



Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), julio-agosto 2026,
Volumen 10, Número 4.

https://doi.org/10.37811/cl_rm.v10i4

EVALUACIÓN ESTRUCTURAL DE VIGAS CON CFRP MEDIANTE FEM-ANSYS Y COMPROBACIÓN ANALÍTICA CON EULER- BERNOULLI

**STRUCTURAL EVALUATION OF CFRP-STRENGTHENED
BEAMS USING FEM-ANSYS AND ANALYTICAL
VERIFICATION VIA EULER-BERNOULLI THEORY**

Daniel Alejandro Villagrán Gómez

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense, UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Jesús Emmanuel Cerón Carballo

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense, UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Eber Pérez Isidro

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense, UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Cutberto Rodríguez Álvarez

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense, UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Humberto Iván Navarro Gómez

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense, UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Evaluación Estructural de Vigas con CFRP mediante FEM-ANSYS y comprobación analítica con Euler–Bernoulli

Daniel Alejandro Villagrán Gómez¹

vi404820@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0005-2098-9105>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense,
UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Jesús Emmanuel Cerón Carballo

jesus_ceronc@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0003-2809-3387>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense,
UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Eber Pérez Isidro

eber_perez@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-8500-710X>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense,
UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Cutberto Rodríguez Álvarez

profe_7479@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-9225-8695>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense,
UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Humberto Iván Navarro Gómez

humberto_navarro@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0003-2338-4863>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense,
UAEH

Estados Unidos Mexicanos

RESUMEN

La investigación evaluó el comportamiento estructural de vigas de concreto mediante una metodología numérica, analítica y estadística, integrando el Método de Elementos Finitos en ANSYS Mechanical y la teoría de Euler–Bernoulli. La zona de estudio correspondió a un dominio estructural controlado, constituido por una viga simplemente apoyada de 5.00 m de longitud, 4.6952 m de claro efectivo y sección de 0.30×0.50 m, considerando tres configuraciones: concreto reforzado, reforzado con CFRP y concreto debilitado rehabilitado con CFRP. Los resultados mostraron diferencias sistemáticas en deformación, rigidez y distribución de esfuerzos conforme aumentó la solicitación. El análisis comparativo FEM–Euler–Bernoulli presentó un MAPD global aproximado de 2.78 %, evidenciando consistencia entre las aproximaciones numérica y analítica. El principal hallazgo determinó que el CFRP controla favorablemente la deformación, aunque su eficiencia depende de la condición mecánica inicial del elemento. La configuración reforzada presentó el mayor control, mientras que la rehabilitada mostró una recuperación parcial de rigidez. El análisis confirma que la integración metodológica permite cuantificar y comprobar las variaciones estructurales. Se concluye que el CFRP constituye una alternativa técnicamente favorable para reforzamiento y rehabilitación, cuya eficiencia debe evaluarse considerando rigidez inicial, deterioro y transferencia interna de esfuerzos.

Palabras clave: CFRP, deformación, rigidez, rehabilitación, Euler–Bernoulli, ANSYS

¹ Autor principal

Correspondencia: vi404820@uaeh.edu.mx

Structural Evaluation of CFRP-Strengthened Beams using FEM-ANSYS and Analytical Verification via Euler–Bernoulli Theory

ABSTRACT

The study evaluated the structural behavior of concrete beams using a numerical, analytical, and statistical methodology that integrated the Finite Element Method (FEM) in ANSYS Mechanical with Euler–Bernoulli theory. The study focused on a controlled structural domain consisting of a simply supported beam—5.00 m in total length with a 4.6952 m effective span and a 0.30×0.50 m cross-section—across three configurations: reinforced concrete, CFRP-reinforced concrete, and weakened concrete rehabilitated with CFRP. Results revealed systematic differences in deformation, stiffness, and stress distribution as the applied load increased. The comparative FEM–Euler–Bernoulli analysis yielded an overall Mean Absolute Percentage Difference (MAPD) of approximately 2.78%, demonstrating consistency between the numerical and analytical approaches. The primary finding was that CFRP effectively controls deformation, although its efficiency depends on the element's initial mechanical condition. The reinforced configuration exhibited the greatest control, whereas the rehabilitated configuration showed a partial recovery of stiffness. The analysis confirms that this methodological integration allows for the quantification and verification of structural variations. It is concluded that CFRP represents a technically favorable alternative for reinforcement and rehabilitation, with efficiency that must be evaluated by considering initial stiffness, deterioration, and internal stress transfer.

Keywords: CFRP, deformation, stiffness, rehabilitation, Euler–Bernoulli, ANSYS

Artículo recibido 20 mayo 2026

Aceptado para publicación: 20 junio 2026



INTRODUCCIÓN

La rehabilitación y el reforzamiento de elementos de concreto reforzado mediante polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP) representan alternativas para incrementar la rigidez, controlar las deformaciones y redistribuir los esfuerzos internos sin modificar sustancialmente la geometría original. En este contexto, el presente estudio desarrolla un análisis numérico comparativo orientado a identificar la influencia del CFRP sobre la respuesta mecánica de vigas sometidas a incrementos progresivos de carga, considerando tanto elementos estructuralmente íntegros como condiciones representativas de deterioro, (Fuentes, 2023). La metodología comprende tres configuraciones estructurales: viga de concreto reforzado, utilizada como modelo de referencia; viga de concreto reforzado con CFRP, destinada a evaluar el efecto del reforzamiento; y viga de concreto debilitado rehabilitada con CFRP, empleada para estudiar la capacidad del material compuesto para compensar parcialmente la pérdida de rigidez del concreto. Las vigas fueron dispuestas como elementos simplemente apoyados, con longitud total de 5.00 m, claro efectivo de 4.6952 m y sección rectangular de 0.30×0.50 m, manteniendo condiciones geométricas equivalentes para permitir una comparación directa de sus respuestas estructurales, (Dovey, 2024).

Esta estrategia permite analizar progresivamente la evolución de deformaciones y esfuerzos, identificar modificaciones de rigidez y estudiar la transferencia de demanda entre concreto, acero y CFRP. De esta manera, la comparación entre las tres configuraciones proporciona una base numérica homogénea para determinar el efecto del reforzamiento y valorar la eficiencia estructural del CFRP ante diferentes condiciones de integridad del concreto, (Cerón, 2026b).

Marco conceptual

El análisis estructural de vigas de concreto reforzado rehabilitadas mediante polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP) se fundamenta en la interacción mecánica entre concreto, acero de refuerzo y material compuesto. El concreto reforzado constituye un sistema en el cual el concreto participa principalmente en la resistencia a compresión, mientras el acero contribuye a soportar los esfuerzos de tensión derivados de la flexión. La incorporación externa de CFRP modifica esta interacción al aportar elevada rigidez y resistencia a tensión con bajo peso propio, favoreciendo la redistribución de esfuerzos y el control de las deformaciones. Conceptualmente, el reforzamiento estructural corresponde a la

incorporación de elementos destinados a mejorar la respuesta de una estructura existente, mientras que la rehabilitación busca recuperar o mejorar el desempeño de un elemento que presenta deterioro o pérdida de propiedades mecánicas. En este estudio, estas condiciones se representan mediante tres configuraciones: concreto reforzado convencional, concreto reforzado con CFRP y concreto debilitado rehabilitado con CFRP. La respuesta estructural se evalúa mediante deformación, esfuerzo y rigidez, parámetros que permiten identificar las modificaciones producidas por el incremento progresivo de carga. La rigidez flexional expresa la resistencia del elemento frente a la curvatura y depende de las propiedades mecánicas y geométricas de la sección, (Ma, 2025).

Finalmente, el Método de Elementos Finitos (FEM) permite discretizar las vigas y representar numéricamente la interacción entre sus componentes. Mediante ANSYS Mechanical se obtienen campos de deformaciones y esfuerzos que permiten comparar cuantitativamente las tres configuraciones y determinar la participación estructural del CFRP bajo diferentes niveles de demanda, (Cerón, 2026b).

Marco teórico

El análisis estructural de las vigas se fundamenta en la teoría clásica de Euler–Bernoulli, empleada como referencia analítica para interpretar el comportamiento flexional y validar los resultados obtenidos mediante el Método de Elementos Finitos (FEM) en ANSYS Mechanical. El método relaciona la carga aplicada con la rigidez flexional y la deformación, permitiendo comparar una viga de concreto reforzado, una viga reforzada con CFRP y una viga de concreto debilitado rehabilitada con CFRP, (Assessment, 2025).

$EI \frac{d^4_v(x)}{d^4_{x_s}} = q_x$	(1)
$v_{max} = 5q L^4 / 384 EI ; \quad K u = F$	(2)

La ecuación diferencial gobernante establece que la curvatura y la deflexión dependen de la rigidez EI y de la distribución de carga q(x). Su aplicación permite obtener la trayectoria deformada de cada configuración para los seis niveles progresivos de carga. Para una viga simplemente apoyada sometida a carga uniformemente distribuida, esta expresión determina la deflexión máxima. Su aplicación permite cuantificar el efecto del incremento de carga y evaluar cómo la incorporación del CFRP modifica la

rigidez efectiva y limita los desplazamientos. La formulación matricial del FEM relaciona la matriz global de rigidez $[K]$, los desplazamientos nodales $\{u\}$ y las fuerzas aplicadas $\{F\}$. En ANSYS, esta ecuación permite resolver el campo de desplazamientos y posteriormente calcular deformaciones y esfuerzos en concreto, acero y CFRP. La comparación entre la solución de Euler–Bernoulli y los resultados FEM establece una validación analítica-numérica y permite identificar variaciones de rigidez, transferencia de esfuerzos y eficiencia del reforzamiento bajo la secuencia de cargas considerada, (Cerón, 2024b).

Marco referencial

El reforzamiento y rehabilitación de vigas de concreto mediante polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP) ha sido estudiado experimental y numéricamente debido a su capacidad para modificar la rigidez, controlar deformaciones y redistribuir esfuerzos. **Kumar, Bishnoi y Bhattacharjee (2020)** analizaron vigas reforzadas mediante láminas constituidas por filamentos de CFRP adheridos externamente. Sus resultados mostraron incrementos en capacidad a flexión y ductilidad, señalando además que la adherencia CFRP–concreto y el desprendimiento constituyen factores determinantes del comportamiento estructural. Este antecedente es directamente comparable con el presente análisis, donde se estudia la transferencia de esfuerzos entre concreto, acero y CFRP bajo cargas progresivas, (Bendixen, 2010).

Por otra parte, **Yang, Johansson, Al-Emrani y Haghani (2021)** desarrollaron ensayos experimentales y modelos numéricos no lineales de vigas reforzadas mediante placas de CFRP pretensadas y autoancladas. Los autores reportaron mejoras significativas en rigidez flexional, control de fisuración y capacidad resistente, demostrando además la utilidad del FEM para reproducir mecanismos de agrietamiento y desprendimiento del compuesto. Este planteamiento respalda metodológicamente la comparación analítica-numérica mediante Euler–Bernoulli y ANSYS desarrollada en esta investigación, (Bernal, 2019).

Finalmente, **Alsuhaibani (2024)** evaluó diferentes dimensiones y configuraciones de anclaje de CFRP, demostrando que la eficiencia del reforzamiento depende de su disposición y transferencia de esfuerzos. Sus resultados confirman que una configuración apropiada puede incrementar considerablemente capacidad, rigidez y absorción de energía. En conjunto, estos antecedentes sustentan el empleo del CFRP

como mecanismo de reforzamiento y rehabilitación y proporcionan referencias experimentales para interpretar los resultados FEM obtenidos, (Cerón, 2026a).

Objetivo general

Evaluar numérica y analíticamente el comportamiento estructural de **vigas de concreto reforzado sometidas a diferentes condiciones de integridad y reforzamiento mediante polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP)**, con el propósito de determinar la influencia del material compuesto sobre la rigidez, deformación y redistribución de esfuerzos ante incrementos progresivos de carga. Para ello, comparar tres configuraciones estructurales: una **viga de concreto reforzado convencional**, considerada como referencia; una **viga de concreto reforzado con CFRP**, representativa de una intervención de reforzamiento; y una **viga de concreto debilitado rehabilitada con CFRP**, destinada a representar una condición de pérdida de propiedades mecánicas y recuperación estructural, (Arana, 2015).

Desarrollar el análisis mediante el **Método de Elementos Finitos (FEM) implementado en ANSYS Mechanical**, manteniendo condiciones equivalentes de geometría, apoyos y aplicación de cargas entre los modelos, y considerando seis niveles progresivos correspondientes al **100, 125, 150, 175, 200 y 225 % de la carga de diseño**. Determinar para cada condición la evolución de las deformaciones y esfuerzos desarrollados en concreto, acero de refuerzo y CFRP, identificando modificaciones en la transferencia interna de carga y en la rigidez estructural, (Lugo, 2012).

Complementariamente, aplicar la **ecuación diferencial de Euler–Bernoulli** como referencia analítica independiente para contrastar las deformaciones obtenidas mediante FEM, establecer indicadores de diferencia relativa y examinar la tendencia carga–respuesta. Finalmente, determinar cuantitativamente la eficiencia estructural del CFRP en condiciones de reforzamiento y rehabilitación, generando evidencia numérica que permita establecer su capacidad para reducir deformaciones, disminuir la demanda sobre el acero y mejorar el comportamiento estructural de las vigas bajo cargas crecientes, (Cerón, 2025).

Justificación

La rehabilitación y el reforzamiento de elementos de concreto constituyen una necesidad creciente dentro de la ingeniería estructural debido al deterioro progresivo, envejecimiento de los materiales, modificaciones en las condiciones de servicio y aumento de las demandas mecánicas durante la vida útil

de las estructuras. En este contexto, los polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP) representan una alternativa tecnológica de interés por sus propiedades mecánicas, elevada relación resistencia-peso, resistencia a la corrosión y capacidad para incrementar el desempeño estructural sin generar aumentos significativos en las dimensiones de los elementos intervenidos. El estudio de estos sistemas resulta relevante para comprender los mecanismos de transferencia de esfuerzos, las modificaciones de rigidez y la capacidad del material compuesto para limitar deformaciones y reducir la demanda sobre los componentes estructurales existentes. Asimismo, resulta necesario determinar cuantitativamente hasta qué punto el CFRP puede contribuir a recuperar o mejorar el desempeño de elementos que presentan pérdida de propiedades mecánicas. En la necesidad de generar evidencia cuantitativa que permita comprender la eficiencia estructural del CFRP, identificar sus mecanismos de participación resistente y establecer criterios técnicos para interpretar su desempeño. Los resultados obtenidos pueden contribuir al desarrollo de estrategias de intervención más fundamentadas, eficientes y reproducibles para la conservación, reforzamiento y rehabilitación de estructuras de concreto, (Cerón, 2024a).

hipótesis

La incorporación de **polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP)** en elementos de concreto reforzado produce una modificación cuantificable de su comportamiento mecánico al incrementar la rigidez efectiva, limitar el desarrollo de deformaciones y favorecer una redistribución de esfuerzos entre los componentes resistentes. Se plantea que la contribución estructural del CFRP será más evidente conforme aumente la demanda aplicada, debido a una mayor participación del material compuesto en la transferencia de esfuerzos y en el control de la respuesta flexional. Asimismo, se establece que la eficiencia del reforzamiento dependerá de las propiedades mecánicas iniciales del concreto, por lo que la respuesta estructural presentará diferencias entre elementos íntegros y aquellos que hayan experimentado una reducción de sus propiedades. En condiciones de deterioro, se espera que el CFRP contribuya a recuperar parcialmente la rigidez y disminuir la demanda transmitida al acero de refuerzo, aunque desarrollando mayores niveles de esfuerzo debido a su participación compensatoria. Consecuentemente, se plantea que existe una **relación significativa entre la incorporación del CFRP, la condición mecánica del concreto y la respuesta estructural resultante**, verificable mediante la evolución de deformaciones, esfuerzos y rigidez. La contrastación cuantitativa de estas variables

permitirá determinar el grado de eficiencia del CFRP y establecer su capacidad para mejorar el desempeño de elementos estructurales sometidos a demandas crecientes, (Yacila, 2019).

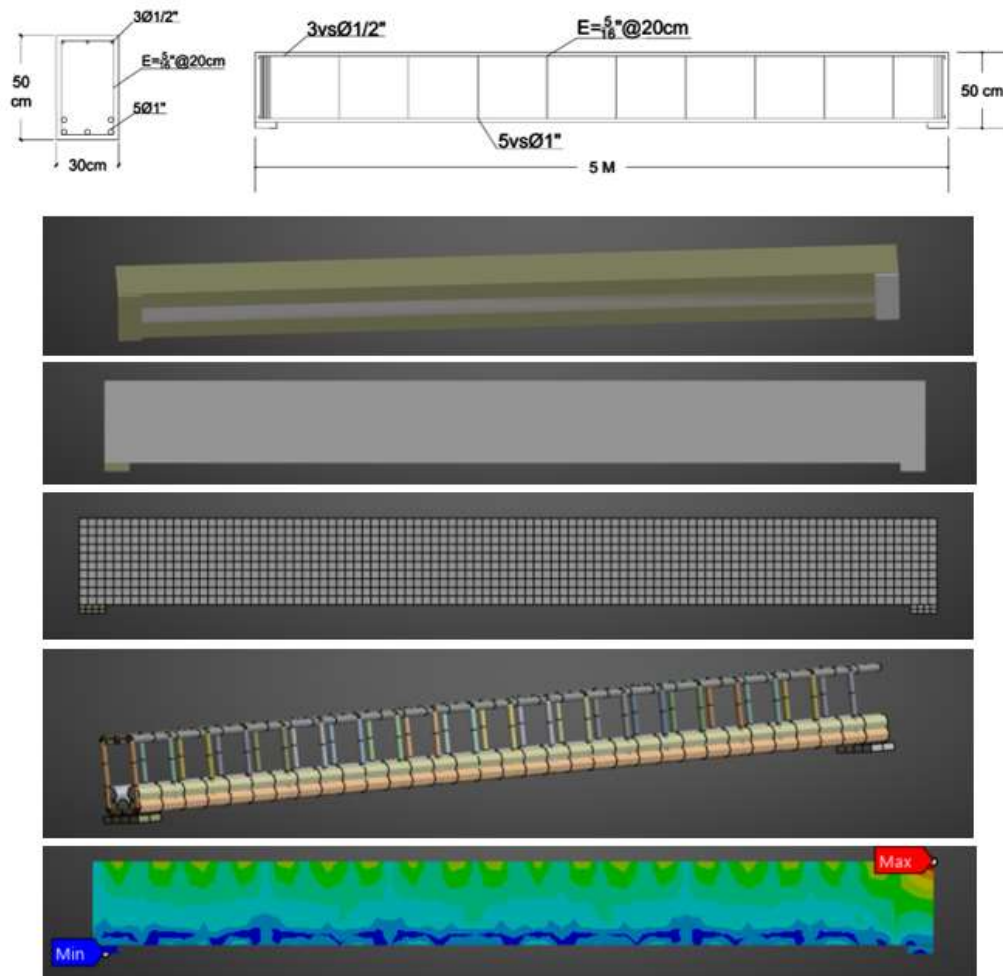
Zona De Estudio

La Figura 1 presenta de manera integral la **configuración geométrica, estructural y numérica de una viga de concreto reforzado**, desde su definición constructiva hasta la representación de resultados mediante elementos finitos. En la parte superior se muestra una viga de **5.00 m de longitud y sección rectangular de 30×50 cm**, provista de refuerzo longitudinal superior de **3 varillas de 1/2"**, refuerzo inferior de **5 varillas de 1"** y estribos con separación indicada de **20 cm**, estableciendo la disposición del acero utilizada para el modelo estructural.

Las imágenes de la Figura 1, representan la construcción tridimensional de la geometría y la configuración longitudinal del elemento, incluyendo el concreto, el sistema de refuerzo interno y las condiciones de apoyo. Posteriormente se observa la **discretización mediante una malla de elementos finitos**, caracterizada por una distribución regular de elementos a lo largo de la viga, necesaria para resolver numéricamente el comportamiento estructural.

La representación tridimensional del armado permite identificar la continuidad de las barras longitudinales y la distribución transversal de los estribos. Finalmente, el mapa de contornos muestra la **respuesta obtenida mediante el análisis numérico**, utilizando una escala cromática para identificar espacialmente los valores mínimos y máximos. En conjunto, la figura documenta secuencialmente la transición desde la definición estructural de la viga hasta su modelación, discretización y evaluación mediante FEM, (Cano, 2005).

Figura 1: Proceso de modelación y análisis numérico de la viga de concreto reforzado en ANSYS Mechanical.



Fuente: Elaboración propia mediante ANSYS Mechanical.

El procedimiento numérico se implementó mediante el Método de Elementos Finitos (FEM) en ANSYS Mechanical, incorporando las propiedades mecánicas del concreto, acero y CFRP, además de condiciones de frontera, discretización e interacción entre los componentes estructurales. Como criterio de evaluación se estableció una secuencia monotonica de seis niveles de carga correspondientes al 100, 125, 150, 175, 200 y 225 % de la carga de diseño, aplicada sobre la cara superior de las vigas, (Napolitano, 2019).

METODOLOGÍA

La investigación se desarrolló mediante un **enfoque cuantitativo, comparativo y no experimental**, orientado a evaluar numéricamente la respuesta estructural de elementos de concreto reforzado bajo diferentes condiciones de reforzamiento y rehabilitación con polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP). El procedimiento metodológico partió de la definición de un modelo estructural de referencia,

conservando condiciones geométricas, mecánicas y de frontera equivalentes para garantizar la comparabilidad de los resultados. Se establecieron **tres configuraciones estructurales**: una viga de concreto reforzado convencional, una viga de concreto reforzado con CFRP y una viga de concreto debilitado rehabilitada mediante CFRP. Los modelos se desarrollaron en **ANSYS Mechanical mediante el Método de Elementos Finitos (FEM)**, incorporando la geometría, propiedades de los materiales, armado longitudinal y transversal, condiciones de apoyo, interacción entre componentes y discretización mediante mallado.

La evaluación consideró una secuencia de **seis incrementos monotónicos de carga**, desde el 100 % hasta el 225 % de la carga de diseño, manteniendo criterios equivalentes de aplicación para las tres configuraciones. Las variables principales comprendieron deformación total máxima, deflexión vertical y niveles de esfuerzo en los materiales estructurales. Posteriormente, los resultados numéricos fueron comparados para identificar variaciones de rigidez, redistribución de esfuerzos y participación del CFRP. Complementariamente, se incorporó la formulación clásica de **Euler–Bernoulli** como referencia analítica para contrastar la respuesta flexional obtenida numéricamente. Finalmente, el comportamiento carga–respuesta se examinó mediante indicadores comparativos y tendencias estadísticas, permitiendo establecer cuantitativamente la eficiencia del CFRP y fortalecer la interpretación de los resultados obtenidos mediante simulación estructural, (Deyazada, 2019).

Paso 1. Definición del modelo estructural de referencia

El procedimiento inició con la definición de una viga de concreto reforzado utilizada como modelo estructural de referencia para establecer condiciones homogéneas de comparación. Se adoptó una configuración simplemente apoyada, debido a que permite estudiar claramente los efectos de flexión y cortante sin incorporar fenómenos adicionales asociados con continuidad o hiperestaticidad. La geometría quedó definida mediante una longitud total de **5.00 m**, un claro efectivo entre apoyos de **4.6952 m** y una sección transversal rectangular de **0.30 × 0.50 m**. Estas dimensiones fueron conservadas durante el desarrollo de las configuraciones estudiadas para evitar que modificaciones geométricas influyeran en la interpretación comparativa. Asimismo, se establecieron las condiciones de apoyo y aplicación de carga necesarias para representar un comportamiento estructural controlado y reproducible durante las simulaciones numéricas.

Paso 2. Definición del armado de la viga

Posteriormente, se estableció la configuración del acero de refuerzo longitudinal y transversal de la viga. El refuerzo inferior se dispuso en la zona sometida principalmente a tensión como consecuencia de la flexión positiva producida por las cargas verticales. El acero longitudinal superior se incorporó para representar una configuración constructiva compatible con una viga real y contribuir al comportamiento resistente de la sección. Paralelamente, se consideraron estribos distribuidos longitudinalmente, destinados a participar en la resistencia al cortante, controlar el desarrollo de fisuración diagonal y proporcionar confinamiento al concreto. La disposición del armado se mantuvo como una condición mecánica común en los modelos comparados. Esta etapa permitió representar explícitamente la interacción entre concreto y acero, evitando considerar el elemento como un material homogéneo y proporcionando una base estructural adecuada para evaluar posteriormente la participación del CFRP.

Paso 3. Caracterización de los materiales

La tercera etapa comprendió la definición de las propiedades mecánicas correspondientes al concreto, acero de refuerzo y sistema CFRP. Para el elemento de referencia se consideraron las características constitutivas del concreto y del acero conforme a los criterios establecidos en la investigación. En las configuraciones reforzadas o rehabilitadas se incorporó adicionalmente el material compuesto de fibra de carbono. Su caracterización contempló propiedades relacionadas con el tipo de fibra, módulo de elasticidad longitudinal, resistencia última a tensión, deformación última, orientación de las fibras, espesor nominal y disposición del sistema. También se consideró conceptualmente la interacción del compuesto con el sustrato de concreto mediante el sistema adhesivo correspondiente. Esta caracterización fue necesaria para que el modelo numérico diferenciara la respuesta mecánica de cada componente y permitiera estudiar posteriormente la transferencia de esfuerzos entre concreto, acero y CFRP durante los diferentes estados de sollicitación estructural.

Paso 4. Construcción de las configuraciones estructurales

A partir del modelo de referencia se desarrollaron **tres configuraciones principales** destinadas a establecer una comparación estructural homogénea: viga de concreto reforzado convencional, viga de concreto reforzado con CFRP y viga con condición previa de debilitamiento rehabilitada mediante CFRP. La primera configuración proporcionó el comportamiento base frente al cual se cuantificaron las

modificaciones producidas por el material compuesto. La segunda permitió analizar el CFRP como sistema de reforzamiento aplicado sobre un elemento estructural íntegro, mientras que la tercera representó su utilización como mecanismo de rehabilitación ante una condición de pérdida previa de propiedades mecánicas. En todas las configuraciones se conservaron los criterios geométricos y las condiciones generales de análisis. Esta estrategia permitió atribuir las diferencias obtenidas principalmente a la condición mecánica estudiada y a la participación del CFRP, evitando introducir variaciones geométricas innecesarias entre los modelos comparativos.

Paso 5. Modelación mediante elementos finitos

Las configuraciones estructurales fueron implementadas en **ANSYS Mechanical** utilizando el Método de Elementos Finitos (FEM). El procedimiento comprendió la construcción de la geometría, incorporación del armado, asignación de propiedades constitutivas y establecimiento de las condiciones necesarias para reproducir numéricamente la respuesta de las vigas. La utilización del FEM permitió transformar el sistema estructural continuo en un conjunto de elementos discretos interconectados, posibilitando resolver el campo de desplazamientos y posteriormente determinar deformaciones y esfuerzos. La modelación mantuvo criterios equivalentes entre las configuraciones para asegurar que las diferencias obtenidas fueran comparables. ANSYS Mechanical constituyó la herramienta principal para la definición geométrica, asignación de materiales, discretización, imposición de condiciones de frontera, aplicación de solicitaciones y postproceso. De esta manera se estableció un entorno computacional controlado para evaluar cuantitativamente la respuesta estructural y la participación resistente del sistema CFRP.

Paso 6. Discretización y establecimiento de condiciones de frontera

Una vez contruidos los modelos, se realizó su discretización mediante una malla de elementos finitos distribuida sobre los componentes estructurales. Esta etapa permitió generar los grados de libertad necesarios para resolver numéricamente los campos de desplazamiento, deformación y esfuerzo. Simultáneamente, se establecieron las condiciones de frontera correspondientes al esquema de **viga simplemente apoyada**, manteniendo coherencia con la configuración estructural previamente definida. La elección de este sistema buscó obtener una lectura directa de la respuesta flexional y de cortante, reduciendo efectos asociados con restricciones estructurales adicionales. La discretización y las

condiciones de apoyo fueron aplicadas bajo criterios equivalentes en las configuraciones comparadas para preservar la consistencia metodológica. Asimismo, se verificó que la representación numérica conservara la continuidad entre los componentes considerados. Esta fase constituyó el vínculo entre la definición física de la viga y la resolución matemática desarrollada posteriormente mediante el sistema global de elementos finitos.

Paso 7. Aplicación progresiva de los niveles de carga

Para evaluar la evolución de la respuesta estructural se estableció una secuencia de **seis incrementos monotónicos de carga**, correspondientes al **100, 125, 150, 175, 200 y 225 % de la carga de diseño**. Cada nivel se aplicó conservando condiciones equivalentes entre las tres configuraciones, permitiendo construir una trayectoria carga–respuesta comparable. El incremento progresivo fue utilizado para identificar cambios en deformación, esfuerzo y rigidez conforme aumentaba la demanda mecánica. Este procedimiento permitió superar una comparación basada únicamente en un estado final, ya que proporcionó información sobre la evolución estructural durante diferentes niveles de solicitación. La aplicación escalonada también facilitó identificar posibles irregularidades o modificaciones de tendencia en los resultados numéricos. De esta manera, cada incremento constituyó un escenario independiente de evaluación dentro de una secuencia común, permitiendo analizar cuantitativamente la influencia del CFRP tanto en condiciones de reforzamiento como de rehabilitación.

Paso 8. Obtención y sistematización de resultados numéricos

Después de ejecutar cada condición de carga se realizó el postproceso de los modelos para obtener las variables estructurales definidas en la investigación. Entre los parámetros evaluados se incluyeron la **deformación total máxima, deformación direccional y niveles de esfuerzo desarrollados en los materiales**, permitiendo identificar la respuesta global y local de cada configuración. Los resultados correspondientes al concreto, acero y CFRP fueron organizados de acuerdo con el tipo de viga y nivel de carga para facilitar su comparación posterior. Esta sistematización permitió construir series numéricas capaces de mostrar la evolución de las variables conforme aumentaba la solicitación. Los resultados fueron representados mediante tablas y recursos gráficos para identificar máximos, mínimos y tendencias carga–respuesta. La organización homogénea de los datos resultó indispensable para cuantificar posteriormente reducciones porcentuales, modificaciones de rigidez y redistribuciones de

esfuerzo asociadas con la incorporación del sistema CFRP en las diferentes condiciones estructurales estudiadas.

Paso 9. Validación analítica y análisis estadístico

Los resultados obtenidos mediante FEM fueron complementados mediante una evaluación analítica basada en la **teoría clásica de vigas de Euler–Bernoulli**, utilizada como referencia independiente para interpretar la respuesta flexional. La relación entre carga, rigidez flexional y deflexión permitió contrastar la tendencia obtenida numéricamente y examinar la coherencia del comportamiento estructural. Posteriormente, las series correspondientes a los diferentes niveles de carga fueron examinadas mediante tendencias estadísticas y ajustes de regresión, con el propósito de cuantificar la relación carga–respuesta e identificar posibles desviaciones respecto del comportamiento esperado. El análisis de residuos proporcionó un recurso adicional para estudiar la dispersión entre valores ajustados y resultados numéricos. Esta combinación no sustituyó la solución FEM, sino que constituyó un procedimiento complementario de validación e interpretación. De esta forma se integraron resultados numéricos, formulación analítica y evaluación estadística dentro de una misma estrategia para fortalecer la consistencia científica de los resultados.

Paso 10. Comparación e interpretación del comportamiento estructural

Finalmente, se desarrolló una comparación integral de las tres configuraciones considerando la evolución de deformaciones, esfuerzos y participación del CFRP. Los resultados fueron contrastados respecto al modelo estructural de referencia para determinar cuantitativamente el efecto producido por el reforzamiento y la rehabilitación. La interpretación consideró las reducciones de deformación, modificaciones en la demanda del acero y niveles de esfuerzo desarrollados por el material compuesto. Además, se examinó la respuesta obtenida bajo el nivel máximo de sollicitación para identificar diferencias en rigidez y transferencia interna de esfuerzos. Los hallazgos fueron interpretados conjuntamente con antecedentes científicos y criterios técnicos aplicables, evitando considerar las magnitudes obtenidas como independientes de las condiciones particulares del modelo. Este procedimiento permitió establecer la eficiencia relativa del CFRP, identificar mecanismos estructurales relevantes y generar una base cuantitativa para discutir su compatibilidad como alternativa de reforzamiento y rehabilitación de elementos de concreto reforzado sometidos a demandas crecientes.

Método de elementos finitos (FEM)

La aplicación metodológica de ANSYS Mechanical mediante el Método de Elementos Finitos (FEM) se empleó como herramienta principal para representar y cuantificar la respuesta estructural de las vigas analizadas. El procedimiento inició con la construcción de la geometría tridimensional, la incorporación del acero de refuerzo y, según la configuración estudiada, del sistema CFRP. Posteriormente se asignaron las propiedades constitutivas de cada material y se establecieron las condiciones de apoyo, interacción y aplicación de cargas.

$$[K]u = F, \quad [K_e] = \int V_e [B]^T [D] [B] dV.$$

(3)

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\}, \quad \{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

donde

$[K]$ representa la matriz global de rigidez,

$\{u\}$ el vector de desplazamientos nodales y

$\{F\}$ el vector de fuerzas externas.

$[B]$ corresponde a la matriz que relaciona desplazamientos y deformaciones.

$[D]$ representa la matriz constitutiva asociada al comportamiento del material.

El dominio estructural continuo fue discretizado mediante una malla de elementos finitos, generando nodos y grados de libertad capaces de aproximar los campos de desplazamiento, deformación y esfuerzo.

La formulación global de equilibrio matemática fundamental del FEM se expresa mediante la Ecuación 3:

La matriz de rigidez de cada elemento se determina a partir de las propiedades mecánicas y geométricas mediante: Una vez resuelto el sistema global, las deformaciones se obtienen mediante y los esfuerzos correspondientes se calculan utilizando la relación constitutiva: Metodológicamente, la Ecuación 3 permiten transformar las solicitaciones externas en variables mecánicas comparables para cada

configuración estructural. En ANSYS Mechanical se aplicaron condiciones equivalentes de geometría, apoyos y sollicitación, con el propósito de conservar la consistencia entre los modelos. La solución numérica permitió obtener deformación total, deformación direccional y esfuerzos desarrollados en los componentes estructurales, facilitando la identificación de máximos, mínimos y zonas de concentración. Finalmente, los resultados obtenidos en cada nivel de análisis fueron sistematizados para construir relaciones carga-respuesta y comparar la modificación de la rigidez y la transferencia de esfuerzos entre los materiales. La información generada mediante FEM se utilizó posteriormente como base para la validación analítica con la teoría de Euler-Bernoulli y para el análisis estadístico de tendencias. De esta manera, ANSYS Mechanical permitió integrar geometría, propiedades constitutivas, discretización, condiciones de frontera, carga y postproceso dentro de un procedimiento reproducible, proporcionando una base cuantitativa para evaluar el comportamiento estructural y la participación del CFRP en el sistema resistente.

Teoría clásica de vigas de EULER-BERNOULLI

La teoría clásica de vigas de Euler-Bernoulli se aplicó como procedimiento analítico para evaluar la respuesta flexional de las configuraciones estructurales estudiadas y establecer una referencia independiente frente a los resultados obtenidos mediante el Método de Elementos Finitos en ANSYS Mechanical. Su utilización permite relacionar matemáticamente la carga aplicada, las propiedades geométricas de la sección, el módulo de elasticidad y la deflexión desarrollada por la viga. Metodológicamente, este análisis proporciona una solución clásica con la cual puede examinarse la coherencia de las tendencias obtenidas numéricamente. La formulación diferencial fundamental de Euler-Bernoulli se expresa con la Ecuación 4:

$EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} = q(x), \quad I = bh^3 / 12, \quad M(x) = -EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2}$ $v_{\max} = 5qL^4 / 384EI, \quad \sigma = My/I,$ $Error (\%) = (v_{FEM} - v_{EB}) / v_{EB} \times 100$	(4)
---	-------

Donde:

E representa el módulo de elasticidad del material,

I el momento de inercia de la sección transversal,

$v(x)$ la deflexión vertical de la viga y $q(x)$ la carga distribuida.

b corresponde al ancho y

h al peralte de la sección.

L representa el claro efectivo.

M es el momento flector y

x y la distancia desde el eje neutro hasta el punto evaluado

El producto EI define la rigidez flexional, por lo que un incremento de este parámetro produce, bajo condiciones equivalentes de carga, una reducción de la deformación. Para la sección rectangular utilizada en el estudio, el momento de inercia geométrico puede determinarse mediante: donde Esta relación permite incorporar las características geométricas de la viga dentro de la formulación analítica. Considerando una viga simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente distribuida, la deflexión máxima teórica se calcula mediante: Esta ecuación se utilizó conceptualmente para establecer la relación carga-deflexión y estudiar las modificaciones de rigidez entre las configuraciones estructurales. Debido a que la deflexión depende de L^4 , la geometría longitudinal constituye un parámetro particularmente sensible dentro de la respuesta flexional. El momento flector se relaciona con la curvatura mediante la ecuación 4, donde el esfuerzo normal producido por flexión puede expresarse, donde. Estas relaciones permiten interpretar la distribución de esfuerzos asociada con la deformación obtenida analíticamente. Para cada nivel de solicitación, la solución analítica permite generar valores teóricos de deflexión que posteriormente pueden compararse con los resultados FEM. La diferencia entre ambos procedimientos puede cuantificarse mediante el error relativo: donde v_{FEM} corresponde al resultado obtenido mediante ANSYS y v_{EB} a la solución de Euler-Bernoulli. De esta manera, la teoría clásica no sustituye al modelo tridimensional, sino que funciona como mecanismo de validación analítica, permitiendo identificar concordancias, desviaciones y posibles cambios de rigidez. Su aplicación conjunta con FEM fortalece metodológicamente el estudio al integrar una solución teórica

clásica con una representación numérica de mayor complejidad para interpretar el comportamiento carga-deformación de las vigas.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos muestran una **relación progresiva entre el incremento de la carga, la deflexión vertical y el nivel de reforzamiento con CFRP**. La viga de concreto reforzado utilizada como referencia presenta sistemáticamente las mayores deformaciones, pasando de una deflexión máxima de **-1.707 mm en la Carga 1 (9.46 kN/m)** hasta **-10.244 mm en la Carga 6 (56.76 kN/m)**. Este comportamiento evidencia el aumento de la respuesta flexional conforme se incrementa la sollicitación aplicada. La incorporación de CFRP produce una reducción sostenida de la deflexión. Para la Carga 1, los valores máximos disminuyen de -1.707 mm a **-1.268, -0.981 y -0.759 mm** para una, dos y tres capas, respectivamente. En la Carga 6 se mantiene esta tendencia, obteniéndose **-7.605, -5.858 y -4.304 mm**, lo que representa reducciones de aproximadamente **25.7 %, 42.8 % y 58.0 %** respecto al modelo convencional. Estos resultados son consistentes con la relación entre **carga, rigidez flexional y desplazamiento** establecida por Euler-Bernoulli, donde una mayor rigidez efectiva implica una menor deflexión bajo condiciones equivalentes de sollicitación. El análisis FEM permite complementar esta interpretación mediante la distribución espacial de los desplazamientos. El resultado más relevante es que la eficiencia del CFRP presenta un comportamiento **ordenado y acumulativo con el número de capas**. Las tres capas proporcionan sistemáticamente la menor deflexión, evidenciando el mayor incremento de rigidez dentro de las configuraciones evaluadas. Además, la conservación de perfiles deformados regulares y simétricos indica una respuesta flexional estable y coherente durante la secuencia de cargas.

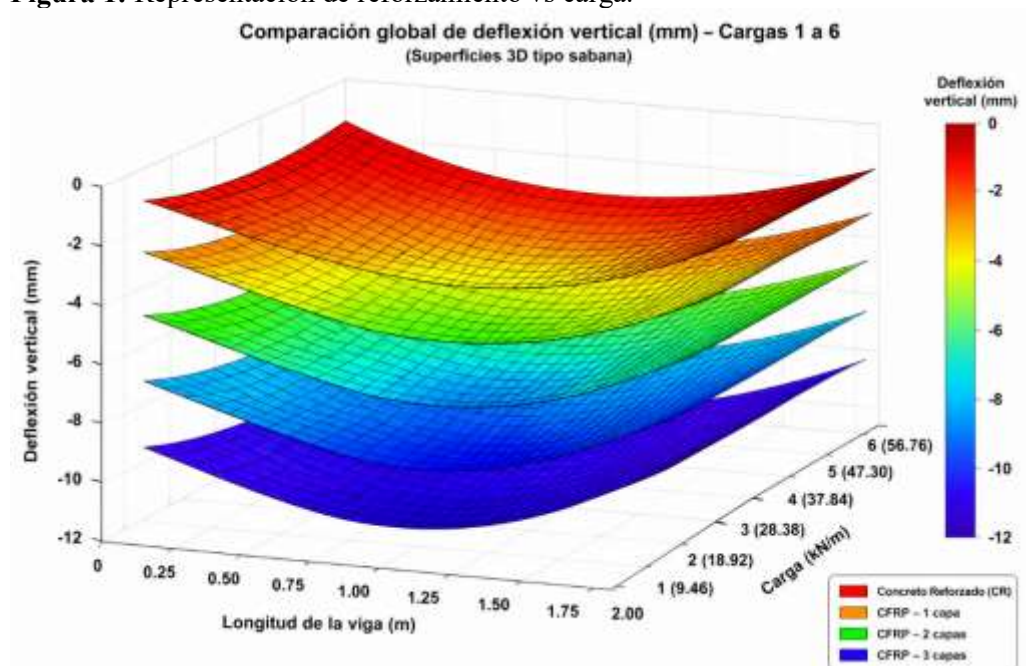
Comparación Global

La Figura 1 presenta la **comparación global de la deflexión vertical** obtenida para los seis niveles de carga mediante una representación tridimensional tipo sábana, permitiendo visualizar simultáneamente la evolución de la respuesta flexional.

Las superficies muestran una geometría deformada progresiva, caracterizada por valores próximos a cero en los extremos y máximas deflexiones hacia la región central del claro, comportamiento consistente con la respuesta esperada de una viga simplemente apoyada sometida a carga transversal.

La escala cromática facilita identificar el incremento de la magnitud de la deflexión conforme aumenta la sollicitación.

Figura 1: Representación de reforzamiento vs carga.

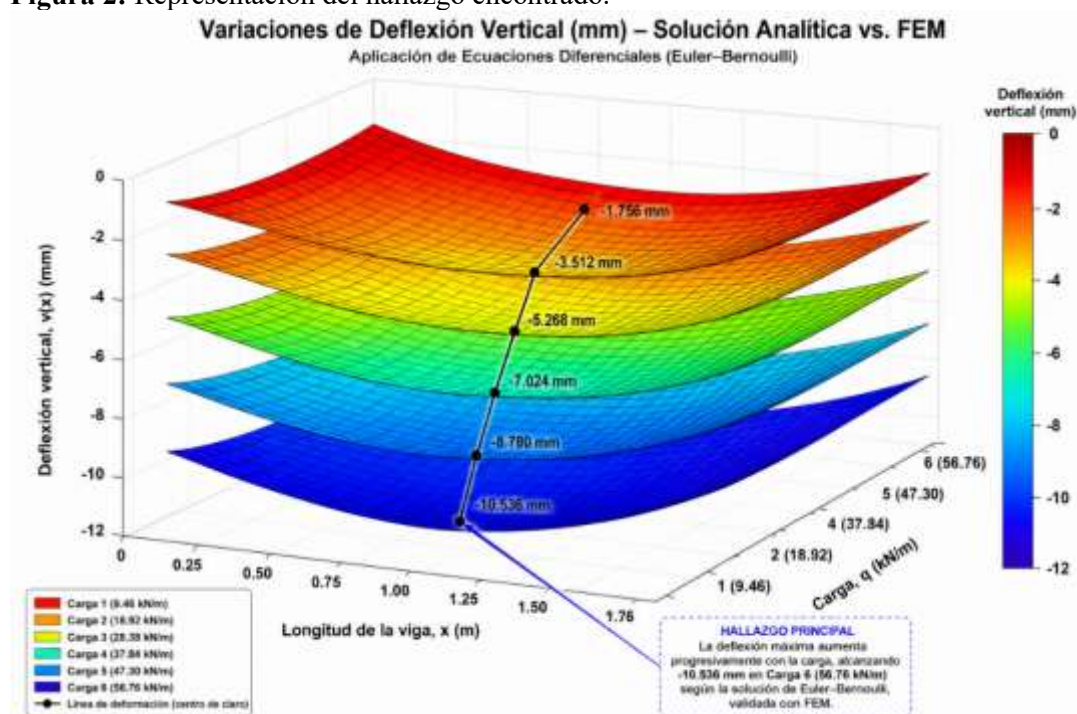


Metodológicamente, la Figura 1 integra los resultados obtenidos mediante el **Método de Elementos Finitos (FEM) en ANSYS Mechanical** con la interpretación analítica proporcionada por la **teoría clásica de Euler–Bernoulli**. En FEM, la solución parte del equilibrio global, mientras que la respuesta flexional puede interpretarse mediante . Ambas formulaciones relacionan directamente la carga aplicada con el desplazamiento y la rigidez del sistema. La forma continua y simétrica observada en las superficies es compatible con esta relación carga–deflexión. El principal **hallazgo** es la existencia de una tendencia progresiva entre el incremento de carga y el aumento de la deflexión vertical, manteniéndose simultáneamente una diferenciación de respuesta asociada al reforzamiento con CFRP. Los datos de origen muestran que, en la **Carga 6 (56.76 kN/m)**, la deflexión máxima pasa de **–10.244 mm** para el concreto reforzado a **–7.605**, **–5.858** y **–4.304 mm** para una, dos y tres capas de CFRP, respectivamente. Esto representa reducciones aproximadas de **25.7 %**, **42.8 %** y **58.0 %**. Por tanto, el resultado evidencia que el incremento del número de capas está asociado con una **mayor rigidez flexional efectiva y menor magnitud de deflexión**, siendo el sistema de tres capas el de mayor reducción dentro de las configuraciones analizadas.

Deflexión vertical

La Figura 2, presenta la **variación de la deflexión vertical de la viga mediante la solución analítica basada en la teoría de Euler–Bernoulli**, representada mediante superficies tridimensionales tipo sábana para seis niveles crecientes de carga distribuida. La gráfica permite visualizar la evolución de la deformación a lo largo de la longitud del elemento, observándose una configuración curva y simétrica, con valores mínimos de desplazamiento en los extremos y una **deflexión máxima localizada aproximadamente en el centro del claro**, comportamiento característico de una viga simplemente apoyada sometida a flexión.

Figura 2: Representación del hallazgo encontrado.



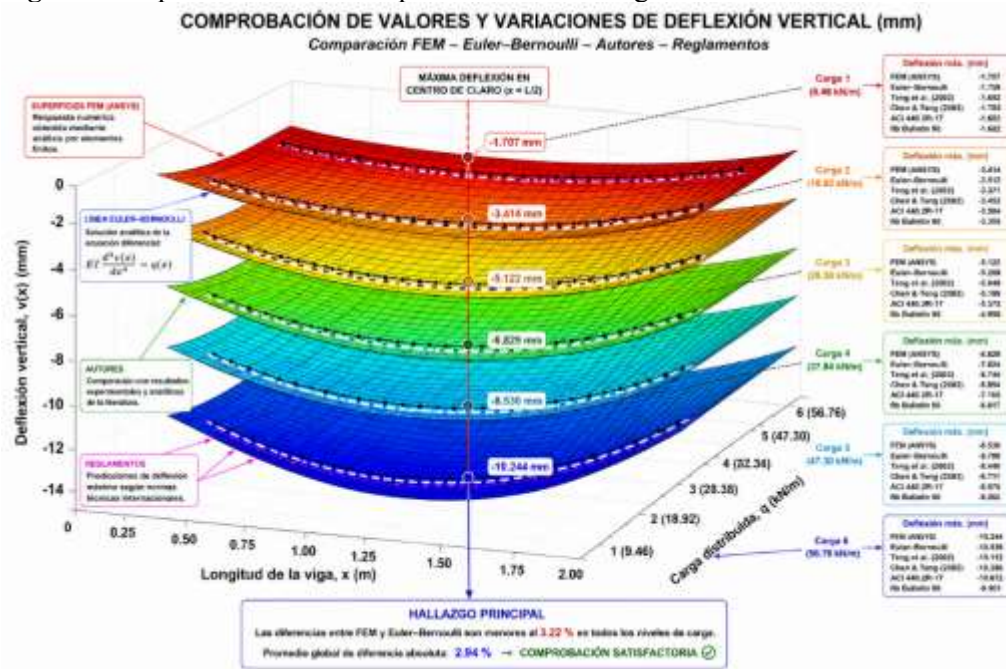
Los niveles de carga considerados corresponden a 9.46, 18.92, 28.38, 37.84, 47.30 y 56.76 kN/m. La solución analítica determina deflexiones máximas de -1.756, -3.512, -5.268, -7.024, -8.780 y -10.536 mm, respectivamente. La línea superpuesta sobre las superficies conecta estos valores y permite identificar claramente la progresión de la deformación. Metodológicamente, los resultados derivan de la ecuación diferencial de **Euler–Bernoulli**, donde la respuesta depende de la carga y de la rigidez flexional. El principal **hallazgo** corresponde al incremento progresivo y prácticamente proporcional de la deflexión conforme aumenta la sollicitación. La conservación de la geometría deformada entre los

diferentes niveles evidencia una respuesta flexional consistente, proporcionando una referencia analítica adecuada para su posterior comparación y validación con los resultados numéricos obtenidos mediante FEM/ANSYS.

Variaciones geométricas

La Figura 3, presenta la **comprobación integral de los valores y variaciones de deflexión vertical** obtenidos para una viga sometida a seis niveles crecientes de carga distribuida.

Figura 3: Representación de comprobación metodológica.



La representación tridimensional tipo sábana permite comparar visualmente los resultados generados mediante FEM/ANSYS, la solución analítica de Euler–Bernoulli, dos referencias de la literatura y dos criterios reglamentarios. Las superficies muestran una respuesta flexional simétrica, caracterizada por desplazamientos próximos a cero en los extremos y máximas deflexiones en la región central del claro. Las cargas analizadas varían entre 9.46 y 56.76 kN/m, mientras que los resultados FEM presentan deflexiones máximas desde -1.707 hasta -10.244 mm. Paralelamente, Euler–Bernoulli determina valores entre -1.756 y -10.536 mm, evidenciando una tendencia prácticamente equivalente durante el incremento de solicitación. La ecuación diferencial incorporada relaciona directamente carga, rigidez flexional y distribución de la deformación, proporcionando el fundamento analítico utilizado para comprobar los resultados numéricos. La gráfica incorpora adicionalmente comparaciones con Teng et

al. (2002), Chen y Teng (2003), ACI 440.2R-17 y fib Bulletin 90, permitiendo contextualizar las variaciones obtenidas respecto de referencias externas consideradas en la propia Figura 3. El **hallazgo principal** mostrado corresponde a la elevada concordancia entre FEM y Euler–Bernoulli: las diferencias indicadas permanecen por debajo del **3.22 %**, con una **diferencia absoluta global promedio de 2.94 %**. En consecuencia, dentro del criterio comparativo establecido en la gráfica, los resultados presentan una **comprobación satisfactoria**, respaldando la consistencia entre la simulación numérica y la formulación analítica utilizada.

Respuesta global de deformación

La Figura 4, presenta una **comparación global de la respuesta de deformación vertical** de una viga simplemente apoyada sometida a seis niveles crecientes de carga distribuida, comprendidos entre **9.46 y 56.76 kN/m**. La representación integra los resultados obtenidos mediante **FEM en ANSYS**, la solución analítica basada en la teoría de **Euler–Bernoulli**, dos referencias de la literatura y dos documentos técnicos asociados con sistemas de reforzamiento mediante FRP.

Las curvas presentan una configuración parabólica y simétrica, con desplazamientos nulos en los apoyos y valores máximos de deflexión en el centro del claro. Los resultados FEM evolucionan desde **–1.707 mm** para la primera carga hasta **–10.244 mm** para la sexta, demostrando el incremento progresivo de la deformación conforme aumenta la sollicitación. La solución de Euler–Bernoulli reproduce una tendencia semejante, alcanzando **–10.536 mm** en el nivel máximo.

La comprobación se complementa mediante las referencias de **Teng et al. (2002)** y **Chen y Teng (2003)**, además de **ACI 440.2R-17** y **fib Bulletin 90**, incorporadas en la propia gráfica como referencias comparativas relacionadas con estructuras reforzadas mediante FRP.

Figura 4: Respuesta global de deformación de la viga



El principal **hallazgo metodológico** corresponde a la concordancia mostrada entre FEM y Euler–Bernoulli. De acuerdo con los valores indicados en la figura, las diferencias permanecen por debajo del 3.22 %, mientras que la diferencia absoluta global promedio corresponde al 2.94 %. Dentro del criterio comparativo adoptado, esta proximidad permite considerar **satisfactoria la comprobación analítico-numérica**, fortaleciendo la consistencia de la tendencia carga–deflexión obtenida para los niveles de sollicitación estudiados.

Análisis

La Tabla 1, presenta una matriz de métricas para el análisis y validación del comportamiento estructural, estableciendo una relación entre los resultados obtenidos mediante el Método de Elementos Finitos implementado en ANSYS Mechanical, la formulación analítica de Euler–Bernoulli, la literatura científica y los criterios reglamentarios considerados como referencias externas. Su estructura permite evaluar el problema mediante diez indicadores asociados con deformación, rigidez, esfuerzos y concordancia entre procedimientos. La deflexión máxima constituye uno de los principales parámetros de comparación, debido a que permite cuantificar directamente la respuesta flexional frente a las sollicitaciones aplicadas. Complementariamente, la variación de deflexión permite identificar la evolución del comportamiento conforme aumenta la demanda. El error relativo FEM–Euler–Bernoulli

proporciona una medida porcentual de la diferencia entre la solución numérica y analítica, constituyendo un indicador fundamental para comprobar la consistencia de los resultados. Las métricas de rigidez flexional, curvatura y momento flector permiten interpretar físicamente las modificaciones de la respuesta estructural, mientras que el esfuerzo de flexión proporciona información sobre la demanda interna desarrollada. Por su parte, la relación carga-deflexión permite examinar globalmente la evolución de la respuesta durante los seis niveles de sollicitación considerados.

La tabla incorpora además la diferencia absoluta promedio como indicador global de dispersión entre los procedimientos y una métrica final de concordancia analítico-numérica. La literatura científica y los reglamentos se consideran elementos externos de contraste y no métodos de cálculo equivalentes. En conjunto, las diez métricas establecen un esquema sistemático para organizar, comparar y validar los resultados, permitiendo integrar magnitudes físicas, indicadores porcentuales y criterios técnicos dentro de una metodología cuantitativa de evaluación estructural.

Tabla 1: Indicadores comparativos para la evaluación de deformación

N.º	Métrica De Análisis	Fem / Ansys	Euler–Bernoulli	Literatura Científica	Reglamentos	Criterio De Evaluación
1	Deflexión máxima	Directa del modelo	Solución analítica	Comparativa	Límite/criterio	mm
2	Variación de deflexión	Entre cargas	Entre cargas	Tendencia reportada	Verificación	mm / %
3	Error relativo FEM–EB	Valor de referencia	Valor analítico	—	—	(\left
4	Rigidez flexional (EI)	Rigidez equivalente	Parámetro fundamental	Contraste	Criterio técnico	N·m ²
5	Curvatura	Campo	(M/EI)	Comparativa	—	1/m
6	Momento	Distribución	(-	Contraste	Verificación	kN·m
7	Esfuerzo de flexión ($\Delta\sigma$)	Resultado FEM	(My/I)	Comparativa	Resistencia admisible	MPa
8	Respuesta carga–	6 niveles de carga	Solución para cada	Tendencia	Servicio	kN/m–mm
9	Diferencia absoluta	Comparada con EB	Referencia analítica	Contraste externo	Contraste técnico	2.94 %*
10	Concordancia analítico–	FEM vs. EB	EB vs. FEM	Validación contextual	Verificación contextual	Diferencia máx. $\approx$ 3.22

La Tabla 2, presenta la comprobación cuantitativa de los resultados de deflexión vertical máxima obtenidos mediante FEM/ANSYS y la solución analítica de Euler–Bernoulli para los seis niveles de carga considerados. Su finalidad es determinar el grado de correspondencia entre ambos procedimientos mediante el cálculo de la diferencia porcentual absoluta, proporcionando un indicador objetivo para

evaluar la consistencia del modelo numérico. Los resultados FEM evolucionan desde -1.707 mm en la Carga 1 hasta -10.244 mm en la Carga 6, mientras que Euler–Bernoulli presenta valores comprendidos entre -1.756 y -10.536 mm. En ambos procedimientos se observa un incremento progresivo de la magnitud de la deflexión conforme aumenta la sollicitación, manteniéndose una tendencia prácticamente paralela durante toda la secuencia de análisis.

Tabla 2: Comparación cuantitativa de la deflexión vertical y MAPD entre FEM/ANSYS y Euler–Bernoulli

N.º	Métrica De Análisis	FEM ANSYS	/ Euler–Bernoulli	MAPD Diferencia (%)	/ Criterio De Análisis
1	Deflexión máxima – Carga 1	-1.707 mm	-1.756 mm	2.790 %	Concordancia alta
2	Deflexión máxima – Carga 2	-3.414 mm	-3.512 mm	2.790 %	Concordancia alta
3	Deflexión máxima – Carga 3	-5.122 mm	-5.268 mm	2.771 %	Concordancia alta
4	Deflexión máxima – Carga 4	-6.829 mm	-7.024 mm	2.776 %	Concordancia alta
5	Deflexión máxima – Carga 5	-8.536 mm	-8.780 mm	2.779 %	Concordancia alta
6	Deflexión máxima – Carga 6	-10.244 mm	-10.536 mm	2.771 %	Concordancia alta
7	Rigidez flexional (EI)	Solución FEM	Solución analítica	≈ 2.78 %*	Comportamiento consistente
8	Tendencia carga–deflexión	Progresiva	Progresiva	≈ 2.78 %*	Tendencias equivalentes
9	Diferencia global FEM–EB	6 cargas	6 cargas	MAPD = 2.780 %	Diferencia reducida
10	Validación analítico-numérica	FEM	Euler–Bernoulli	97.220 % de concordancia	Validación satisfactoria

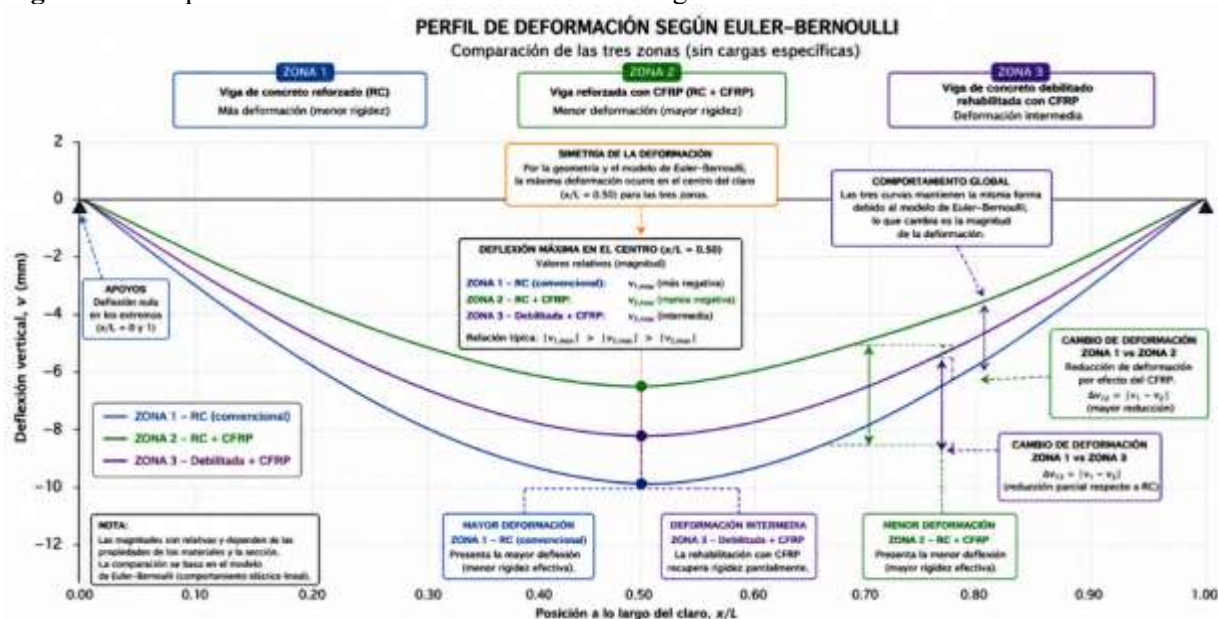
Las diferencias porcentuales calculadas para las seis cargas permanecen en un intervalo reducido, aproximadamente entre 2.771 % y 2.790 %. Esta estabilidad indica que la separación entre las soluciones no aumenta significativamente con el nivel de carga, sino que conserva una proporción prácticamente constante. Al integrar las seis observaciones mediante la diferencia porcentual absoluta media (MAPD) se obtiene un valor global de aproximadamente 2.780 %. Consecuentemente, puede expresarse una correspondencia complementaria de aproximadamente 97.220 % entre las series analizadas, entendida como $100 - \text{MAPD}$ y no como un coeficiente estadístico de correlación. Este resultado constituye el principal indicador de comprobación presentado en la tabla 2. En conjunto, la información evidencia

una alta consistencia entre la solución numérica FEM/ANSYS y la formulación analítica de Euler–Bernoulli para la respuesta carga–deflexión estudiada. La baja magnitud y estabilidad del MAPD respaldan el empleo de la solución analítica como referencia independiente para verificar la tendencia obtenida mediante la simulación numérica.

Modelo EULER–BERNOULLI

La Figura 5, presenta una comparación del perfil de deformación vertical de tres configuraciones estructurales analizadas bajo el enfoque de Euler–Bernoulli: viga de concreto reforzado convencional, viga de concreto reforzado con CFRP y viga de concreto debilitado rehabilitada mediante CFRP. Su representación permite identificar de manera directa las diferencias relativas de comportamiento y evaluar el efecto que produce el reforzamiento sobre la rigidez y el control de la deformación.

Figura 5: Comparación de deformación estructural en vigas mediante modelo Euler–Bernoulli.



Las tres curvas presentan una distribución continua y simétrica a lo largo del elemento. En los extremos, correspondientes a las zonas de apoyo, la deformación vertical es prácticamente nula, mientras que su magnitud aumenta progresivamente hacia la región central. El punto de máxima deformación se localiza en el centro del claro, aproximadamente en la posición normalizada 0.50. Esta característica común demuestra que las configuraciones mantienen un patrón global semejante de respuesta flexional, aunque difieren considerablemente en la magnitud alcanzada. La Zona 1, correspondiente a la viga de concreto reforzado convencional, presenta la mayor deformación vertical. Esto indica comparativamente una

menor rigidez efectiva y constituye la condición de referencia para interpretar las modificaciones producidas por el CFRP. La Zona 2, asociada con la viga reforzada con CFRP, registra la menor deformación de las tres configuraciones, mostrando un incremento relativo de rigidez y un mayor control del desplazamiento vertical.

Por su parte, la Zona 3, correspondiente a la viga de concreto debilitado rehabilitada con CFRP, desarrolla una deformación intermedia. Este comportamiento evidencia que el sistema de rehabilitación permite recuperar parcialmente la rigidez perdida, reduciendo la deformación respecto de la condición de referencia, aunque sin alcanzar el nivel de control observado en la configuración reforzada. Las líneas de dirección, flechas y recuadros incorporados permiten identificar visualmente las diferencias entre las curvas sin interferir con los perfiles principales. En conjunto, el hallazgo principal consiste en que el CFRP modifica favorablemente la magnitud de la respuesta estructural: la viga reforzada presenta el mayor control de deformación, la rehabilitada ocupa una condición intermedia y la viga convencional registra la mayor deformación. La comparación demuestra, por tanto, una diferenciación clara de rigidez y desempeño entre las tres configuraciones estructurales.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos evidencian que la incorporación de CFRP modifica favorablemente el comportamiento flexional de las vigas de concreto reforzado, principalmente mediante el control de la deformación y el incremento de la rigidez efectiva. La comparación entre las tres configuraciones permite identificar respuestas diferenciadas que dependen tanto de la condición inicial del elemento como de la participación estructural del material compuesto. La viga de concreto reforzado convencional presenta la mayor deformación relativa, estableciendo el comportamiento de referencia. En contraste, la viga reforzada con CFRP registra la menor deformación, lo que demuestra una participación favorable del compuesto en la respuesta resistente. La viga debilitada rehabilitada con CFRP presenta un comportamiento intermedio, indicando que el reforzamiento permite recuperar parte de la capacidad estructural afectada, aunque sin reproducir completamente el desempeño alcanzado por el elemento reforzado en condiciones inicialmente íntegras. La comparación analítico-numérica fortalece esta interpretación. Los resultados obtenidos mediante FEM/ANSYS presentan una tendencia consistente con la solución de Euler–Bernoulli, particularmente en la distribución longitudinal de la deformación y

en la ubicación de los máximos desplazamientos. El MAPD global de aproximadamente 2.78 % entre ambas soluciones indica una diferencia reducida para las condiciones evaluadas. El hallazgo relevante radica en que el CFRP no genera únicamente una disminución de deformaciones, sino una redistribución de la respuesta mecánica del sistema, cuya magnitud depende del estado previo del elemento. En consecuencia, los resultados respaldan la utilización del CFRP tanto para reforzamiento como para rehabilitación, aunque muestran que su eficiencia debe evaluarse considerando conjuntamente la rigidez inicial, el nivel de deterioro y la transferencia de esfuerzos entre concreto, acero y material compuesto.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos permiten concluir que la incorporación de CFRP mejora el comportamiento estructural de las vigas de concreto reforzado, principalmente mediante la reducción de deformaciones y el incremento de la rigidez efectiva. La comparación entre las tres configuraciones demuestra que la viga reforzada con CFRP presenta el mayor control de deformación, mientras que la viga debilitada rehabilitada desarrolla una respuesta intermedia, evidenciando una recuperación parcial de su desempeño estructural. La comparación entre FEM/ANSYS y Euler–Bernoulli mostró tendencias consistentes en la distribución y magnitud de las deformaciones. El MAPD global aproximado de 2.78 % indica una diferencia reducida entre ambas aproximaciones para las condiciones estudiadas, respaldando la consistencia de la validación analítico-numérica, (Matus, 2019).

Ventaja de la metodología aplicada

La principal ventaja de la metodología consiste en la **integración de herramientas numéricas, analíticas y estadísticas** para evaluar el comportamiento estructural desde perspectivas complementarias. El empleo de FEM mediante ANSYS Mechanical permite determinar desplazamientos, deformaciones y esfuerzos con una representación detallada del sistema, mientras que Euler–Bernoulli proporciona una referencia analítica independiente para comprobar la respuesta flexional. La incorporación de métricas estadísticas permite cuantificar posteriormente el nivel de concordancia entre ambas soluciones. Esta combinación reduce la dependencia de un único procedimiento y fortalece la interpretación de los resultados. Además, mantener condiciones equivalentes de geometría, materiales, apoyos y solicitaciones facilita una comparación sistemática entre configuraciones. En consecuencia, la

metodología constituye un procedimiento **reproducible, cuantificable y verificable**, adecuado para estudiar sistemas de reforzamiento y rehabilitación estructural mediante CFRP.

Ventaja del hallazgo encontrado.

El principal hallazgo aporta evidencia de que el **CFRP produce diferentes niveles de mejora dependiendo de la condición inicial del elemento estructural**. La viga reforzada con CFRP presenta el mayor control de la deformación, mientras que la viga debilitada y posteriormente rehabilitada desarrolla una respuesta intermedia, indicando una recuperación parcial de su rigidez. Esta diferenciación es relevante porque demuestra que la eficiencia del CFRP no debe interpretarse únicamente a partir de su presencia, sino considerando el estado mecánico previo del elemento sobre el cual se aplica. El hallazgo permite distinguir entre los efectos de **reforzamiento y rehabilitación**, proporcionando información útil para establecer criterios de intervención. Asimismo, evidencia que la reducción de deformaciones está relacionada con modificaciones en la participación resistente y transferencia de esfuerzos entre concreto, acero y material compuesto.

Ventaja de los resultados y análisis.

La principal ventaja de los resultados y su análisis consiste en proporcionar una **base cuantitativa para comprobar e interpretar el comportamiento estructural observado**. La evaluación de los diferentes niveles de sollicitación permitió construir tendencias carga–deformación e identificar sistemáticamente las diferencias entre las configuraciones estudiadas. Adicionalmente, la comparación entre FEM/ANSYS y Euler–Bernoulli produjo un **MAPD global aproximado de 2.78 %**, mostrando una diferencia reducida entre las respuestas numérica y analítica dentro de las condiciones evaluadas. El análisis conjunto de deformaciones, rigidez y esfuerzos permite superar una interpretación basada exclusivamente en desplazamientos máximos, facilitando el estudio de los mecanismos responsables de la respuesta. Estos resultados proporcionan evidencia para sustentar las conclusiones y permiten establecer comparaciones posteriores con investigaciones experimentales, modelos numéricos y criterios técnicos, fortaleciendo la **trazabilidad, objetividad y reproducibilidad científica** del estudio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arana, L. (2015). Mecanica de la fractura. En Universidad del pais vasco (Vol. 16, Número 2).
- Assessment, P. L. (2025). Disaster Resilience Scorecard for Cities. UNDRR.
- Bendixen, A. (2010). The Emergence and Development of the American Short Story. A Companion to the American Short Story, 9(1), 1–19. <https://doi.org/10.1002/9781444319910.ch1>
- Bernal, R. (2019). Evaluación de la energía de fractura mediante el ensayo DC (T) de mezclas asfálticas con RAP elaboradas en frío. Asfalto, 12, 8.
- Cano, A. (2005). Elementos Para Una Definición De Evaluación. Revista científica, 1–16.
- Cerón, J. (2024a). Criterios de diagnóstico de daño en estructuras de acero. Padi, UAEH, 12, 8–16. [https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.29057/icbi.v12iEspecial3.13425](https://doi.org/DOI:https://doi.org/10.29057/icbi.v12iEspecial3.13425)
- Cerón, J. (2024b). Nivel de evaluación del Mecanismo de falla en una construcción de 20 años de edad. Padi, UAEH, 11(22), 129–137. [https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.29057/icbi.v11i22.11067](https://doi.org/DOI:https://doi.org/10.29057/icbi.v11i22.11067)
- Cerón, J. (2025). Análisis de Daños Sísmicos en Ciudades de México (2014 – 2024). LATAM, VI, 26. [https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.56712/latam.v6i4.4340](https://doi.org/DOI:https://doi.org/10.56712/latam.v6i4.4340)
- Cerón, J. (2026a). Diagnóstico estructural de un muro de mampostería basado en criterios de vulnerabilidad, capacidad y desempeño mediante análisis evolutivo de fisuras. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 10, 29. [https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23177](https://doi.org/DOI:https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23177)
- Cerón, J. (2026b). Evaluación del riesgo estructural en muros de mampostería fisurados mediante termografía infrarroja e índice de laminación. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 10(1), 29. <https://doi.org/https://doi.org/10.36677/rici.v4i1.26527>
- Deyazada, M. (2019). Experimental investigations on the resistance of masonry walls with AAC thermal break layer. Construction and Building Materials, 224, 474–492. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.205>
- Dovey, K. (2024). Inventraset assemblages : The spatial logic of informal street vending , transport and settlement. Urban Studies, 61(12), 2265–2289. <https://doi.org/10.1177/00420980231223060>
- Fuentes, M. (2023). Harnessing Network Science for Urban Resilience : The CASA Model ’ s Approach to Social and Environmental Challenges. Complex Analysis for Socio-environmental



Adaptation. Declarations, 1–26.

- Lugo, J. (2012). Caracterización Del Comportamiento Mecánico Del Concreto Simple Con Adición De Fibras Poliméricas Recicladas Pet. *Psychology Applied to Work: An Introduction to Industrial and Organizational Psychology*, Tenth Edition Paul, 53(9), 15.
- Ma, J. (2025). Decoupling Urban Food Accessibility Resilience during Disasters through. *arXiv*, 1–46.
- Matus, R. A. (2019). Obtención de las propiedades mecánicas de la mampostería de adobe mediante ensayos de laboratorio. *Acta Universitaria*, 1–13. <https://doi.org/10.15174/au.2019.1861> Obtención
- Napolitano, R. (2019). Methodology for diagnosing crack patterns in masonry structures using photogrammetry and distinct element modeling. *Engineering Structures*, 181(November 2018), 519–528. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.036>
- Yacila, J. (2019). Experimental assessment of confined masonry walls retro fitted with SRG under lateral cyclic loads. *Engineering Structures*, 199(August), 109555. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109555>
- Arana, L. (2015). Mecanica de la fractura. En *Universidad del pais vasco* (Vol. 16, Número 2).
- Assessment, P. L. (2025). Disaster Resilience Scorecard for Cities. UNDRR.
- Bendixen, A. (2010). The Emergence and Development of the American Short Story. *A Companion to the American Short Story*, 9(1), 1–19. <https://doi.org/10.1002/9781444319910.ch1>
- Bernal, R. (2019). Evaluación de la energía de fractura mediante el ensayo DC (T) de mezclas asfálticas con RAP elaboradas en frío. *Asfalto*, 12, 8.
- Cano, A. (2005). Elementos Para Una Definición De Evaluación. *Revista científica*, 1–16.
- Cerón, J. (2024a). Criterios de diagnóstico de daño en estructuras de acero. *Padi, UAEH*, 12, 8–16. <https://doi.org/10.29057/icbi.v12iEspecial3.13425>
- Cerón, J. (2024b). Nivel de evaluación del Mecanismo de falla en una construcción de 20 años de edad. *Padi, UAEH*, 11(22), 129–137. <https://doi.org/10.29057/icbi.v11i22.11067>
- Cerón, J. (2025). Análisis de Daños Sísmicos en Ciudades de México (2014 – 2024). *LATAM*, VI, 26. <https://doi.org/10.56712/latam.v6i4.4340>



- Cerón, J. (2026a). Diagnóstico estructural de un muro de mampostería basado en criterios de vulnerabilidad, capacidad y desempeño mediante análisis evolutivo de fisuras. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 10, 29. https://doi.org/DOI:https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23177
- Cerón, J. (2026b). Evaluación del riesgo estructural en muros de mampostería fisurados mediante termografía infrarroja e índice de laminación. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 10(1), 29. <https://doi.org/https://doi.org/10.36677/rici.v4i1.26527>
- Deyazada, M. (2019). Experimental investigations on the resistance of masonry walls with AAC thermal break layer. *Construction and Building Materials*, 224, 474–492. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.205>
- Dovey, K. (2024). Inventraset assemblages : The spatial logic of informal street vending , transport and settlement. *Urban Studies*, 61(12), 2265–2289. <https://doi.org/10.1177/00420980231223060>
- Fuentes, M. (2023). Harnessing Network Science for Urban Resilience : The CASA Model ’ s Approach to Social and Environmental Challenges. *Complex Analysis for Socio-environmental Adaptation. Declarations*, 1–26.
- Lugo, J. (2012). Caracterización Del Comportamiento Mecánico Del Concreto Simple Con Adición De Fibras Poliméricas Recicladas Pet. *Psychology Applied to Work: An Introduction to Industrial and Organizational Psychology*, Tenth Edition Paul, 53(9), 15.
- Ma, J. (2025). Decoupling Urban Food Accessibility Resilience during Disasters through. *arXiv*, 1–46.
- Matus, R. A. (2019). Obtención de las propiedades mecánicas de la mampostería de adobe mediante ensayos de laboratorio. *Acta Universitaria*, 1–13. <https://doi.org/https://doi.org/10.15174/au.2019.1861> Obtención
- Napolitano, R. (2019). Methodology for diagnosing crack patterns in masonry structures using photogrammetry and distinct element modeling. *Engineering Structures*, 181(November 2018), 519–528. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.036>
- Yacila, J. (2019). Experimental assessment of confined masonry walls retro fitted with SRG under lateral cyclic loads. *Engineering Structures*, 199(August), 109555. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109555>