Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), marzo-abril 2026,
Volumen 10, Número 2.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2

LA DERIVADA: CUÁNDO LA GEOMETRÍA SE VOLVIÓ ÁLGEBRA

THE DERIVATIVE: WHEN GEOMETRY BECAME ALGEBRA

Eric Antonio Acevedo
Universidad de Panamá

Pedro Saucedo
Universidad de Panamá

Daniel Sánchez Díaz
Universidad de Panamá

Ana EdithVarela
Universidad de Panamá

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23846

La Derivada: Cuándo la Geometría se Volvió Álgebra

Eric Antonio Acevedo[1]
eric.acevedo@up.ac.pa
https://orcid.org/0009-0004-5925-6497
Universidad de Panamá
Panamá

Pedro Saucedo
pedro.saucedo@up.ac.pa
https://orcid.org/0009-0007-0539-4554
Universidad de Panamá
Panamá

Daniel Sánchez Díaz
daniel-a.sanchez@up.ac.pa
https://orcid.org/0009-0003-7036-7895
Universidad de Panamá.
Panamá.

Ana EdithVarela
ana.varela@up.ac.pa
https://orcid.org/0000-0003-1865-3053
Universidad de Panamá
Panamá

RESUMEN

Al referirse a los orígenes del cálculo (Pérez,) destaca los dos problemas fundamentales: -Determinar la tangente a una curva en un punto (el problema de las tangentes),- Determinar el área encerrada por una curva (el problema de las cuadraturas). A nosotros nos interesa el origen geométrico del primero de ellos, la derivada; que al decir del mismo autor no se formuló hasta el siglo XVII, atribuyéndole, como lo hacen otros autores y así lo determina la historia, a Sir Issac Newton (1642 - 1727) y a Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) como los que hicieron aportes decisivos en cuanto a su desarrollo, y la relación entre los dos problemas citados, todo ello producto de un proceso histórico en el cual participaran otros matemáticos, del siglo XVI y XVII.

***Palabras clave*:** recta tangente, máximos, mínimos, cálculo infinitesimal, fluxiones, derivada

[1] Autor principal
Correspondencia: eric.acevedo@up.ac.pa

The Derivative: When Geometry Became Algebra

ABSTRACT

Referring to the origins of calculus (Pérez González[9]) highlights the two fundamental problems: -Determine the tangent to a curve at a point (the problem of tangents), -Determine the area enclosed by a curve (the problem of quadratures). We are interested in the geometric origin of the first, the derivative; that saying of the same author was not made until the seventeenth century, attributing, as do other authors and so determines history, Sir Isaac Newton (1642 - 1727) and Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) as those who made contributions crucial in their development, and the relationship between the two problems mentioned, all the product of a historical process which involved other mathematicians of the sixteenth and seventeenth century.

***Keywords*:** tangent line, maximums, minimums, infinitesimal calculus, fluxions, derivatives

Artículo recibido 02 abril 2026
Aceptado para publicación: 30 abril 2026

INTRODUCCIÓN

Las prácticas humanas han pasado primeramente por aspectos de tipo geométrico y gráfico mucho antes de ser expresadas en fórmulas y desarrollos algebraicos (Serna y Castañedas 2007 pág. 91). En efecto así lo reitera (Pérez González ob. Cit.) quien reproduce las ideas de Judith Grabiner "Primero la derivada fue usada, después descubierta, explorada y desarrollada". El tema que nos ocupa es el desarrollo geométrico de la derivada, una vez fue descubierta, su desarrollo ha sido más que todo algebraico, de allí que ha nuestra discreción personal titularemos el siguiente artículo La derivada: cuándo la geometría se volvió álgebra

Al buscar la génesis geométrica de cualquier concepto matemático, es necesario ubicarnos en el origen del hombre primitivo que veían en el entorno el uso y aplicaciones geométricas aún en sus formas muy incipientes. Nos tocará estudiar aquellos aportes hechos por los primeros asientos culturales que fueron conocidas como las primeras civilizaciones, por lo menos la más conocidas por sus aportes al origen y desarrollo de las ciencias que hayan sido documentadas.

Hoy sabemos que el origen del concepto de la derivada se da en forma geométrica con el problema de la recta tangente a una curva (concepto estático griego en contraste con el cinemático de Arquímedes) y, el problema de los extremos (máximos y mínimos de Fermat) que en conjunto van a ser la piedra angular para lo que actualmente se conoce como cálculo diferencial. (BOYER, C. (1949) pág. 5).

Usos que, en la antigüedad, dieron los griegos a las rectas tangentes

Al considerar la evolución geométrica del concepto de la derivada tenemos que ubicarnos en la antigua Grecia, donde se van a dar los primeros rasgos de este concepto como lo expresa Pérez González, quien origino la teoría de las derivadas fue la determinación de las tangentes a las curvas. Las matemáticas griegas abarcan casi 1000 años, se inicia con los pitagóricos en el siglo VI a. C. hasta el siglo V de nuestra era con los últimos representantes de la escuela de Alejandría; el final de esta era se da con el asesinato de Hypatia en el año 415 por hordas de fanáticos cristianos. Los griegos eran capaces de cuadrar figuras utilizando procedimientos geométricos, donde dada una figura se tenía que construir un cuadrado con área igual a la figura dada.

Sin embargo, estos no fueron los únicos problemas relacionados con curvas como las cónicas que resolvieron; también trabajaron el trazado de tangentes a éstas. (Pérez G. J.)

Al inicio se consideraba la tangente como aquella recta que toca a la curva sin cortarla, (COLLETE, J (1993), pág. 45) la cual se podía observar claramente cuando se trazaban las mismas en circunferencias así en otras curvas; por lo que se puede decir que el concepto de tangente que manejaban los griegos era estático, y en consecuencia del tipo geométrico.

Apolonio de Perga (200 a. C)

Desde el punto de vista matemático es el verdadero especialista en geometría. Apolonio, se lleva el honor de ser el primero en analizar y resolver el problema de la recta tangente a una curva. En el libro II de su obra, hace el estudio de los diámetros conjugados y de las tangentes a una cónica. Veamos el ejemplo siguiente relacionado con la recta tangente a una hipérbola y a una elipse.

Sea P un punto cualquiera de una hipérbola de centro C, entonces, Apolonio demuestra que la tangente en P corta las asíntotas en los puntos L y L' que equidistan de P. (fig.1.a). Con respecto a la elipse, (fig.1.b) si Q es un punto de la curva, Apolonio traza la perpendicular desde el punto Q al eje AA', y halla el conjugado armónico T de N con respecto a A y A', es decir, el punto T que divide externamente al segmento AA' está en la misma razón en que N divide internamente a AA'. Entonces, la recta que pasa por T y Q será tangente a la elipse.

Figura 1. Rectas y curvas de Apolonio.

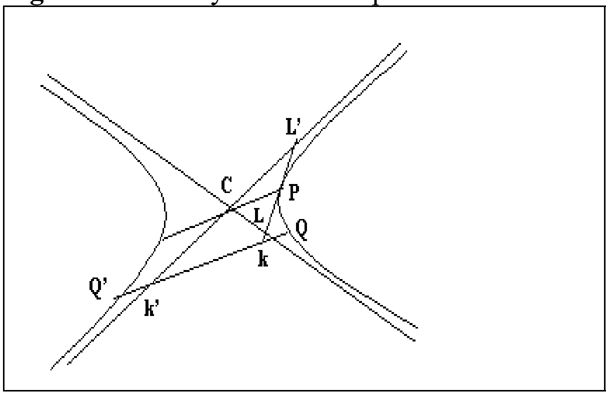


Fig. 1.a

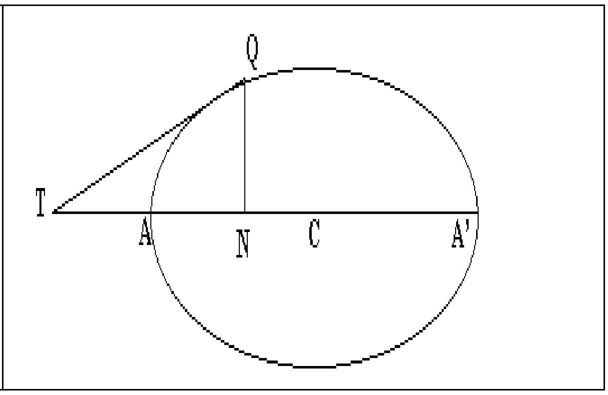


Fig. 1.b

Arquímedes de Siracusa. (287-212 a. C)

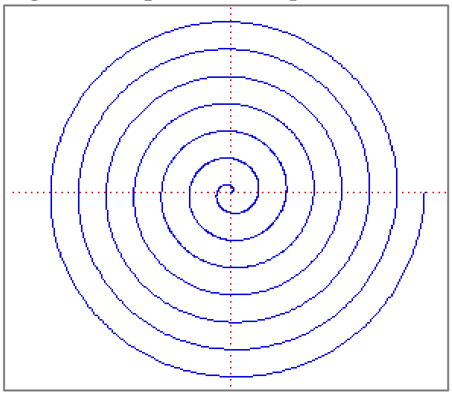
Considerado como el científico y matemático más importante de la edad antigua y uno de los más grandes de la historia.

El mismo se consideró siempre como un gran geómetra. Sus trabajos representaron un gran avance, no solo por los resultados conseguidos, sino por los métodos utilizados, el rigor de sus demostraciones y la solidez de su estructura lógica. Fue precursor de algunos de los descubrimientos de la matemática moderna, como por ejemplo, el uso que hizo del método de exhausción de Eudoxio para calcular áreas y volúmenes, que terminó casi 2000 años más tarde en el cálculo integral. Con respecto a sus trabajos sobre la recta tangente los mismos fueron realizados en la espiral que lleva su nombre.

La espiral de Arquímedes y el cálculo de tangente

El objetivo de Arquímedes al estudiar esta curva fue la de darle resolución a los problemas clásicos de la matemática griega; como la cuadratura del círculo y la trisección del ángulo. En "Sobre espirales", Arquímedes define su espiral de la manera siguiente: *"Si una línea recta que permanece fija en un extremo, se la hace girar en el plano con velocidad constante y, al mismo tiempo, se mueve un punto sobre la recta con velocidad constante comenzando por el extremo fijo, el punto describe el plano una espiral"*

Figura 2. Espriral de Arquimedes

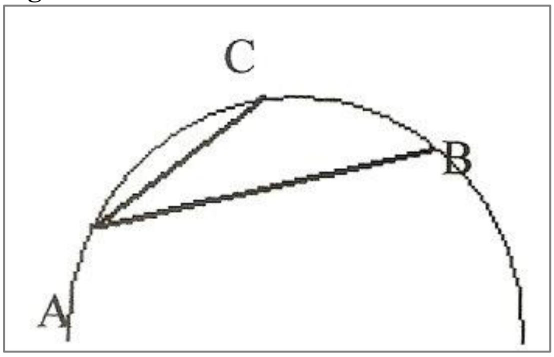


Uso de la tangente en los siglos XV-XVI

Nicolás Copérnico

Nicolás Copérnico (1473-1543), utilizó la geometría para llevar a cabo sus investigaciones sobre los cuerpos celestes; usándola para determinar su posición y su trayectoria, a través de confección de tablas. Según Serna (2007, pp73), existe un problema en donde Copérnico menciona la recta tangente, que dice así: *Problema: Pero puesto que el arco es siempre mayor que la subtensa a él trazada, siendo la recta la línea más corta de las que tienen los mismos extremos, con todo la desigualdad tiende a la igualdad* *al pasar las secciones del círculo de mayores a menores, de modo que, el punto de contacto extremo (de tangencia) del círculo coexisten la línea circular y la recta: en consecuencia, es necesario que, antes de que esto ocurra, difieran entre sí con una discrepancia poco manifiesta.*

Figura 3. Problema de arcos dentro de una semicircunferencia.



Luego, como vemos; hemos llegado a un punto, en el que la diferencia entre la recta y la curva que la envuelve escapa a los sentidos, como convertirlos en una sola línea. Podemos ver que en el problema se encuentra inmerso la idea de variación y la noción de límite; se puede verificar que a medida que se reducen los ángulos, la subtensa y el arco que la contienen se empiezan a semejar mucho. Además, según Serna (2007, pp 75), Copérnico hace uso del Teorema VI de su libro, que dice así: *"La razón entre dos arcos es mayor que la razón entre la mayor y la menor de las rectas subtendidas [cuerdas]. Sean en un círculo dos arcos desiguales unidos, AB y BC, y sea el mayor BC. Afirmo que la razón de BC a AB es mayor que la de las subtensas BC a AB." (Copérnico, 1543, pp. 48-49)*

Copérnico señala que hay un momento en que la diferencia y la curva que la envuelve escapan a los sentidos. Según Serna (2007, pp. 76), nos interesa remarcar como en este problema se encuentra presente ideas del Cálculo Infinitesimal, en las líneas del texto que dicen "*luego, como vemos hemos llegado a un punto, en el que la diferencia entre recta y la curva que la envuelve escapa a los sentidos, como convertidos en una sola línea"* lo ponen de manifiesto, al observar esto Copérnico pone en práctica ideas que a nuestro parecer son parecidas a lo que actualmente concebimos como ***límite.*** Podemos percatarnos también la idea de tangente que tiene Copérnico, según lo descrito anteriormente "*la subtensa coexiste con la curva en el punto extremo, en ese punto la subtensa y la tangente se convierten en la misma recta***".**

Copérnico utiliza la tangente para encontrar la razón última entre segmentos infinitamente pequeños, describiéndolos de la siguiente manera: "*coexisten la línea circular y la recta: en consecuencia, es necesario que, antes de que esto ocurra, difieren entre sí con una discrepancia poco manifiesta*".

Galileo Galilei (1564 – 1542)

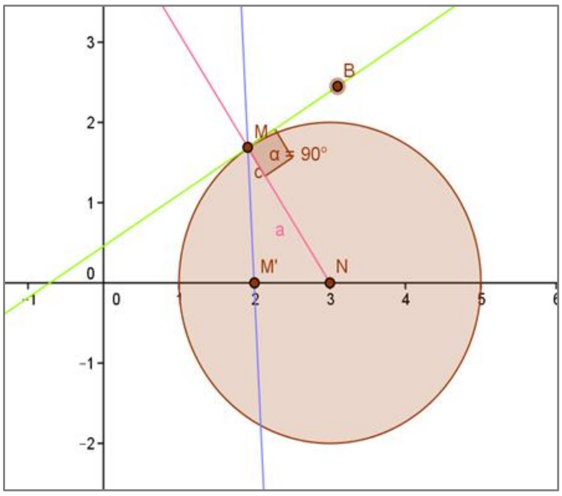
A Galileo Galilei también se le atribuye el uso de las tangentes; en su libro "Diálogo sobre dos nuevas ciencias" en su Teorema VIII que en términos modernos se puede expresar así: **"***La amplitud de las parábolas descritas por proyectiles con el mismo impulso y según elevaciones que se diferencian de 45° por exceso o por defecto serán iguales entre sí*". Galileo utiliza las rectas tangentes para hacer los cálculos geométricos correspondientes, para poder describir los triángulos semejantes formados y poder determinar la amplitud de la parábola (Serna 2007 pp. 78). El movimiento de los proyectiles y los lleva a figuras triangulares para probar su teorema.

Uso y aplicaciones de la tangente en el siglo XVII

René Descartes

En 1637 abordó el problema de las tangentes intentando determinar la normal a la curva de un punto M dado: Sea N el punto donde la normal se interseca con el eje de las abscisas. Se traza una circunferencia con centro en N y radio NM, cortará a la curva dada en ese punto solamente y será la tangente a la curva. En el caso de que N no coincide con el pie de la recta normal, la circunferencia de radio NM cortará a la curva en dos puntos, donde el segundo se aproxima indefinidamente a M mientras que N se aproxima indefinidamente al pie de la recta normal.

Figura 4. Problema de la recta tangente de Descartes.



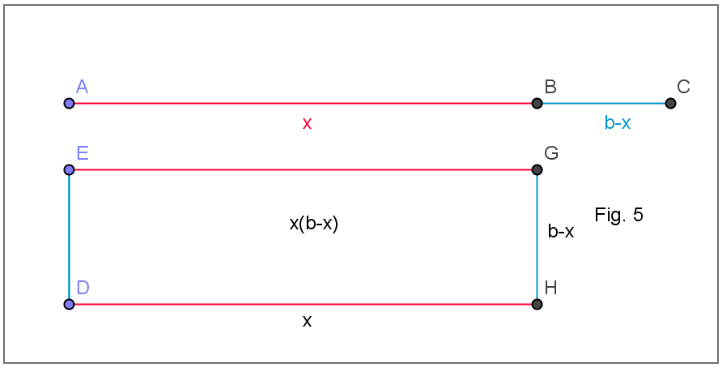
Este método está fundamentado en el siguiente principio: *"Una curva línea de cualquiera variable que corta a una curva dada en el punto fijo M dado y en otro punto P variable que se aproxima a M, llega a ser tangente a esta curva cuando ambos puntos coinciden"*. El segundo método fue propuesto en respuesta a las correcciones y modificaciones que él le hizo a Fermat en la regla para obtener los máximos y los mínimos; este consistía en considerar a la tangente de una curva como la posición particular de una secante que gira en torno al pie de la tangente. El ultimo método plantea que la tangente está determinada por una recta que gira alrededor del punto de contacto dado, hasta que el otro punto en el que aquella corte a la curva coincida con el primero.

Uso implícito de las tangentes en "El método de máximos y mínimos de Fermat."

Pierre de Fermat (1601-1655) considerado por Lagrange, Laplace y Tannery, entre otros, como el inventor del cálculo por sus contribuciones al cálculo de máximos y mínimos, el trazado de tangentes, entre otros temas significativos para el desarrollo del cálculo. En su obra "*Methodus ad disquirendam maximanet miniman"* establece el primer procedimiento general para calcular máximos y mínimos. El método se describe al resolver el siguiente problema, (Cantoral y Farfán - 2004, pág. 69-70) *"Dado un segmento, hallar el punto sobre él de tal suerte que el rectángulo que tiene por lados los dos segmentos que el punto determina sea de área máxima"*.

Sea $\overline{AC}$ el segmento dado, en la figura 5, de longitud b, y sea B un punto sobre $\overline{AC}$. Tomemos como x a la longitud del segmento $\overline{AB}$, así que el segmento $\overline{BC}$ tiene por longitud $b - x$. De lo anterior el rectángulo formado (ver rectángulo construido sobre $\overline{AB}$) tiene área $x(b - x)$.

Figura 5. Máximos y mínimos de Fermat.

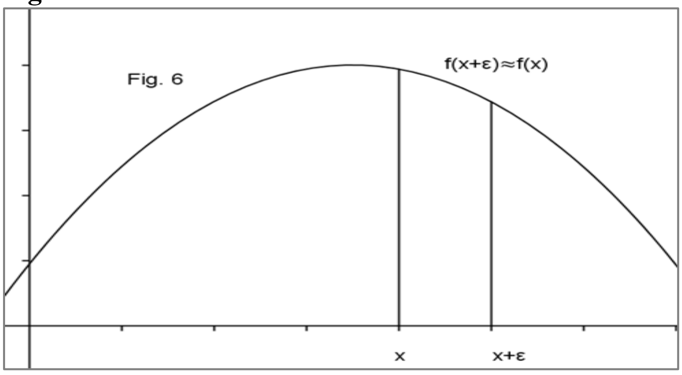


Luego entonces se debe maximizar la expresión anterior. Para ello considera un punto adicional B´sobre $\overline{\mathrm{AC}}$ de forma que la longitud $\overline{\mathrm{AB}}$ sea un poco distinta de x, es decir $x + \varepsilon$ por lo tanto el segmento $\overline{\mathrm{B'C}}$ tendrá una longitud $b - (x + \varepsilon) = b - x - \varepsilon$.

El nuevo rectángulo así construido será $\mathrm{AB'C}$, con área $(x + \varepsilon)(b - x - \varepsilon)$. Fermat argumenta que si el punto B hace que el área sea máxima, entonces el valor del área determinada por $\mathrm{B'}$ será prácticamente igual al área determinada por B, a partir de lo cual se obtiene $x(b - x) = (x - \varepsilon)(b - x - \varepsilon)$. Y de ahí $0 \approx \varepsilon b - 2\varepsilon x - \varepsilon^2$.

Con respecto a la expresión anterior, Fermat dice que se cumplirá la igualdad cuando $\varepsilon = 0$ y, por lo tanto $b = 2x$, de lo cual concluye que el rectángulo es un cuadrado de lado $\frac{b}{2}$. Analizando el razonamiento de Fermat en términos actuales tendríamos lo siguiente: Definamos $f(x) = x(b - x)$.Luego, si $\varepsilon = 0$, entonces: $f(x + \varepsilon) \approx f(x)$

Figura 6. Máximo de Fermat.



Así, $f(x + \varepsilon) - f(x) \approx 0$. Dividiendo por ε tenemos: $\frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon} \approx 0$ por lo tanto, $\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}$ es la definición moderna de la derivada. Consecuentemente, la eliminación de Fermat del resto de los términos que contienen ε equivale a decir que $f'(x) = 0$. Así $f'(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon} = 0$

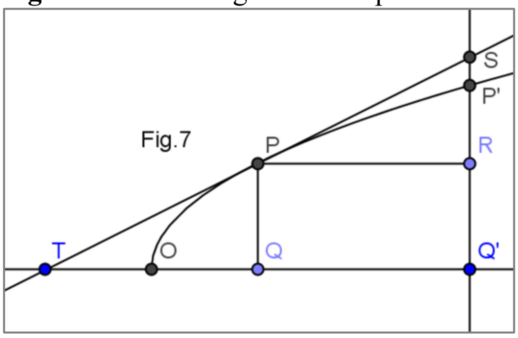
Por su parte, el método de Fermat da una condición necesaria para los máximos y mínimos, pero esta condición no es suficiente y tampoco permite distinguir un máximo de un mínimo. Además, no dice que ε fuese infinitesimal, ni siquiera una magnitud muy pequeña. El método no implica ningún concepto de límite, sino que es puramente algebraico. Fermat aplica su método a problemas de construcciones geométricas más que de optimización de cantidades.

Podríamos decir, que lo valioso es que con el método de Fermat se utilizan argumentos parecidos a los infinitesimales, tanto para calcular la tangente como para determinar los máximos y mínimos (Serna 2007, pp 83). Además, De la Torre, Suescún y Alarcón [5] reportan que tan cerca estuvo Fermat de la noción de derivada y que el procedimiento utilizado por él, hoy en día, no es más que el cálculo del límite cuando ε tiende a cero de la relación incremental.

En la misma obra, Fermat determina la subtangente a una parábola utilizando su método de máximos y mínimos, a continuación describimos el método citado en Cantoral y Farfán – 2004, pág. 71-72. Sea la curva OPP´ (véase la fig. 7), la recta PT es tangente al a curva en el punto P. El punto T es la intersección de la recta tangente con el eje de las abscisas. Llamemos subtangente al segmento TQ. Por lo tanto, hallar la recta tangente es equivalente a hallar la subtangente TQ. Por la manera en que está construida la figura, los triángulos TPQ y PSR son semejantes, y se satisfacen las siguientes relaciones entre sus lados:

$\frac{QT}{PR} = \frac{PQ}{SR}$ y por lo tanto, $TQ = \frac{PR \cdot PQ}{SR}$. Como $PR = QQ' = \varepsilon$. Si ε es pequeño se tiene que $SR = P'R$. Pero $P'R = P'Q' - RQ' = P'Q' - PQ$; entonces $TQ \approx \frac{\varepsilon \cdot PQ}{P'Q' - PQ}$; finalmente, la igualdad se obtendrá cuando $\varepsilon = 0$.

Figura 7. Recta tangente en un punto.



Con $OQ = x, OQ' = x + \varepsilon, TQ = t, TQ' = t + \varepsilon, PQ = f(x), P'Q' = f(x + \varepsilon)$

Entonces las últimas expresiones que teníamos

$$TQ \approx \frac{\varepsilon \cdot PQ}{P'Q' - PQ} \quad \text{y} \quad TQ = \frac{\varepsilon \cdot PQ}{P'Q' - PQ} \Big|_{\varepsilon \to 0}$$

Que reescritas queda $TQ \approx \frac{\varepsilon f(x)}{f(x+\varepsilon) - f(x)}$ y $t = \frac{\varepsilon f(x)}{f(x+\varepsilon) - f(x)} \Big|_{\varepsilon \to 0}$ ien $\frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon} \approx \frac{f(x)}{t}$ y la igualación se obtiene cuando $\varepsilon \to 0$. Así $\frac{dy}{dx} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x)}{t}$, entonces $t \approx \frac{f(x)}{\frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{e}}$ y

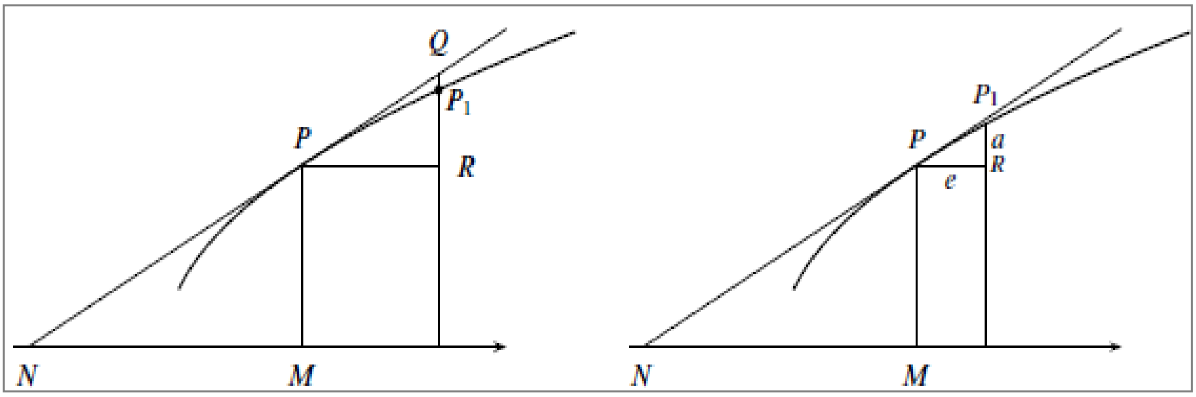
$t = \frac{f(x)}{f'(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{f(x)}{t}$. Como la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la curva es $\frac{f(x)}{t}$, la ecuación anterior identifica la pendiente de la recta a la gráfica de la curva $y = f(x)$ con derivada $f'(x)$.

Triángulo de diferencias de Barrow

Issac Barrow (1630-1677) quien fue profesor de Newton, también utiliza un método para calcular tangentes. Este brinda grandes contribuciones al cálculo, tal como afirma Javier Pérez 2006: **"***El tratado Lectiones Geometricae, se considera una de las principales aportaciones al cálculo. En él Barrow quiso hacer una puesta en día de todos los últimos descubrimientos, principalmente problemas de tangentes y cuadraturas. Barrow hace un tratamiento detallado de todos estos problemas incluyendo conceptos como tiempo y movimiento y usando métodos infinitesimales y métodos de indivisibles***".** Utiliza el triángulo característico o triángulo diferencial, el cual detallamos a continuación:

Sea ΔPRQ, (Fig. 8) que resulta de un incremento PR, como este triángulo es semejante a PMN, Entonces la pendiente de la tangente $\frac{PM}{MN}$ es igual a $\frac{QR}{PR}$. Barrow afirma que cuando el arco PP_1es muy pequeño podemos identificarlo con el segmento PQ de la tangente en P. El triángulo PRP_1 de la figura de la derecha, en el cual PP_1 es considerado a la vez como un arco de la curva y como parte de la tangente, es el triángulo característico o infinitesimal. En el capítulo X de *Lectiones,* Barrow calcula la tangente a una curva, dada por la ecuación polinómica $f(x,y) = 0$, en un punto de la misma $P = (x,y)$ de la forma siguiente. Sea $P_{1=}(x+\varepsilon, y+a)$un punto de la curva próximo a P y sustituyamos estas coordenadas en la ecuación $f(x,y) = 0$.

Figura 8. Triángulo PRQ



Después de estas operaciones se puede calcular el cociente $\frac{a}{\varepsilon}$ que es la pendiente a la curva en el punto P

Descubrimiento de la derivada (Siglo XVII- XIX)

Los problemas que dieron origen al cálculo infinitesimal datan de épocas antiguas, pero no fue hasta el siglo XVII que autores como Newton y Leibniz encontraron métodos para resolverlos. Desde el punto de vista geométrico la derivada se puede interpretar como el problema de la tangente a una curva o el problema de los extremos (máximos y mínimos). En el caso de máximos y mínimos fue Pierre de Fermat en 1629 quien expone un método para encontrar los puntos en los cuales una función polinómica del tipo y = f (x), toma un valor máximo o mínimo. Fermat compara el valor del punto f (x) en un punto con el valor f (x + e) en un punto próximo, aunque por lo general estos dos puntos son ligeramente diferentes en algún momento su diferencia es casi imperceptible. Igualando f (x) con f (x + e) y considerando que estos valores son casi iguales y que entre más pequeña sea la diferencia e entre estos dos puntos, más próximo estarán estos valores. Dividiendo todo por e y haciendo $e = 0$; le permite calcular las abscisas de los máximos y mínimos. Este proceso es equivalente a calcular $f'(c)$ e igualar este limite a cero lo que en esencia es el proceso que hoy día llamamos diferenciación. Newton (1642-1727) llamó "cantidades fluentes" a lo que nosotros llamamos f (x) ó y, y a la derivada, D f (x) la llamó "fluxión". Por otro lado, Leibniz utilizó los símbolos $D_x f$, $\frac{d}{dx}f(x)$, $\frac{dy}{dx}$ para representar la derivada de una función. A finales del siglo XVII Newton y Leibniz sintetizaron el concepto de "derivadas" e "integrales" y desarrollaron reglas de derivación. Newton desarrolló su propio método para el cálculo de tangentes y en 1665 encontró un algoritmo para derivar funciones algebraicas que eran equivalentes al de Fermat, e introdujo el concepto de fluxión que para él era la velocidad con la que una variable "fluye" (varía) con el tiempo. Leibniz en sus trabajos le da a la derivada un carácter geométrico y la consideró como un cociente incremental y no como una velocidad. En 1684 publica detalles de su Cálculo diferencial en su revista "*Nuevos Métodos para Máximos y Mínimos y para las Tangentes*". En este artículo aparece la conocida notación d para las derivadas, las reglas de las derivadas de las potencias, productos y cocientes.

Cociente de diferencias de Newton

La derivada de una función f es la pendiente geométrica de la recta tangente de la gráfica de f en x. El objetivo es aproximar la recta tangente a través de múltiples rectas secantes cuya distancia es progresivamente más pequeña en los puntos que cruzan. Al tomar el límite de las pendientes de las rectas secantes de esta progresión, se encuentra la pendiente de la recta tangente. Así $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (cociente de diferencia de Newton). De esta manera la derivada queda definida tomando el límite de la pendiente de las rectas secantes, al acercarlas a las líneas tangentes. A través de algunas técnicas se puede cancelar la h del denominador, pero no en todas las funciones esto es posibles; siendo h un número relativamente pequeño que representa un cambio relativamente pequeño en x, que puede ser positiva o negativa. La notación de Newton para la diferenciación respecto al tiempo es $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = x'(t)$. Jacques Bernoulli toma como referencia los trabajos de Leibniz y en 1690, le sugiere el nombre "integral" y puntualizó que en un punto máximo o mínimo la derivada de la función no tiene que anularse; sino que puede tomar un "valor infinito" o asumir una forma indeterminada.

Newton y el Cálculo de Fluxiones

En 1666 Newton descubrió el método inverso de fluxiones y la relación entre cuadraturas y fluxiones. En esos dos años también inició las teorías de los colores y de la gravitación universal.

Newton desarrolló tres versiones de su cálculo. En la obra "*De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas*", que Newton entregó a su maestro Barrow en 1669, y que puede considerarse el escrito fundacional del Cálculo, Newton usa conceptos infinitesimales de manera similar a como hacía el propio Barrow.

Una segunda presentación del Cálculo es la que realiza Newton en el libro "*Methodus Fluxionum et serier um infinitorum*", escrito hacia 1671 y que se publicó mucho después en 1736. Newton considera cantidades variables que van fluyendo con el tiempo, a las que llama fluentes. Después se introducen las razones de cambio instantáneas de las fluentes, a las que llamo fluxiones que son las derivadas respecto al tiempo de las fluentes. Newton representaba a las primeras por letras x, y, z,. . . y a las segundas por letras punteadas x˙, y˙, z˙, ... Los incrementos de las fluentes x, y, z, . . . , los representa por medio de las correspondientes fluxiones en la forma x˙o, y˙o, z˙o, . . . , y los llama momentos , donde o es entendido como un incremento infinitesimal de tiempo.

Newton desarrolló una serie de algoritmos y redujo muchos problemas como determinación de tangentes, máximos y mínimos, áreas y superficies, curvaturas, longitudes de arcos, centros de gravedad etc.

Hay que notar que Newton no piensa en términos de funciones con el significado actual de ese término, sino que imagina curvas o superficies descritas por las variables, o sea, considera relaciones entre las fluentes del tipo f (x, y, z, . . .) = 0, donde f para él es una expresión analítica finita o infinita. Por tanto, el primer problema planteado puede verse como un problema de derivación implícita.

Leibniz y el cálculo de diferencias

Leibniz consideraba una curva como un polígono de infinitos lados de longitud infinitesimal. Con una tal curva se asocia una sucesión de abscisas x_1, x_2, x_3, x_4,. . . y una sucesión de ordenadas y_1, y_2, y_3, y_4 ,. . . donde los puntos (x_i, y_i) están todos ellos en la curva y son algo así como los vértices de la poligonal de infinitos lados que forma la curva. La diferencia entre dos valores sucesivos de x es llamada la diferencial de x y se representa por dx, significado análogo tiene dy. El diferencial dx es una cantidad fija, no nula, infinitamente pequeña en comparación con x, de hecho, es una cantidad infinitesimal. Los lados del polígono que constituye la curva son representados por ds. Resulta así el triángulo característico de Leibniz que es el mismo que ya había sido considerado por Barrow.

Caracterización y definición de la derivada

La historia de la derivada no termina aquí de *hecho "Taylor, Euler, Maclaurin la desarrollaron, Lagrange le dio el nombre y la caracterizó y sólo al final de este largo periodo de desarrollo Cauchy y Weierstrass la definieron" (*Grabiner, J. V. (1983). The Changing Concept of Change: The Derivate from Fermat to Weierstrass, *pág. 197-205*). Siendo este desarrollo más que todo algebraico y con una rigurosidad más profunda, no nos ocuparemos de ella.

REFEERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Boyer, Carl B. (1991) "A History of Mathematics". John Wiley & Sons, Inc. USA.

Bromberg, Shirley; Rivaud, Juan José. Artículo "Fermat y el Cálculo Diferencial e Integral" Departamento de Matemáticas; Universidad Autónoma Metropolitana.

Cantoral, Ricardo; Farfán Rosa M "Desarrollo Conceptual del Cálculo" Thomson 2004.

Collette, Jean Paul (1986) “Historia de las Matemáticas”. Editorial Siglo Veintiuno, México.

De la Torre Andrés, Alarcón Sergio, Suescún Mario, Artículo “El método de las tangentes de Fermat”, Vol. XIII Matemáticas: Enseñanza Universitaria, Escuela Regional de Matemáticas; Universidad del Valle Colombia 2005

Edwards, C. H. (1979) "The Historical Development of the Calculus". Springer-Verlag New York, Inc. USA.

Grabiner, Judith “The Changing Concept of Change: The Derivative from Fermat to Weierstrass”. Department of History University of California, Los Angeles Los Angeles, CA 90024.

Newman, James R. (1980) “El Mundo de las Matemáticas”. Enciclopedia Sigma, Tomo I.

Pérez, Javier G, Artículo “Orígenes del Calculo Diferencial e Integral” , Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada.

Serna, L. (2007). “Estudio Socioepistemológico de la tangente”. Tesis de maestría no publicada, CICATA-IPN. México.