendremos una producción (y un costo evitado) diferente para cada mes. Para considerar esto en el modelo matemático se introduce la variable k que representará el mes del año, es decir k=1, 2, 3,...,12 desde 1: enero, 2: febrero, 3: marzo,..., hasta 12: diciembre.

$$Pr_k = \begin{bmatrix} Potencia \\ Energía \end{bmatrix}_k = [Pr_{ji}]_k \quad (5)$$

La potencia y la energía, para poder ser valoradas con la tarifa de compra, deben ser separadas por periodos horarios, por tanto se cambia la matriz $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^1$ por una matriz $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^3$:

$$Pr_{i,j,k} = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} \\ E_{2,1} & E_{2,2} & E_{2,3} \end{bmatrix}_k \quad (6)$$

Donde:

i: índice de producto (1: potencia, 2: energía)

j: índice de periodo horario (1: punta; 2: valle; 3: nocturno)

De esta forma el valor de la producción mensual que resulta de la multiplicación escalar de ambas matrices (producto escalar o producto punto):

$$CE_k = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{2,1} \\ T_{1,2} & T_{2,2} \\ T_{1,3} & T_{2,3} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} \\ E_{2,1} & E_{2,2} & E_{2,3} \end{bmatrix} = [T_{i,j}] \circ \sum_{k=1}^n [Pr_{j,i}] \quad (7)$$

Expresión vectorial del costo evitado y sensibilidad

La forma (7) puede ser rescrita de la forma siguiente para cada mes k:

$$CE_k = CE_k = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 [T_{i,j}] [Pr_{j,i}]^k \quad (8)$$

$[T_{i,j}]$ = matriz de la tarifa definida en $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^3$

$[Pr_{j,i}]_k$ = matriz de producción definida en $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^2$



Donde:

$i: 1,2$ (1: Potencia ,2: Energía). Son los productos de la planta.

$j:1,2,3$ (1: punta, 2: valle , 3: nocturno). Son los períodos de facturación diarios.

$k: (k=1,2,3,\dots,12)$. Mes del año. Desde 1: enero; 2: febrero,...,hasta 12: diciembre

Si se “aplana” (vectoriza) en vectores columna de longitud 6 y se define:

$$t \in \mathbb{R}^6 \quad p^{(k)} \in \mathbb{R}^6$$

que son el vector de tarifa y el vector producción obtenidos de colocar las columnas/filas en serie, entonces:

$$CE_k = t^T p^{(k)} \quad (9)$$

Y el costo anual se halla sumando sobre los meses del año:

$$CE = \sum_{k=1}^{12} CE_k = t^T \left(\sum_{k=1}^{12} p^{(k)} \right) = t^T p_{tot}$$

Considerando CE_k como función escalar sobre el espacio de producción $p^{(k)}$, entonces el gradiente de CE_k respecto a p_k es:

$$\nabla_{p^{(k)}} CE_k = t$$

Es decir: la sensibilidad del costo evitado ante un variación en cualquiera de las entradas de producción es exactamente la tarifa correspondiente, esto es una consecuencia directa de la linealidad

Un ejemplo de esto sería el caso de una empresa que posee a varios proveedores de energía eléctrica, con costos y volúmenes de suministro diferentes además posee producción propia limitada. Si se busca maximizar el CE, deberá la empresa sustituir primero (evitar) con su propia generación, la compra al proveedor con la mayor tarifa de venta, y si aún le sobra energía propia ir colocándola en orden descendente de costo de compra hasta que se agote su capacidad energética.

De forma análoga, el gradiente respecto a la tarifa t es:

$$\nabla_t CE_k = p^{(k)}$$

El gradiente del costo evitado respecto al vector de tarifas indica que cada incremento en la tarifa produce un aumento proporcional en el CE, en función de la producción asignada a ese período.

² t^T es la transpuesta de t

Esta relación tiene implicaciones operativas relevantes. Por ejemplo, si se desea decidir en qué franja horaria debe colocarse la generación propia, el gradiente sugiere que debe priorizarse aquella con la tarifa más alta, siempre que exista diferenciación tarifaria por períodos (como punta, valle y nocturna). De esta forma, se maximiza el CE al asignar la producción a los bloques horarios donde el valor económico de evitar el consumo externo es mayor.

Con estos ejemplos simplificados se muestra como los resultados guían las decisiones de la empresa eléctrica, pero para que realmente se logre una optimización del costo evitado, hay que considerar:

- Qué opciones del suministro tienen tarifas más altas.
- Cuáles son más eficientes y menos costosas.
- Qué restricciones operativas existen (disponibilidad de energía, cantidad de plantas para la producción propia, capacidad financiera, costos de generación propios, número de unidades en cada planta, eficiencia de las unidades y tecnologías, factor planta, pérdidas de generación y transmisión, temporalidad de la producción por tecnología, vidas útiles de las plantas entre otras .
- Las condiciones propias que dependen de factores como tarifas, períodos del año y franjas horarias, curva de carga diaria, volumen de los embalses, capacidades de derivación de caudal de las tomas.

Maximización del CE

Debe plantearse una relación que optimice el costo evitado, que tome en cuenta estas restricciones y pueda ser resuelta numéricamente si es necesario.

Obteniendo la segunda derivada parcial del gradiente de producción se tiene, o Hessiana, respecto a $p(k)$ es la matriz cero:

$$\nabla^2_{p^k} CE_k = 0$$

esto debido a que CE_k es lineal en $p(k)$. De aquí que, sin restricciones, no hay un máximo interior y se necesitan las condiciones y las restricciones físicas para obtener un máximo operativo, tales como caída disponible, volumen del embalse, curva de consumo de carga, disponibilidad energética diaria del sitio, número de unidades, factores de planta, capacidades y limitaciones de las turbinas, curva de eficiencia de las versus caudal turbinado , entre otras que se comentaron antes.

El costo evitado está dado por:

$$CE = \mathbf{t}^T \mathbf{p}$$

La forma natural para buscar la matriz de producción que maximiza CE bajo restricciones físicas es plantear un Lagrangiano y aplicar KKT³.

Por ejemplo, si para cada mes k la producción $p^{(k)}$ debe satisfacerse que $A^{(k)}p^{(k)} \leq b^{(k)}$ (capacidades, caudal, límite turbina, balance energía, etc.), el problema anual sería:

$$\max_{p^{(k)}} \sum_{k=1}^2 t^T p^{(k)}$$

$$\text{dadas las restricciones} \quad A^{(k)}p^{(k)} \leq b^{(k)} \quad p^{(k)} \geq 0 \quad \forall k$$

El Lagrangiano mensual será entonces:

$$\mathcal{L}^{(k)}(p^{(k)}, \lambda^{(k)}) = t^T p^{(k)} + (\lambda^{(k)})^T (b^{(k)} - A^{(k)}p^{(k)})$$

Condición estacionaria (∇ con respecto a $p^{(k)}$):

$$\nabla_{p^{(k)}}^2 \mathcal{L}^{(k)}(p^{(k)}, \lambda^{(k)}) = \nabla_{p^{(k)}}^2 \left(t^T p^{(k)} + (\lambda^{(k)})^T (b^{(k)} - A^{(k)}p^{(k)}) \right) =$$

$$t - (A^{(k)})^T (\lambda^{(k)}) = 0$$

Que es la versión vectorial de máximo: las tarifas igualan el precio sombra de las restricciones. Aquí ya aparecen cantidades útiles operacionalmente (multiplicadores de Lagrange = valores marginales sombreados).

En consecuencia, el óptimo no se caracteriza por una igualdad interna en la función lineal, sino por el punto en que las restricciones técnicas se hacen determinantes. Los multiplicadores de Lagrange adquieren entonces un valor económico claro: representan el beneficio adicional que tendría disponer de un recurso físico más (capacidad hidráulica, potencia de turbina, energía disponible, capacidad de almacenamiento del embalse, entre otras). De esta forma la teoría del Lagrangiano conecta la formulación algebraica del costo evitado con decisiones reales de operación y planificación.

³ Granfeldt, C., et al. "A Lagrangian relaxation approach to an electricity system with a large share of variable renewable electricity generation" *Annals of Operations Research*, 2023.



CONCLUSIÓN

Este trabajo ha desarrollado una formulación matemática original para el concepto del Costo Evitado de Compra (CE) en el ámbito de la energía eléctrica. Esta formulación propone una representación vectorial del CE mediante un producto punto entre los vectores de tarifas de compra y de producción de la planta generadora propia.

La deducción matemática de esta representación reveló hallazgos teóricos importantes: la función del costo evitado es lineal en relación con la producción. Como consecuencia directa de esta linealidad, el gradiente del costo evitado respecto a la producción es exactamente igual al vector de tarifas correspondiente y la matriz Hessiana resulta nula.

El análisis de sensibilidad basado en los gradientes ofrece implicaciones operativas directas: para maximizar el CE, la empresa debe priorizar sustituir (evitar) la compra al proveedor con la tarifa de venta más alta con su propia generación. De manera análoga, si existe una diferenciación tarifaria por períodos (como punta, valle y nocturna), la generación propia debe asignarse a los bloques horarios donde el valor económico de evitar el consumo en el período de mayor.

Dado que la linealidad del modelo implica la imposibilidad de obtener un máximo interior sin restricciones físicas, el planteamiento matemático se enmarca naturalmente en la teoría general de optimización. Para alcanzar un máximo operativo del CE, es esencial incorporar un conjunto amplio de restricciones físicas y operativas, tales como la disponibilidad de energía, las capacidades de las turbinas, el volumen de los embalses y las curvas de consumo de carga.

La forma natural de resolver este problema de maximización bajo restricciones es mediante el planteamiento de un Lagrangiano y la aplicación de las condiciones de Karush–Kuhn–Tucker (KKT). El óptimo resultante no se caracteriza por una igualdad interna en la función lineal, sino por el punto donde las restricciones técnicas se vuelven determinantes.

Los multiplicadores de Lagrange (o precios sombra) obtenidos de esta optimización conectan la formulación algebraica con las decisiones reales de operación y planificación, ya que representan el beneficio marginal (valor económico) que resultaría de disponer de un recurso físico adicional, como una mayor capacidad hidráulica o potencia de turbina.



En conclusión, la formulación desarrollada no solo provee una expresión matemática rigurosa para estimar el valor del costo evitado, sino que también actúa como un puente entre un enfoque original en álgebra lineal aplicada a la energía eléctrica y el cuerpo teórico consolidado de la optimización matemática. Esto convierte la formulación en una herramienta de gran utilidad para el análisis de escenarios óptimos, la planificación de inversiones en generación, el diseño operativo de nuevas plantas y la programación de intercambios de excedentes energéticos en el marco de mercados regulados o no regulados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Axler, S. J. (2015). *Álgebra lineal bien hecha* (3.^a ed.). Springer.
- Baringo, L., & Conejo, A. J. (2013). Correlated wind-power production and electric load scenarios for investment decisions. *Applied Energy*, *101*, 475–482.
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2012.06.056>
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2013). *Nonlinear programming: Theory and algorithms* (3rd ed.). Wiley.
- Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., & Nemirovski, A. (2009). *Robust optimization*. Princeton University Press.
- Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). *Optimización convexa*. Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511804441>
- Brzinsky-Fay, C. (2019). Gilbert Ritschard y Matthias Studer (Eds.): Análisis de secuencias y enfoques relacionados. Métodos y aplicaciones innovadoras.
- Carpentier, J. (1962). Contribution à l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, *3*, 431–447.
- Conejo, A. J., Carrion, M., & Morales, J. M. (2010). *Decision making under uncertainty in electricity markets*. Springer.
- Gómez, T., Arroyo, J. M., & Galbally, D. (2020). Optimization models for large-scale power systems planning. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, *114*, 105402.
<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105402>



- Granfeldt, C., Strömberg, A.-B., & Göransson, L. (2023). Un enfoque de relajación lagrangiana para un modelo de inversión en sistemas eléctricos con alta resolución temporal. *OR Spectrum*, 45(4), 1263–1294. <https://doi.org/10.1007/s00291-023-00736-w>
- Kirschen, D., & Strbac, G. (2019). *Fundamentos de la economía de sistemas eléctricos* (2.ª ed.). Wiley.
- Pérez-Arriaga, I. J. (Ed.). (2013). *Regulation of the power sector*. Springer.
- Pindyck, R. S., & Rubinfeld, D. L. (2018). *Microeconomía* (9.ª ed., edición global). Pearson.
- Polinsky, A. M., & Álvarez Flórez, J. M. (1985). *Introducción al análisis económico del derecho* (1.ª ed.). Ariel.
- Ruiz, P. A., & Gross, G. (2012). Compressed optimization of power system operations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(4), 2203–2213. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2012.2194358>
- Shetty, C. M., Sherali, H. D., & Shetty, C. M., Mokhtar, S. (2013). *Programación no lineal* (3.ª ed.).
- Sioshansi, R. (2013). Modeling the impacts of electricity tariffs on consumption: A review. *Energy Policy*, 63, 257–267. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2013.09.030>
- Strang, G. (2016). *Introducción al álgebra lineal* (5.ª ed.). Cambridge Press.
- Wood, A. J., Wollenberg, B. F., & Sheblé, G. B. (2014). *Power generation, operation, and control* (3rd ed.). Wiley.