

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), enero-febrero 2026,
Volumen 10, Número 1.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i1

MODELOS ALTURA-DIÁMETRO PARA ESPECIES DE ÁRBOLES EN EL ESTE DEL ESTADO DE MÉXICO

**HEIGHT-DIAMETER MODELS FOR TREE SPECIES IN EASTERN
MEXICO STATE**

Librado Sosa Díaz

Investigador Independiente, México

Juan Carlos Montoya Jiménez

Tecnológico Nacional de México-TES, México

Jorge Méndez González

Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro, México

Jesús García Urbina

Tecnológico Nacional de México-TES, México

Julio Cesar Ayllón Benítez

Tecnológico Nacional de México-TES, México

Modelos Altura-Diámetro para Especies de Árboles en el Este del Estado de México

Librado Sosa Díaz¹

librado.24@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-0009-6500>

Investigador Independiente
México

Juan Carlos Montoya Jiménez

juan.mj@vbravo.tecnm.mx

<https://orcid.org/0000-0003-1828-952X>

Tecnológico Nacional de México-TES Valle
de Bravo, División de Ingeniería Forestal
México

Jorge Méndez González

jmendezg@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-6971-5018>

Universidad Autónoma Agraria Antonio
Narro, Departamento Forestal
México

Jesús García Urbina

jesus.gu@vbravo.tecnm.mx

<https://orcid.org/0009-0005-6248-077X>

Tecnológico Nacional de México-TES Valle
de Bravo, División de Ingeniería Forestal
México

Julio Cesar Ayllón Benítez

hoton.sa@vbravo.tecnm.mx

<https://orcid.org/0000-0002-5051-5411>

Tecnológico Nacional de México-TES Valle
de Bravo, División de Ingeniería Forestal
México

RESUMEN

La relación altura - diámetro ($Ht-Dn$) de los árboles es un elemento clave para el manejo forestal y la estimación del volumen y biomasa. Se modelizó la dinámica $Ht-Dn$ en especies arbóreas de los géneros *Pinus*, *Quercus* y *Arbutus* en el este del Estado de México. Se realizó un muestreo sistemático con 68 parcelas circulares (1000 m²), registrando el diámetro normal y la altura total de 939 árboles pertenecientes a 13 especies. Para describir $Ht-Dn$ se ajustaron 15 ecuaciones no lineales, evaluadas mediante significancia de parámetros, capacidad predictiva y cumplimiento de supuestos en los residuos. Los resultados mostraron que no existe un modelo único que describa adecuadamente la dinámica $Ht-Dn$ para todas las especies. El poder predictivo de las ecuaciones ajustadas varió entre 0.43 y 0.92 de R^2 ajustado. El error de estimación de las ecuaciones varió de 3.87 (*P. teocote*) a 1.20 m (*P. herrerae*) de altura. Las ecuaciones seleccionadas cumplieron con los criterios de normalidad y homogeneidad de varianza en los residuos ($p < 0.05$). Los modelos seleccionados explicaron una proporción moderada a alta de la variabilidad en la altura, respaldando su utilidad para aplicaciones forestales locales.

Palabras clave: ecuación no lineal, *Pinus*, *Quercus*, altura total

¹ Autor principal.

Correspondencia: librado.24@hotmail.com

Height–Diameter Models for Tree Species in Eastern Mexico State

ABSTRACT

The height-diameter (*Ht-Dn*) relationship is a key component of forest management and the estimation of tree volume and biomass. This study modeled *Ht-Dn* dynamics for tree species of the genera *Pinus*, *Quercus*, and *Arbutus* in eastern State of Mexico. A systematic sampling approach was applied using 68 circular plots (1000 m²), recording diameter at breast height and total height for 939 trees belonging to 13 species. To describe *Ht-Dn* dynamics, 15 nonlinear equations were fitted and evaluated based on parameter significance, predictive performance, and compliance with residual assumptions. Results showed that no single model adequately described *Ht-Dn* dynamics across all species. The predictive performance of the fitted equations ranged from 0.43 to 0.92 in adjusted R². Estimation error ranged from 3.87 m for *Pinus teocote* to 1.20 m for *P. herrerae*. The selected equations met assumptions of residual normality and homogeneity of variance ($p < 0.05$). Overall, the selected models explained a moderate to high proportion of height variability, supporting their usefulness for local forest applications.

Keywords: nonlinear equation, *Pinus*, *Quercus*, total height

Artículo recibido 23 diciembre 2025

Aceptado para publicación: 27 enero 2026



INTRODUCCIÓN

Las relaciones altura-diámetro ($Ht-Dn$) son un componente fundamental en el manejo forestal, la investigación y el inventario de los bosques. Conocer y predecir la dinámica de $Ht-Dn$ es crucial para entender el crecimiento y rendimiento de los bosques a través del tiempo (Sharma & Parton, 2007; Temesgen et al., 2014). Si bien el diámetro se mide con facilidad y precisión, obtener la altura puede resultar difícil, lento y costoso, por lo que a menudo se requiere el uso de modelos matemáticos para predecir la altura a partir del diámetro (Chai et al., 2018). La estimación precisa de la altura de los árboles, que a menudo se obtiene a partir del diámetro normal, es fundamental en biometría para cuantificar aspectos como el volumen, la biomasa y el almacenamiento de carbono (Temesgen et al., 2014; Chai et al., 2018).

La relación $Ht-Dn$ es un fenómeno complejo de tipo no lineal, por lo que los modelos no lineales son generalmente más adecuados y precisos para su modelización (Chai et al., 2018). Existen diversas variantes de estos modelos, como los modelos no lineales de efectos mixtos (Sharma & Parton, 2007; Temesgen et al., 2014) y modelos no lineales generalizados (Chai et al., 2018). La forma de crecimiento de los árboles es de tipo sigmoidea, por lo que las ecuaciones usadas para modelizar la relación $Ht-Dn$ a menudo tienen forma de S. Las principales características de estas funciones son la forma (Ht aumenta rápidamente, alcanza un pico y se estabiliza), la asíntota (Ht máxima teórica) y punto de inflexión (culminación de crecimiento en Ht) (Sharma, 2009; Temesgen et al., 2014). El objetivo de esta investigación fue modelizar la relación $Ht-Dn$ en especies del género *Pinus*, *Quercus* y *Arbutus* mediante 15 ecuaciones no lineales.

METODOLOGÍA

Muestreo y datos dasométricos. El estudio se llevó a cabo en el área forestal del ejido San Francisco Mihualtepec, estado de México (**Figura 1**). De acuerdo con INEGI (2021), el uso de suelo dominante en el polígono de estudio es bosque de pino-encino (95.97 %), mientras que el resto pertenece a otros usos como la agricultura (4.03 %; 8.04 ha). Se realizó un muestreo sistemático, con un total de 68 parcelas circulares de 1000 m² (17.84 m de radio). En cada parcela se registró la especie, el diámetro a 1.30 m de altura (Dn) y la altura total (Ht) de cada individuo con un Dn mayor a 5 cm. El Dn se midió con una forcípula Haglof y la Ht mediante una pistola Haga.



Ajuste de ecuaciones. Para modelizar la relación diámetro-altura se ajustaron 15 ecuaciones de tipo no lineal (**Tabla 1**) a nivel especie. El ajuste se realizó mediante la función *gsl_nls* de la librería *gslnls* (Chau, 2021) del programa R (R Core Team, 2024). Este procedimiento requiere que el usuario establezca a priori un valor inicial para cada parámetro de la ecuación. En este estudio, los valores iniciales se aproximaron a partir del diagrama de dispersión (*Dn* vs *Ht*) de los datos de cada especie. El parámetro β_0 se estableció cercano a la *Ht* máxima, mientras que el parámetro dos (β_1) se estableció en función del grado de inclinación (0.01 - 0.05) de la curva en *Dn* pequeños (Fang & Bailey, 1998; Chai et al., 2018). El β_2 fue establecido en función de la curvatura o forma de la nube de dispersión (Fang & Bailey, 1998; Nigul et al., 2021). El número de parámetros varía dependiendo el tipo de ecuación (**Tabla 1**).

El filtro para la selección del mejor modelo en cada especie comenzó con la convergencia del proceso de optimización de parámetros y la significancia estadística de estos ($p < 0.05$). De los modelos restantes se siguió con aquellos de menor complejidad (menor Criterio de Información de Akaike corregido; AICc y Criterio de Información Bayesiano; BIC), mayor grado de ajuste (coeficiente de determinación ajustado; R^2_{aj}) y menor error (raíz del cuadrada media del error; RMSE). Lo anterior, siempre que los modelos candidatos cumplieran con los criterios de normalidad y homogeneidad de varianza de los residuos. El incumplimiento de tales criterios puede generar estimadores e intervalos de predicción poco fiables (Castillo-Gallegos et al., 2017). La normalidad de los residuales del modelo se revisó mediante la prueba de Shapiro-Wilk, función *shapiro.test* de la librería *stats* nativa del programa R (R Core Team, 2024). La homocedasticidad se exploró a partir de la prueba *leveneTest* de la librería *car* (Fox & Weisberg, 2001) del programa R (R Core Team, 2024).

RESULTADOS

Especies de estudio. Durante el muestreo de campo se registró la presencia de tres géneros arbóreos, 13 especies y 939 árboles (**tabla 2**). El género más abundante fue *Pinus* (696 individuos, 74.1 % del total), seguido de *Quercus* con 23.4 % (220 árboles). La especie más abundante fue *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham. con 405 individuos (43.1 % del total), mientras que las menos abundantes fueron *Quercus crassifolia* Bonpl. y *Quercus laurina* Bonpl. (

Tabla 2).

Dentro del género *Pinus*, las especies con mayor intervalo en *Dn* fueron *P. lawsonii* Roetzl. ex Gordon (8.1 – 77.3 cm) y *P. teocote* (7.0 – 75.2 cm), siendo también las de mayor intervalo en *Ht* (4.0 – 27.0 y 4.5 – 28.0 m, respectivamente). Dentro del género *Quercus* fue *Q. magnoliifolia* Née con 6.4 – 46.7 cm de *Dn* y 4.0 – 23.0 m en *Ht*. De todas las especies, la mayor variabilidad en *Dn* se observó en *P. montezumae* Lamb. (sd = 15.5 cm), mientras que en *Ht* fueron las especies *Arbutus xalapensis* Kunth y *P. lawsonii* con mayor variación (**tabla 2**).

Ecuaciones de altura total vs diámetro normal. Debido a que algunas especies tuvieron un tamaño de muestra pequeño ($n < 20$; **tabla 2**), se decidió agrupar algunas especies por género. Por ello, dentro del género *Pinus* se ajustaron las ecuaciones en conjunto para *P. greggii* Gordon y *P. leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham. Dentro de *Quercus* se agruparon las especies *Q. laurina* Bonpl. y *Q. rugosa* Née. Al hacer tales agrupaciones se asume que las especies presentan una forma de crecimiento similar (Corral-Rivas et al., 2014). Para respaldar este hecho, en los modelos ajustados para tales agrupaciones se anexó como variable indicadora (variable dummy) a la especie, configurando el modelo para probar la interacción en cada uno de los parámetros, respectivamente. El resultado de este proceso, informó sobre si la relación *Ht-Dn* en las especies agrupadas presenta asíntota, tasa de cambio y forma similares. Para el resto de especies (**tabla 2**) se ajustaron las ecuaciones de forma individual.

En total se ajustaron 15 ecuaciones por especie, lo que figuró en un total de 165 ecuaciones no lineales ajustadas para modelizar la relación *Ht-Dn*, de los cuales solo el 40.6 % presentó parámetros significativos ($p < 0.05$), además de alcanzar la convergencia en el proceso de optimización de los parámetros. De estos, el 71.6 % (48 ecuaciones) cumplieron con el criterio de normalidad ($p > 0.05$) y varianza homogénea ($p > 0.05$) en los residuos (**figura 2**). No existió un patrón único en las ecuaciones que mejor se ajustaron a los datos de las especies (**tabla 2**), solo M5 ocurrió tres veces seleccionado en el conjunto final. Las ecuaciones de dos parámetros fueron las mejores en siete de los 11 de los conjuntos de datos analizados.

El ajuste de los modelos seleccionados varió considerablemente (**Error! No se encuentra el origen de la referencia.; Tabla 3**). El mayor ajuste se presentó en *P. herrerae* Martínez con R^2_{aj} equivalente a 0.929, mientras que el menor fue para el modelo que agrupó *Q. laurina* y *Q. rugosa* con 0.413. En

promedio, el R^2 ajustado por género fue equivalente a 0.713, 0.725 y 0.514 para *Arbutus*, *Pinus* y *Quercus*, respectivamente, mientras que el promedio de RMSE fue 2.99 m, 2.69 m y 2.08 m, para cada género, respectivamente. A nivel especie, el mayor error (RMSE) se observó en *P. teocote* (3.87 m) y *P. lawsonii* (3.78 m), mientras que el menor (1.20 m) fue para *P. herrerae* (**tabla 3**)

En las especies *P. teocote* y *Q. magnoliifolia* los modelos con la altura en unidades originales no se cumplió con el supuesto de homogeneidad de varianza en los residuos, por lo que se realizó una transformación a logaritmo natural de la variable de respuesta, con lo cual se aseguró el cumplimiento de este supuesto (**figura 2; tabla 3**). Sin embargo, este proceso derivó en el incumplimiento del supuesto de normalidad ($p < 0.05$; **tabla 3**).

Para la mayoría de las especies, los parámetros de los modelos ($\beta_0, \beta_1, \beta_2$) capturaron la tendencia de la relación *Ht-Dn* de las especies estudiadas (tabla 4). Sin embargo, en el caso específico de la agrupación de *P. greggii* y *P. leiophylla* (**tabla 3 y tabla 4**) realizada para asegurar la convergencia del proceso de estimación de parámetros y la estabilidad de estos, la necesaria inclusión de un parámetro indicador (β_{dummy} en **tabla 4**) evidenció una relación diferenciada ($p < 0.05$) en el parámetro que indica la asíntota de la relación *Ht-Dn* en ambas especies. Al presentar un valor de -4.5159 y ser significativo ($p < 0.05$), el parámetro β_{dummy} indicó que el potencial de altura de *P. greggii* fue cerca de 4.5 m menor que *P. leiophylla*. Lo que además indica que, aunque ambas especies comparten una tasa de crecimiento similar, *P. greggii* alcanza una altura potencial inferior (24.69 m) en comparación con *P. leiophylla* (29.21 m). Este resultado derivó en una ecuación diferenciada para el cálculo de *Ht* en cada especie (**tabla 4**)

Contrariamente, en el caso de las especies agrupadas del género *Quercus* (*Q. laurina* y *Q. rugosa*), la inclusión de la especie como parámetro indicador (β_{dummy}) no reveló diferencias significativas ($p > 0.05$) en los parámetros de ninguna de las ecuaciones utilizadas. Por ello, se asume que es posible usar la misma ecuación para ambas especies ya que su relación *Ht-Dn* no es estadísticamente diferente (**tabla 4**).

DISCUSIÓN

Los resultados evidenciaron que no existe una forma funcional óptima para modelar la relación *Ht-Dn*, y que el desempeño de cada ecuación varía dependiendo del porte de cada taxón y la estructura de los

datos. Esto ofrece una explicación, a que no haya resultado un modelo óptimo para modelar *Ht-Dn* a nivel de género, puesto que la biología propia de cada especie define la forma matemática de la ecuación para ser realista (Sharma, 2009).

Los modelos no lineales seleccionados para cada especie mostraron un desempeño heterogéneo, reflejando diferencias interespecíficas en la relación *Ht-Dn*. En general, la selección basada en criterios de información (AIC, AICc y BIC) permitió identificar modelos parsimoniosos, evitando sobreajustes y priorizando la capacidad predictiva, cuya variabilidad del poder predictivo (R^2_{aj} entre 0.413 y 0.929; **tabla 3**) indicó ajustes de moderados a altos. Los altos valores, como en *P. herrerae* y *P. montezumae* ($R^2_{aj} \geq 0.82$), sugieren una alta concordancia entre los valores observados y los predichos por el modelo. Los ajustes observados fueron cercanos a los reportados en otras investigaciones. Por ejemplo, para *P. lawsonii*, Montoya-Jiménez et al. (2025) reportaron valores de 0.65 a 0.66 de R^2 , lo que es mayor a lo observado aquí ($R^2 = 0.55$), aunque los modelos generados por los autores no cumplieron con normalidad y homogeneidad de varianza en los residuos. Para *P. chiapensis* (Martínez) Andresen, Castillo-Gallegos et al. (2017) encontraron ajustes (R^2_{aj}) entre 0.33 a 0.35. Para especies como *P. teocote* y *P. montezumae*, los ajustes observados aquí fueron cercanos a los reportados por Guerra-De la Cruz et al. (2018), R^2_{aj} de 0.80 a 0.87 para la primera y de 0.89 a 0.91 para la segunda. En *P. teocote* también se han reportado $R^2_{aj} > 0.90$ incluyendo variables descriptivas a nivel rodal como el diámetro cuadrático y dominante y altura dominante en las ecuaciones (Hernández-Ramos et al., 2015). Esto sugiere que incluir solo el *Dn* como variable descriptora puede reducir la magnitud de la relación *Ht-Dn* capturada por las ecuaciones usadas en este tipo de estudios (Corral-Rivas et al., 2014). Por su cuenta, Corral-Rivas et al. (2014) modelizaron la relación *Ht-Dn* mediante ecuaciones no lineales con efectos mixtos y ecuaciones generalizadas en especies del género *Arbutus* y *Quercus*, encontrando R^2 equivalentes 0.66 y 0.48, respectivamente. Esos ajustes son cercanos al 0.72 y 0.51 de R^2 obtenido aquí para la especie *A. xalapensis* y en promedio para las especies de *Quercus*. Los contrastes anteriores sugieren que las ecuaciones ajustadas aquí lograron explicar un porcentaje significativo de variación de la altura de los taxa estudiados, siendo cercanos a los reportados en la literatura para las mismas y otras especies.

Las diferencias ente los valores observados y estimados fueron claras entre especies, con errores promedio menores en aquellos casos con mejor ajuste global (**tabla 3**), lo que respalda la selección de

los modelos finales. Asimismo, las pruebas de normalidad y homogeneidad de varianza de los residuos (P_{Norm} y P_{Homo} ; **tabla 3 figura 2**) indicaron que, en la mayoría de los casos, los supuestos estadísticos se cumplieron adecuadamente. No obstante, en aquellos casos donde se transformó la variable de respuesta se observaron desviaciones (*P. teocote* y *Q. magnoliifolia*; **tabla 3**), lo que sugiere que la transformación empleada contribuyó a estabilizar la varianza de los residuos, aunque no siempre garantizó la normalidad de estos.

Por otro lado, Corral-Rivas et al. (2014) estudiaron relaciones *Ht-Dn* agrupando especies de los géneros *Quercus* y *Arbutus* en función de su patrón de crecimiento. Sin embargo, la mezcla de especies puede afectar parámetros de la relación modelada como la asíntota y la tasa de cambio de la altura respecto al diámetro (Fang & Bailey, 1998). Por ello, en la agrupación de especies de este estudio se incluyó como variable indicadora a la especie (β_{dummy}). Los resultados de ello indicaron que, a pesar de compartir una estructura de crecimiento común, existe una forma diferencial de crecimiento en cuanto al potencial de altura (asíntota) entre *P. greggii* y *P. leiophylla*. El parámetro β_{dummy} resultó significativo ($p = 0.039$), revelando que *P. greggii* alcanza una asíntota significativamente menor (24.69 m; **tabla 3**) que *P. leiophylla* (29.20 m; **tabla 3**). La estrategia de agrupar especies no solo permitió el éxito en la convergencia de la ecuación, sino que también permitió cuantificar la diferencia de la relación *Ht-Dn* entre las especies agrupadas. No así en las especies *Q. laurina* y *Q. rugosa*, donde la variable indicadora no reflejó diferencias significativas en los parámetros de la relación *Ht-Dn*, indicando que ambas especies presentan un patrón de crecimiento similar en el área de estudio.

Finalmente, la estructura de la relación *Ht-Dn* varió de manera clara entre especies. Esto se debe a que estas relaciones dependen de aspectos como la arquitectura, estrategia de crecimiento y adaptación al ambiente (Chai et al., 2018). Las especies *P. herrerae* y *P. montezumae*, presentaron los modelos con mejor ajuste general (R^2 ajustado ≥ 0.82 y RMSE bajos), lo que sugiere una relación *Ht-Dn* más predecible y estable. Esto puede deberse a una arquitectura apical dominante y a al crecimiento monopodial de las coníferas (Corral-Rivas et al., 2014). En contraste, especies de *Quercus* y algunas coníferas de crecimiento más variable, como *P. teocote*, mostraron ajustes más modestos. Esto es consistente con arquitecturas plagiotrópicas, mayor plasticidad estructural y respuestas más fuertes a condiciones locales del micrositio (Corral-Rivas et al., 2014; Temesgen et al., 2014).

ILUSTRACIONES, TABLAS, FIGURAS

Figura 1. Área de muestreo forestal del ejido San Francisco Mihualtepec, Estado de México.

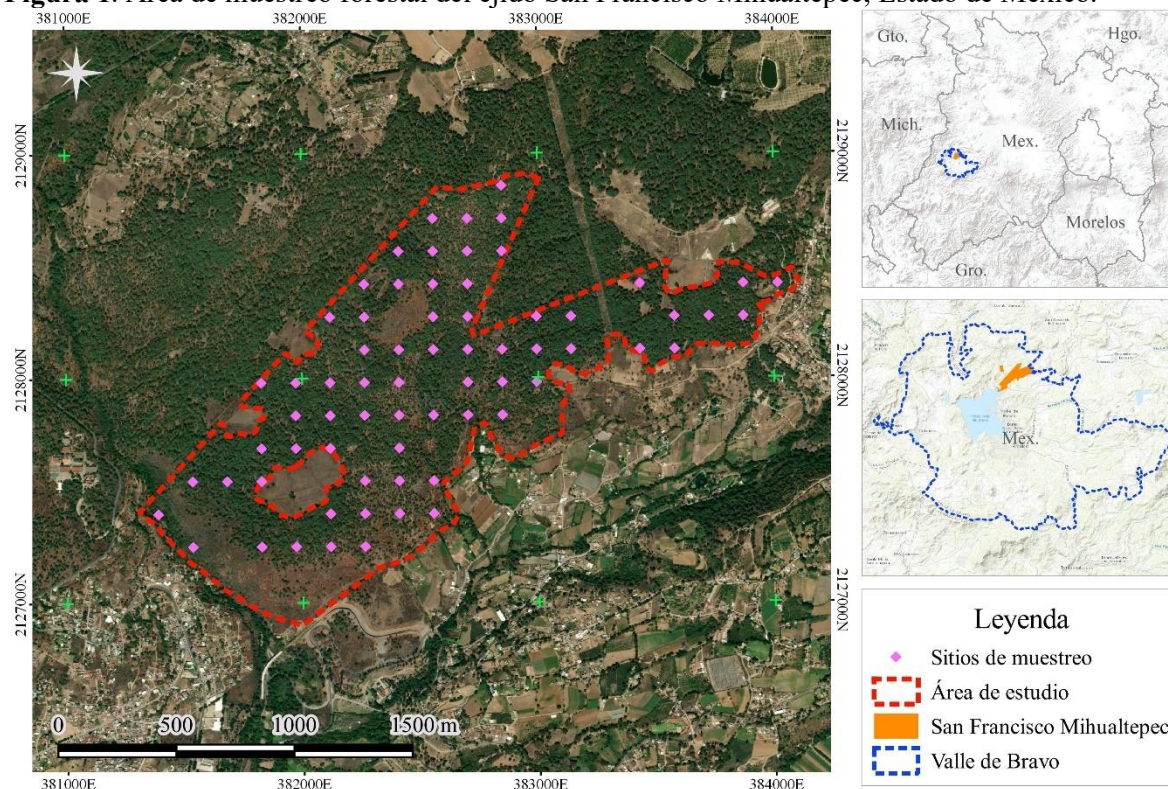


Figura 2. Altura observada y estimada mediante ecuaciones no lineales. Las líneas punteadas azules muestran intervalos de confianza al 95 %. Los paneles de abajo muestran la distribución de los residuos generados por las ecuaciones.

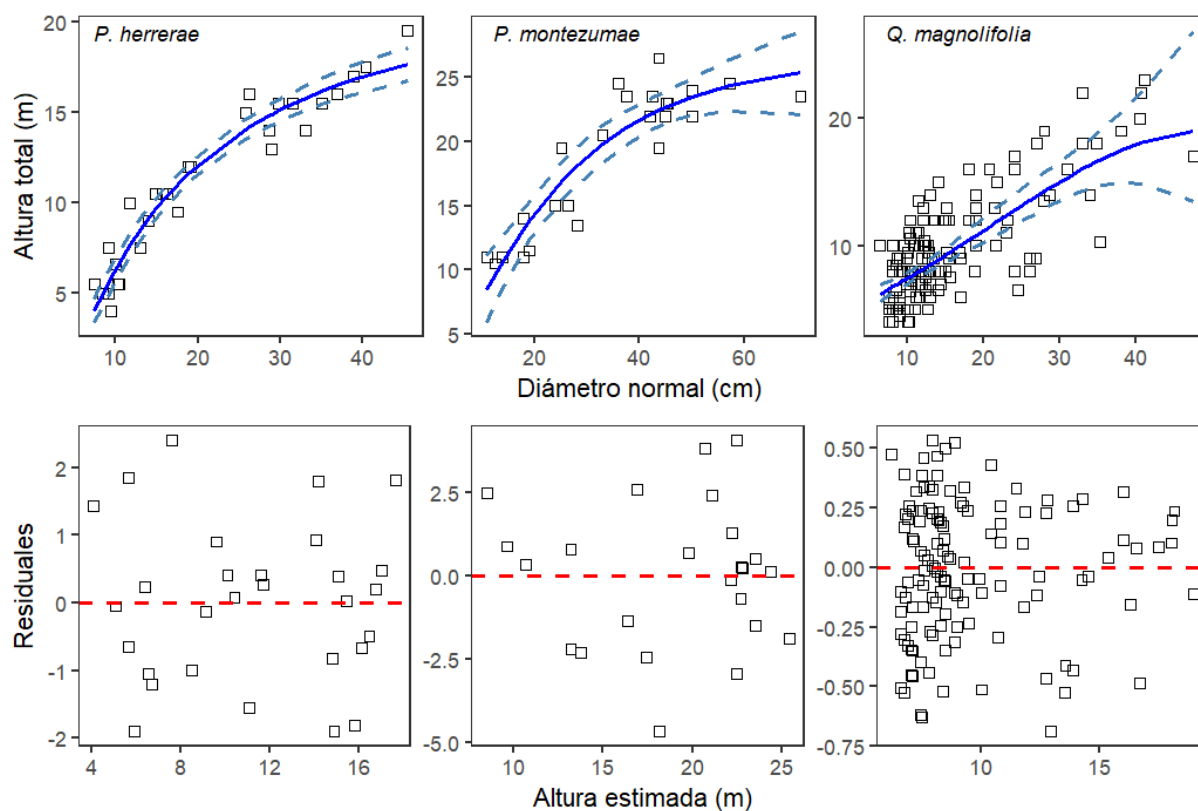


Tabla 1. Ecuaciones no lineales ajustadas para modelar la relación diámetro-altura en especies arbóreas. P = número de parámetros de la ecuación.

Acrónimo	Ecuación	Referencia	P
M1	$Ht = \beta_0 e^{(-\beta_1 Dn^{-\beta_2})}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	3
M2	$Ht = \frac{Dn^{\beta_0}}{\beta_1 + \beta_2 Dn^{\beta_0}}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	3
M3	$Ht = \frac{\beta_0 Dn}{\beta_1 + Dn}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	2
M4	$Ht = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1^{-1} Dn^{-\beta_2}}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	3
M5	$Ht = \beta_0 \left(1 + \frac{1}{Dn}\right)^{-\beta_1}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	2
M6	$Ht = \beta_0 \left(-\ln \left(\frac{1}{Dn}\right)\right)^{\beta_1}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	2
M7	$Ht = \left(\beta_0 + \frac{\beta_1}{Dn}\right)^{-\beta_2}$	Castillo-Gallegos et al. (2017)	3
M8	$Ht = \beta_0 Dn^{(\beta_1 + \beta_2 Dn)}$	Sharma (2009)	3
M9	$Ht = \beta_0 + \beta_1 Dn^{\beta_2}$	García Cuevas et al. (2017)	3
M10	$Ht = \beta_0 + \beta_1 Dn + \beta_2 Dn^2$	García Cuevas et al. (2017)	3
M11	$Ht = \beta_0 e^{\beta_1 \left(\frac{1}{Dn}\right)}$	García Cuevas et al. (2017)	2
M12	$Ht = e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(Dn)}$	García Cuevas et al. (2017)	2
M13	$Ht = \beta_0 [1 - e^{-\beta_1 Dn}]^{\beta_2}$	Clutter et al. (1983)	3
M14	$Ht = \beta_0 [1 - e^{-\beta_1 Dn^{\beta_2}}]$	Temesgen et al. (2014)	3
M15	$Ht = e^{\left(\beta_0 + \frac{\beta_1}{Dn + \beta_2}\right)}$	Temesgen et al. (2014)	3

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de la ecuación; Ht = Altura total (m); Dn = Diámetro normal (cm); e = Exponencial; $\ln$ = logaritmo natural.

Tabla 2. Estadísticas básicas de especies arbóreas usadas para modelar la relación altura-diámetro en el este del estado de México.

Especie	n	Diámetro normal (cm)				Altura total (m)			
		Media	Sd	Min	Max	Media	Sd	Min	Máx
<i>Arbutus xalapensis</i>	23	21.6	10.1	7.5	41.4	10.6	5.6	3.5	22.0
<i>Pinus teocote</i>	405	27.0	13.6	7.0	75.2	15.8	5.4	4.5	28.0
<i>Pinus lawsonii</i>	158	32.6	13.9	8.1	77.3	17.0	5.6	4.0	27.0
<i>Pinus oocarpa</i>	48	22.2	10.9	10.2	47.5	13.6	4.4	7.0	22.0
<i>Pinus herrerae</i>	29	21.3	11.4	7.4	45.5	11.2	4.5	4.0	19.5
<i>Pinus montezumae</i>	24	34.9	15.5	11.0	70.7	18.9	5.4	10.5	26.5
<i>Pinus greggii</i>	14	21.1	7.5	10.2	33.0	15.1	3.6	8.0	21.0
<i>Pinus leiophylla</i>	18	40.4	11.7	18.5	60.5	21.8	3.4	14.5	27.0
<i>Quercus magnoliifolia</i>	139	15.3	8.4	6.4	47.6	9.7	4.0	4.0	23.0
<i>Quercus obtusata</i>	42	15.7	8.2	7.3	40.7	8.4	2.4	4.0	13.5
<i>Quercus rugosa</i>	24	13.2	5.5	7.4	27.5	10.1	2.8	4.0	14.5
<i>Quercus laurina</i>	10	8.4	1.2	7.0	10.6	8.1	2.8	3.5	11.0

n = número de árboles; Sd = desviación estándar; Min = valor mínimo; Max = valor máximo.

Tabla 3. Estadísticos de ajuste de ecuaciones no lineales para modelar la relación altura-diámetro en especies arbóreas en el Estado de México. AIC = Criterio de información de Akaike; BIC = Criterio de Información Bayesiano; RMSE = Raíz del cuadrado medio del error; P_{Norm} = P-valor de la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk a los residuos del modelo; P_{Homo} = P-valor de la homogeneidad de varianza en los residuos del modelo (prueba de Levene). * = modelos con la variable de respuesta transformada a logaritmo natural.

Especie	Ecuación	AIC	BIC	RMSE	R ² ajustado	P _{Norm}	P _{Homo}
<i>A. xalapensis</i>	M5	119.60	123.01	2.99	0.713	0.365	0.192
<i>P. herrerae</i>	M5	96.60	100.70	1.20	0.929	0.481	0.511
<i>P. lawsonii</i>	M8	873.92	886.17	3.78	0.545	0.760	0.058
<i>P. montezumae</i>	M13	112.34	117.06	2.27	0.823	0.853	0.916
<i>P. oocarpa</i>	M6	210.07	215.69	2.07	0.775	0.063	0.672
<i>P. teocote</i> *	M14	57.37	73.38	3.87	0.481	0.000	0.150
<i>P. greggii</i> - <i>P. leiophylla</i>	M11	226.15	233.284	2.99	0.796	0.862	0.238
<i>Q. magnoliifolia</i> *	M10	50.38	62.12	2.64	0.558	0.010	0.078
<i>Q. obtusata</i>	M12	162.12	167.34	1.59	0.547	0.811	0.251
<i>Q. rugosa</i>	M5	102.43	105.96	1.88	0.539	0.409	0.291
<i>Q. rugosa</i> - <i>Q. laurina</i>	M3	154.40	158.98	2.21	0.413	0.088	0.115

Tabla 4. Parámetros estadísticos de ecuaciones usadas para modelar la relación altura-diámetro en especies arbóreas en el este del Estado de México. $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros de la ecuación. $\text{Pr}(> |t|)$ = Valor de probabilidad de t ; β_{dummy} = Parámetro que representa la especie como variable indicadora (dummy).

Especie	Ec	β_0	$\text{Pr}(> t)$	β_1	$\text{Pr}(> t)$	β_2	$\text{Pr}(> t)$	β_{dummy}	$\text{Pr}(> t)$
Axa	M5	33.1341	< 0.0001	23.6174	< 0.0001				
Phe	M5	23.9692	< 0.0001	13.9935	< 0.0001				
Pla	M8	0.6862	0.0157	1.0789	< 0.0001	-0.0041	< 0.0001		
Poo	M6	1.7802	< 0.0001	-1.8381	< 0.0001				
Pte*	M14	3.0444	< 0.0001	0.2720	< 0.0001	0.6846	< 0.0001		
Pmo	M13	26.4833	< 0.0001	0.0483	0.0487	1.2792	0.0270		
Qob	M12	0.9241	< 0.0001	0.4480	< 0.0001				
Qru	M5	18.9445	< 0.0001	7.8652	< 0.0001				
Qma*	M10	1.4836	< 0.0001	0.0581	< 0.0001	-0.0006	0.0411		
Qr-l	M3	21.8496	< 0.0001	14.2904	0.0167				
Pg-l	M11	29.2092	< 0.0001	-11.0042	0.0013			-4.5159	0.039

$$Ht (P. leiophylla) = 29.2092 \times \exp(-11.0042 / Dn)$$

$$Ht (P. greggii) = 24.6933 \times \exp(-11.0042 / Dn)$$

Axa = *Arbutus xalapensis*; Phe = *P. herrerae* Martínez; Pla = *P. lawsonii* Roetzl ex Gordon; Poo = *P. oocarpa* Schiede ex Schltdl.; Pte = *P. teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham.; Pmo = *P. montezumae* Lamb.; Qob = *Quercus obtusata* Bonpl.; Qru = *Q. rugosa* Née; Qma = *Q. magnoliifolia* Née.; Qr-l = *Q. rugosa* Née y *Q. laurina* Bonpl.; Pg-l = *Pinus leiophylla* y *P. greggii* Gordon. * = Modelos con la variable de respuesta transformada a logaritmo natural, por lo que al ajustar la ecuación se debería extraer el exponencial del resultado.

CONCLUSIONES

La dinámica *Ht-Dn* evaluada mostró un comportamiento altamente dependiente del taxón, lo que confirma que no es metodológicamente adecuado asumir una forma funcional única para su modelización. Los modelos no lineales seleccionados evidenciaron capacidades predictivas moderadas a altas, respaldadas por el cumplimiento de supuestos en los residuos. No obstante, la variabilidad observada sugiere la necesidad de explorar modelos con efectos mixtos o variables a nivel de rodal, que permitan capturar con mayor precisión la heterogeneidad estructural de los bosques estudiados.

Agradecimientos

El primer autor agradece profundamente al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología (COMECYT), por la beca otorgada para realizar una Cátedra de Investigación en el Tecnológico de Estudios Superiores de Valle de Bravo, dentro del Programa de Investigadoras e Investigadores COMECYT, ejercicio 2025-2026.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Castillo-Gallegos, E., Jarillo-Rodríguez, J., & Escobar-Hernández, R. 2017. Relación altura-diámetro en tres especies cultivadas en una plantación forestal comercial en el Este tropical de México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y Del Ambiente* 24(1): 33–48.
<https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2017.05.033>
- Chai, Z., Tan, W., Li, Y., Yan, L., Yuan, H., & Li, Z. 2018. Generalized nonlinear height–diameter models for a *Cryptomeria fortunei* plantation in the Pingba region of Guizhou Province, China *Zongzheng. Web Ecology* 18(1): 29–35. <https://doi.org/10.5194/we-18-29-2018>
- Chau, J. 2021. *gslnl: GSL Multi-Start Nonlinear Least-Squares Fitting*. CRAN: Contributed Packages. <https://doi.org/doi.org/10.32614/CRAN.package.gslnl>
- Clutter, J., Fortson, J., & Brister, G. 1983. *Timber management: a quantitative approach* (Primera ed). John Wiley & Sons. <https://www.cabidigitallibrary.org/doi/full/10.5555/19840691762>
- Corral-Rivas, S., Álvarez-González, J. G., Crecente-Campo, F., & Corral-Rivas, J. J. 2014. Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems* 1(1): 1–9. <https://doi.org/10.1186/2197-5620-1-6>
- Fang, Z., & Bailey, R. L. 1998. Height–diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management* 110(1–3): 315–327. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(98\)00297-7](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(98)00297-7)
- Fox, J., & Weisberg, S. 2001. *car: Companion to Applied Regression*. In CRAN: Contributed Packages (Vol. 3, pp. 1–5). <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.car>
- García Cuevas, X. A., Hernández Ramos, J., Hernández Ramos, A., Quiñonez Barraza, G., Tamarit Urías, J. C., & García Espinoza, G. G. 2017. Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón en especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8(43): 089–116. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v8i43.67>
- Guerra-De la Cruz, V., Islas-Gutiérrez, F., Flores-Ayala, E., Acosta-Mireles, M., Buendía-Rodríguez, E., Carrillo-Anzures, F., Tamarit-Urías, J. C., & Pineda-Ojeda, T. 2018. Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa,



Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10(51): 133–156.

<https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i51.407>

Hernández-Ramos, J., García-Cuevas, X., Hernández-Ramos, A., García-Magaña, J. J., Muñoz-Flores, H. J., Flores-López, C., & García-Espinoza, G. G. 2015. Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6(31): 8–21. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i31.192>

INEGI. 2021. Conjunto de Datos Vectoriales de Uso de Suelo y Vegetación. Escala 1:250 000, Serie VII. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática - Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad. Aguascalientes, México.

Montoya-Jiménez, J. C., Ruiz-González, C. G., García-Martínez, R., Hernández-Soto, F. N., Estrada-Venegas, E. G., & Equihua-Martínez, A. 2025. Modelos no lineales y algoritmos de aprendizaje automático para modelar relaciones altura-diámetro en *Pinus lawsonii* Roetzl. *Revista Iberoamericana de Bioeconomía y Cambio Climático* 10(19): 2346–2356.

<https://doi.org/10.5377/ribcc.v10i19.19639>

Nigul, K., Padari, A., Kiviste, A., Noe, S. M., Korjus, H., Laarmann, D., Frelich, L. E., Jõgiste, K., Stanturf, J. A., Paluots, T., Põldveer, E., Kängsepp, V., Jürgenson, H., Metslaid, M., & Kangur, A. 2021. The Possibility of using the Chapman–Richards and Näslund functions to model height–diameter relationships in hemiboreal old-growth forest in Estonia. *Forests* 12(2): 184.

<https://doi.org/10.3390/f12020184>

R Core Team. 2024. R: A language and environment for statistical computing. Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.r-project.org/>.

Sharma, M., & Parton, J. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management* 249(3): 187–198.

<https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.05.006>

Sharma, R. 2009. Modelling height-diameter relationship for Chir pine trees. *Banko Janakari* 19(2): 3–9. <https://doi.org/10.3126/banko.v19i2.2978>



Temesgen, H., Zhang, C. H., & Zhao, X. H. 2014. Modelling tree height–diameter relationships in multi-species and multi-layered forests: A large observational study from Northeast China. *Forest Ecology and Management* 316: 78–89. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2013.07.035>