



Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), septiembre-octubre 2026,
Volumen 10, Número 5.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i5

ENSEÑANZA DEL CÁLCULO INTEGRAL EN CONTEXTOS REALES CON MEDIACIÓN TECNOLÓGICA: REVISIÓN CRÍTICA Y SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA FORMATIVA

**TEACHING INTEGRAL CALCULUS IN REAL CONTEXTS
WITH TECHNOLOGICAL MEDIATION: CRITICAL REVIEW
AND SYSTEMATIZATION OF A FORMATIVE EXPERIENCE**

Ernesto Araujo Chavarro
Universidad de la Amazonia

Yonathan Andrés Bermeo Orozco
Universidad de la Amazonia

Manuel Alejandro Cleves Ortega
Universidad de la Amazonia

Cristian Eduardo Hernández Pillimue
Universidad de la Amazonia

Antonio Gutiérrez Morales
Universidad de la Amazonia

Enseñanza del Cálculo Integral en Contextos Reales con mediación Tecnológica: Revisión Crítica y Sistematización de una Experiencia Formativa

Ernesto Araujo Chavarro¹e.araujo@udla.edu.co<https://orcid.org/0000-0002-7974-6969>

Universidad de la Amazonia

Yonathan Andrés Bermeo Orozcoyo.bermeo@udla.edu.co<https://orcid.org/0009-0008-1929-2863>

Universidad de la Amazonia

Manuel Alejandro Cleves Ortegam.cleves@udla.edu.co<https://orcid.org/0009-0008-1000-5071>

Universidad de la Amazonia

Cristian Eduardo Hernández Pillimuecri.hernandez@udla.edu.co<https://orcid.org/0009-0004-6893-8940>

Universidad de la Amazonia

Antonio Gutiérrez Moralesant.gutierrez@udla.edu.co<https://orcid.org/0009-0008-3000-974X>

Universidad de la Amazonia

RESUMEN

El cálculo integral suele enseñarse como repertorio de técnicas, aunque su potencia epistemológica reside en representar acumulaciones, cambios netos y relaciones entre tasas y cantidades totales. El objetivo de este artículo es analizar críticamente estrategias para enseñar cálculo integral en contextos reales con mediación tecnológica, reconocer los vacíos de investigación y sistematizar una experiencia formativa del semillero CEEMA, asociado a CITEM-UA. Se realizó una revisión documental integrativa y trazable de un corpus cerrado en agosto de 2026. La auditoría identificó 173 unidades documentales: 161 registros de publicaciones y 12 páginas de resultados de búsqueda. Después de normalizar 14 duplicaciones, se reconocieron 147 publicaciones únicas; 51 tenían descripción detallada y una editorial metodológica genérica fue excluida. El corpus final quedó constituido por 50 publicaciones: 23 atribuidas a Scopus, 12 a Redalyc, 9 a Google Académico y 6 a SciELO. La síntesis muestra cinco núcleos: educación matemática realista y modelación; resolución de problemas; visualización y simulación; evaluación y formación docente; e inteligencia artificial y otras tecnologías. Solo dos publicaciones estudian de manera directa el diseño o la intervención en cálculo, lo que impide generalizar la eficacia de una herramienta. La experiencia analizada articuló definición formal, GeoGebra, técnicas simbólicas y un montaje eléctrico, pero el registro visual permite documentar actividades, no demostrar aprendizaje. Se propone una ruta de seis fases: fenómeno; datos, variables, unidades y supuestos; acumulación discreta; formalización integral; exploración tecnológica; e interpretación, validación y comunicación. La conclusión central es que la tecnología adquiere valor cuando hace examinable la relación entre integrando, diferencial, límites, unidades y fenómeno; sin esta articulación puede automatizar procedimientos y conservar errores conceptuales.

Palabras clave: cálculo integral, modelación matemática, educación matemática realista, tecnologías educativas, contextos reales

¹ Autor principal

Correspondencia: e.araujo@udla.edu.co

Teaching Integral Calculus in Real Contexts with Technological Mediation: Critical Review and Systematization of a Formative Experience

ABSTRACT

Integral calculus is often taught as a repertoire of techniques, even though its epistemological power lies in representing accumulation, net change, and relationships between rates and total quantities. This article critically analyses strategies for teaching integral calculus in real-world contexts through technological mediation, identifies research gaps, and systematises a CEEMA formative experience associated with CITEM-UA. A traceable integrative documentary review was conducted on a corpus closed in August 2026. The audit identified 173 documentary units: 161 publication records and 12 search-result pages. After 14 duplicates were normalised, 147 unique publications were identified; 51 had detailed descriptions, and one generic methodological editorial was excluded. The final corpus comprised 50 publications: 23 attributed to Scopus, 12 to Redalyc, 9 to Google Scholar, and 6 to SciELO. Five clusters emerged: realistic mathematics education and modelling; problem solving; visualisation and simulation; assessment and teacher education; and artificial intelligence and other technologies. Only two publications directly examine calculus instructional design or intervention, preventing general claims about tool effectiveness. The analysed experience combined formal definition, GeoGebra, symbolic techniques, and an electrical setup; however, visual records document activities rather than demonstrate learning. A six-phase route is proposed: phenomenon; data, variables, units, and assumptions; discrete accumulation; integral formalisation; technological exploration; and interpretation, validation, and communication. Technology becomes educationally valuable when it makes the relationship among integrand, differential, bounds, units, and phenomenon examinable; otherwise it may automate procedures while preserving conceptual errors.

Keywords: integral calculus, mathematical modelling, realistic mathematics education, educational technology, real-world contexts

*Artículo recibido 16 julio 2026
Aceptado para publicación: 22 agosto 2026*



INTRODUCCIÓN

La enseñanza del cálculo integral enfrenta una tensión entre el dominio procedimental y la comprensión de la integral como herramienta para describir fenómenos de acumulación. Un estudiante puede aprender reglas de sustitución, integración por partes o fracciones parciales y, al mismo tiempo, tener dificultades para decidir qué magnitud se acumula, qué representa el integrando, cuáles son las unidades del resultado o si el valor obtenido es razonable en la situación estudiada. Por esta razón, aplicar el cálculo integral en un contexto real no consiste únicamente en añadir una historia a un ejercicio algebraico. Requiere construir una relación verificable entre el fenómeno, las cantidades, los supuestos, el modelo integral y la interpretación del resultado.

En el corpus analizado, el antecedente más próximo a esta perspectiva es el trabajo de Gravemeijer y Doorman (1999). Los autores explican que los problemas de contexto pueden apoyar una reinención guiada de la matemática formal y que las funciones discretas y sus gráficas pueden actuar como intermediarias entre una actividad situada y el razonamiento propio del cálculo. Esta formulación resulta pertinente para la integral definida: antes de introducir una expresión continua, el estudiante puede analizar acumulaciones parciales, particiones, sumas y cambios en la cantidad total. El contexto cumple entonces una función epistemológica en la construcción del concepto y no una función meramente decorativa.

La evidencia directamente relacionada con cálculo integral es reducida. Awang @ Salleh y Zakaria (2013) describen una intervención de cinco semanas que incorporó Maple en un curso universitario y reportan un mejor desempeño del grupo experimental en los constructos evaluados. No obstante, el resumen disponible no informa el tamaño de los grupos, la magnitud del efecto ni la permanencia del aprendizaje. Stapleton (2024) aborda modelos de integración en cálculo avanzado, pero el registro disponible es bibliográfico y no aporta un resumen pedagógico. Pozo Valdiviezo et al. (2026), a partir del conjunto MathE, ubican Integración entre las áreas que requieren apoyo adicional, junto con métodos numéricos, aunque las mayores dificultades del conjunto analizado se localizaron en diferenciación, interpretación funcional y probabilidad. Estos registros muestran pertinencia temática, pero no constituyen por sí solos una base empírica amplia sobre estrategias contextualizadas de enseñanza de la integral.



Ante esta escasez, es necesario examinar evidencia convergente procedente de la modelación matemática, el aprendizaje basado en problemas, la educación matemática realista, el pensamiento computacional, la evaluación y las tecnologías educativas. Tal ampliación exige cautela: un resultado obtenido en geometría, matemáticas escolares, formación de profesores o educación inclusiva no puede transferirse automáticamente al cálculo integral. Su aporte consiste en ofrecer principios de diseño, categorías analíticas o advertencias que deben someterse a prueba en tareas específicas de acumulación e integración.

La tecnología ocupa un lugar ambivalente dentro de esta discusión. Maple, Modellus, las tabletas, la robótica educativa, los agentes enseñables y la inteligencia artificial pueden ampliar la visualización, la exploración paramétrica, la retroalimentación y el acceso a múltiples representaciones. Sin embargo, la automatización también puede ocultar la relación entre cantidades, reducir la argumentación a la lectura de una salida y producir respuestas matemáticamente incorrectas. Teodoro y Neves (2011) presentan Modellus como un entorno para crear y explorar modelos contruidos con funciones y ecuaciones; Manto et al. (2026) advierten que la integración de inteligencia artificial puede entrar en conflicto con el aprendizaje profundo, la validez de la evaluación y la actividad cognitiva; y Turmuzi et al. (2026) señalan limitaciones de ChatGPT en problemas complejos, entre ellos los de cálculo. En consecuencia, el valor didáctico no reside en la herramienta aislada, sino en las acciones matemáticas que la secuencia exige antes, durante y después de su uso.

Este artículo tiene como objetivo analizar, dentro del corpus delimitado, las estrategias que pueden orientar la enseñanza del cálculo integral en contextos reales y con mediación tecnológica; delimitar la fuerza y el alcance de la evidencia disponible; e identificar una agenda de investigación coherente con el campo de trabajo del Colectivo de educadores en educación matemática aplicada (CEEMA) y del grupo asociado CITEM-UA. La pregunta que guía la revisión es: **¿qué principios de diseño, evidencias y vacíos presenta el corpus seleccionado para construir y evaluar estrategias de enseñanza del cálculo integral basadas en contextos reales y tecnologías educativas?**



Precisiones conceptuales

Aplicación del cálculo integral y autenticidad del contexto

En este artículo, una aplicación del cálculo integral es una actividad en la que la integral representa una relación cuantitativa vinculada con un fenómeno, y el resultado se interpreta de acuerdo con las magnitudes y unidades de ese fenómeno. La autenticidad no depende de que la situación reproduzca todos los detalles de la realidad. Depende de que los datos, las decisiones de modelación y la validación tengan sentido dentro de un dominio identificable. Un problema puede ser simplificado y seguir siendo auténtico si explicita sus supuestos y conserva la relación entre las cantidades relevantes.

Esta definición permite distinguir tres niveles. En un ejercicio situado superficialmente, el contexto puede retirarse sin modificar el procedimiento. En un problema contextualizado, la situación orienta la elección de datos y operaciones, pero el modelo ya está dado. En una tarea de modelación, el estudiante debe delimitar el sistema, seleccionar variables, establecer supuestos, construir o ajustar una relación matemática, resolverla, interpretar el resultado y contrastarlo con la situación. La revisión se concentra en los dos últimos niveles porque ofrecen mayores posibilidades para comprender la integral como acumulación y no solo como antiderivación.

La integral definida tampoco debe reducirse epistemológicamente a «área bajo la curva». En general, $\int_a^b f(x) dx$ representa una acumulación con signo y puede expresar cambio neto cuando f es una tasa. El área geométrica total coincide con esa integral solo si f no cambia de signo en el intervalo; en otro caso debe considerarse $\int_a^b |f(x)| dx$ o una partición adecuada. Asimismo, una antiderivada es el recurso operacional que el teorema fundamental relaciona con la integral, pero no sustituye la identificación de la cantidad que se acumula, las unidades y el intervalo pertinente.

La noción de situación experimentable o reconocible para el estudiante, presente en Gravemeijer y Doorman (1999), evita identificar lo «real» únicamente con objetos físicos inmediatos. Un fenómeno puede ser real para el estudiante porque puede imaginarlo, analizar sus regularidades y tomar decisiones sobre él. Esta amplitud admite contextos ambientales, productivos, sociales o científicos, siempre que las cantidades y relaciones no sean arbitrarias.



Modelación, resolución de problemas y matematización

La modelación matemática y la resolución de problemas se relacionan, pero no son equivalentes. Resolver un problema puede implicar aplicar una estrategia dentro de un modelo ya construido; modelar exige decidir cómo representar la situación y evaluar las consecuencias de esas decisiones. En cálculo integral, esta distinción se observa cuando se compara el ejercicio «calcule una integral definida» con una tarea en la que se debe determinar una cantidad total a partir de una tasa variable, justificar los límites de integración y verificar las unidades.

Gravemeijer y Doorman (1999) proponen una transición desde modelos vinculados con la actividad situada hacia modelos que organizan el razonamiento matemático. La investigación basada en diseño incluida en el corpus amplía este principio. Filiz y Öztel (2026) desarrollaron dos iteraciones durante tres semestres para integrar educación matemática realista e instrucción estratégica en problemas verbales con estudiantes que presentaban dificultades de aprendizaje. El estudio no trata cálculo integral, pero muestra que el diseño contextualizado requiere iteración, diferenciación y análisis de la interacción con las tareas. Gravemeijer (1994) aparece en el corpus como antecedente de desarrollo educativo e investigación de desarrollo, y Van den Heuvel-Panhuizen (1996) como referente de evaluación en educación matemática realista; los registros disponibles de estas dos obras son bibliográficos, por lo que se emplean para ubicar la tradición y no para atribuir resultados específicos.

La perspectiva sistémica de Steiner (1985) sitúa la educación matemática en la interacción entre contenido, instituciones, cognición, sociedad, tecnología y cultura. Ernest (2003) y Kilpatrick (2020) aparecen en la selección como obras filosóficas e históricas que amplían ese marco. Sus registros disponibles son parciales, por lo cual su función en esta revisión es contextual: permiten reconocer que una estrategia didáctica no se define solo por el recurso utilizado, sino también por las concepciones de matemática, enseñanza, aprendizaje y validación que la sostienen.

Mediación tecnológica y control epistemológico

Una tecnología actúa como mediación didáctica cuando modifica las posibilidades de representar, explorar, calcular, contrastar o comunicar una relación matemática. El uso de una calculadora algebraica o de un sistema de geometría dinámica no produce comprensión por presencia. Para que exista

mediación, la tarea debe pedir al estudiante que conecte la salida tecnológica con el fenómeno y con una representación matemática que pueda justificar.

Teodoro y Neves (2011) señalan que Modellus permite construir modelos, explorar funciones y visualizar el comportamiento de objetos matemáticos. Awang @ Salleh y Zakaria (2013) muestran un uso de Maple integrado a una secuencia sobre cálculo integral. Wilensky (1991) aparece en el corpus con una reflexión sobre las relaciones entre lo abstracto y lo concreto en educación matemática, mientras que Zúñiga et al. (2018) y Aksoy et al. (2026) vinculan la resolución de problemas y la modelación con el pensamiento computacional. Aunque varios de estos antecedentes no estudian la integral, convergen en una idea: la tecnología puede hacer visibles relaciones, secuencias y variaciones que son difíciles de examinar mediante un cálculo estático.

El control epistemológico introduce una condición adicional. El estudiante debe ser capaz de detectar una salida incompatible con las unidades, el dominio, el comportamiento gráfico o los datos. La necesidad de este control aumenta con las herramientas de inteligencia artificial. Manto et al. (2026) identifican riesgos de dependencia, debilitamiento del esfuerzo cognitivo, dificultades para sostener razonamiento matemático profundo, problemas de integridad y limitaciones de preparación docente. Turmuzi et al. (2026) reportan que la retroalimentación inmediata y el apoyo personalizado coexisten con limitaciones en problemas complejos y con dependencia estudiantil. Kuzu (2026) encuentra, en 251 docentes de matemáticas, que el uso de tecnología predice la alfabetización y la ansiedad frente a la inteligencia artificial, y que una preocupación frecuente es el posible debilitamiento del pensamiento independiente y de la resolución de problemas. Estos resultados respaldan una mediación docente explícita y la verificación de cada respuesta generada.

METODOLOGÍA

Tipo y alcance de la revisión

Se realizó una revisión documental integrativa con procedimientos de auditoría, depuración y síntesis temática. La revisión se restringió al conjunto bibliográfico previamente reunido y cerrado el 31 de agosto de 2026; no se incorporaron publicaciones externas ni metadatos adicionales. Por ello, el trabajo no reclama exhaustividad sobre toda la producción mundial: ofrece una síntesis crítica, reproducible dentro del corpus y adecuada para fundamentar una agenda situada de investigación.



La unidad de análisis fue la publicación única, identificada mediante la normalización de título minúsculas, tildes, signos, espacios y subtítulos y el contraste de autoría, año, DOI o URL cuando estaban consignados. Se incluyeron investigaciones, revisiones, capítulos y obras teóricas pertinentes para por lo menos uno de estos objetos: cálculo o integración; modelación y resolución de problemas; contexto y educación matemática realista; mediación tecnológica; evaluación y formación docente; o dimensiones socioculturales de la educación matemática. Se excluyeron duplicados, páginas de resultados de búsqueda y piezas cuyo objeto era metodológico pero genérico, sin contribución sustantiva a los ejes anteriores.

Auditoría, correspondencia y depuración

La auditoría identificó 173 unidades documentales: 161 registros con estructura de publicación y 12 páginas de resultados de búsqueda. La normalización de títulos redujo los registros bibliográficos a 147 publicaciones únicas, pues 14 correspondían a duplicaciones. La selección razonada contenía 51 entradas diferentes descritas en detalle: incluía dos referencias no reflejadas en su cuadro recapitulativo —Dede y Taşpınar Şener (2021) y Kale y Selmer (2013)— y repetía a Justo et al. (2020) bajo dos etiquetas de procedencia. Para conservar un corpus final coherente de 50 publicaciones, se integraron las dos referencias omitidas, se unificó la duplicación de Justo et al. y se excluyó una editorial sobre métodos mixtos por no estudiar un contenido, población o intervención relevante para la pregunta de revisión.

La distribución final fue de 23 publicaciones atribuidas a Scopus, 12 a Redalyc, 9 a Google Académico y 6 a SciELO. Estas cifras describen las etiquetas del registro bibliográfico y no constituyen una verificación independiente de indexación. Treinta y una publicaciones contenían resumen y 19 solo información bibliográfica. Treinta y tres registraban DOI; las 50 ofrecían DOI o URL, por lo que cada referencia conserva un identificador verificable dentro del corpus.



Tabla 1 Auditoría y conformación del corpus

Indicador	Resultado
Unidades documentales identificadas	173
Registros con estructura de publicación	161
Páginas de resultados de búsqueda	12
Publicaciones únicas tras normalizar duplicaciones	147
Registros descritos en detalle	51
Publicaciones incluidas en la síntesis	50
Publicaciones con resumen	31
Publicaciones con DOI	33
Publicaciones con DOI o URL	50
Periodo representado	1985-2026

Nota. Los DOI y URL se transcribieron tal como aparecen en el registro bibliográfico. La disponibilidad de un identificador no prueba por sí misma la calidad metodológica de una publicación.

Figura 1. Flujo de identificación, depuración y selección del corpus. Las cifras de procedencia corresponden a las etiquetas registradas y no a una comprobación externa de indexación.



Estrategia de búsqueda registrada

Se reconstruyeron únicamente las ecuaciones textuales conservadas en el historial bibliográfico. No se añadieron términos que no estuvieran registrados. Las familias de búsqueda fueron las siguientes:

Tabla 2 Ecuaciones de búsqueda conservadas en el historial

Código	Ecuación normalizada
E1	("mathematics education" OR "calculus education")
E2	("mathematical modeling" OR "mathematics education")
E3	("problem solving" OR "real-world problems" OR "contextualized problems")
E4	("integral calculus" OR integration)

Nota. En el registro original, E4 aparecía como "integral calculus" OR integration, sin comilla inicial; la tabla restituye solo esa comilla para expresar la sintaxis pretendida y no amplía la consulta. Dos historiales de Scopus conservaron identificadores opacos de búsqueda, pero no la cadena textual completa; por integridad metodológica, no se reconstruyeron. Las ecuaciones documentan la procedencia del corpus, no una búsqueda nueva ejecutada por los autores.

Criterios de uso y jerarquía de la evidencia

Las 50 publicaciones se conservaron para caracterizar el campo, pero solo se atribuyeron objetivos, métodos, muestras o resultados a las 31 que contenían resumen. Las 19 sin resumen se utilizaron para reconocer la existencia de una obra, tema o enfoque, no para afirmar resultados no observables en la información disponible. Esta regla evita convertir el título, la indexación o una descripción secundaria en evidencia empírica.

La síntesis se organizó en cinco ejes: a) contexto, educación matemática realista y modelación; b) aprendizaje basado en problemas y pensamiento crítico; c) visualización, simulación y pensamiento computacional; d) andamiaje, evaluación y formación docente; y e) inteligencia artificial, cultura e infraestructura. Para cada eje se distinguió entre evidencia directa sobre cálculo integral, evidencia convergente procedente de otros contenidos matemáticos e inferencias de diseño que requieren validación empírica.

No fue posible aplicar una herramienta formal de riesgo de sesgo, verificar los procedimientos completos de cada estudio ni revisar la correspondencia entre resultados y anexos en las publicaciones sin texto completo. Las cifras se reprodujeron solo cuando estaban consignadas en el resumen. La codificación primaria clasificó las 50 publicaciones en cinco grupos mutuamente excluyentes: cálculo



directo o complementario, 4 (8 %); modelación, educación matemática realista o resolución de problemas, 13 (26 %); tecnología, inteligencia artificial o pensamiento computacional, 12 (24 %); formación docente, evaluación o razonamiento, 10 (20 %); y fundamentos socioculturales, históricos o filosóficos, 11 (22 %). La clasificación resume el foco predominante y no niega cruces temáticos.

RESULTADOS

Un corpus amplio en educación matemática, pero estrecho en cálculo integral

La selección abarca publicaciones entre 1985 y 2026, con una concentración marcada en los años recientes: 26 de las 50 publicaciones (52 %) están fechadas en 2025 o 2026, y 36 (72 %) corresponden al periodo 2019-2026. Este perfil favorece la presencia de inteligencia artificial, analítica del aprendizaje, tecnologías inteligentes y revisiones bibliométricas. También incorpora antecedentes sobre educación matemática realista, evaluación, filosofía, historia, experticia adaptativa, cultura y etnomatemática. La amplitud temática permite construir un marco de diseño, pero reduce la densidad de evidencia específica sobre la integral.

Solo dos documentos estudian directamente un curso o tema de cálculo integral. Gravemeijer y Doorman (1999) presentan un curso de cálculo como ejemplo de diseño desde la educación matemática realista; Awang, Salleh y Zakaria (2013) analizan la integración de Maple en el aprendizaje de cálculo integral. Stapleton (2024) se refiere a modelos de integración en cálculo avanzado, aunque el registro no contiene resultados didácticos. Artigue (2021) sitúa desafíos generales de la investigación en matemáticas universitarias y Pozo Valdiviezo et al. (2026) incluyen Integración entre los contenidos que requieren apoyo. Los demás documentos pueden orientar decisiones pedagógicas, pero no permiten concluir que una estrategia sea eficaz para comprender integrales definidas, el teorema fundamental del cálculo o las técnicas de integración.

Esta diferencia entre evidencia directa y evidencia convergente es el hallazgo que estructura la revisión. La modelación, el aprendizaje basado en problemas y la mediación tecnológica ofrecen principios plausibles; su aplicación al cálculo integral todavía debe diseñarse y evaluarse con tareas, instrumentos y poblaciones específicas.



Contexto y modelación como organizadores del concepto

El aporte de Gravemeijer y Doorman (1999) consiste en asignar al contexto una función dentro de la matematización progresiva. Los problemas se organizan para que los estudiantes produzcan representaciones intermedias y transformen un modelo vinculado con la situación en un modelo útil para el razonamiento formal. En cálculo integral, esta transición puede expresarse mediante tablas de acumulación, rectángulos, sumas parciales, gráficas de tasa y total acumulado, y posteriormente una integral definida. El contexto no se abandona después de formular la expresión; reaparece en la interpretación y validación.

Los estudios de educación matemática realista seleccionados se concentran en niveles y contenidos distintos. Fajri et al. (2025), en un análisis bibliométrico de 82 publicaciones sobre educación matemática realista en primaria, identifican entre los temas recientes las trayectorias de aprendizaje, la investigación basada en diseño, el aprendizaje basado en problemas, el razonamiento y las herramientas de aprendizaje, y proponen estudiar su integración con tecnologías emergentes. Filiz y Öztel (2026) reportan que el rediseño iterativo de hojas de trabajo, con instrucción estratégica y principios realistas, mejoró el desempeño en problemas verbales de 12 estudiantes con dificultades de aprendizaje. Estos resultados no son trasladables sin prueba al cálculo universitario, pero muestran dos condiciones de diseño: una secuencia contextualizada necesita una trayectoria explícita y debe ajustarse según las respuestas reales de los estudiantes.

La modelación curricular aparece también en Huf et al. (2020) y la mirada de docentes en formación sobre la modelación en Dede y Taşpınar Şener (2021). Estos registros no contienen resumen, de modo que se utilizan para reconocer la presencia del enfoque en la selección, sin atribuirles resultados específicos.

Teodoro y Neves (2011) amplían la modelación hacia la interacción entre teoría, experimentación y computación. El entorno Modellus permite construir y explorar modelos con funciones y ecuaciones y visualizar su comportamiento. Aksoy et al. (2026), en un curso con tres docentes de matemáticas y un docente de informática, encuentran una relación recíproca entre los componentes del pensamiento computacional y las fases de la modelación: el proceso de modelar favoreció acciones de pensamiento computacional, mientras estas acciones hicieron la modelación más estructurada y reflexiva. El tamaño



del estudio impide generalizar, pero la relación descrita resulta útil para diseñar tareas en las que el estudiante descompone un fenómeno, define variables, automatiza aproximaciones y revisa el modelo. La experticia adaptativa de Luwel et al. (2007) y la concepción de adquisición del conocimiento de Hatano (2020) aparecen en el corpus como marcos sobre flexibilidad. Sus registros no incluyen resúmenes, por lo que no se les atribuyen resultados. En la agenda propuesta se recupera la pregunta que sugieren sus títulos: si los estudiantes pueden seleccionar y justificar una representación o método de integración según las condiciones del problema, en lugar de repetir un algoritmo único.

Aprendizaje basado en problemas, razonamiento y dimensión crítica

El aprendizaje basado en problemas aporta evidencia convergente. Amao Llaulli y Vicuña Parra (2026) sintetizan 16 estudios de secundaria publicados entre 2017 y 2025 y reportan un efecto global de $g = 0,94$, IC del 95 % [0,78, 1,10], frente a la enseñanza tradicional. Los efectos fueron más robustos en intervenciones superiores a ocho semanas y con integración tecnológica. La magnitud corresponde al conjunto revisado por esos autores y no debe interpretarse como un efecto esperado en cálculo integral. Su principal implicación para esta agenda es metodológica: una estrategia contextualizada necesita duración suficiente, problemas auténticos y estructuras de colaboración definidas.

Anwar et al. (2026) revisan 13 artículos sobre pensamiento crítico en educación matemática y reconocen cuatro áreas recurrentes: estrategias contextualizadas, tecnologías digitales, aprendizaje colaborativo y desafíos docentes. Los propios autores limitan el alcance por el tamaño y heterogeneidad del corpus, la dependencia de una sola base y la ausencia de evaluación formal del riesgo de sesgo. Lessing y Ogbonnaya (2026), en una revisión de 80 publicaciones sobre razonamiento y prueba, encuentran una concentración en geometría y formación inicial docente, además de dificultades asociadas con la competencia del profesorado. En conjunto, estos trabajos indican que el razonamiento debe enseñarse y evaluarse de manera explícita; no se deriva automáticamente de resolver más ejercicios.

La dimensión crítica y cultural amplía el sentido de «contexto real». Skovsmose (2022) aparece en la selección desde la educación matemática crítica y la etnomatemática; Pinxten et al. (2013), desde la relación entre antropología y educación matemática; Madusise (2015), mediante aldeas culturales como contextos curriculares; y Rawat y Nagaraju (2026), a través de un análisis bibliométrico de 210 publicaciones sobre etnomatemática. Este último identifica tres agrupaciones: fundamentos de la



etnomatemática, perspectivas críticas y decoloniales, y aplicaciones pedagógicas en el aula. Machado y Tamayo (2026), en un preprint construido con artesanas del barro del Vale do Jequitinhonha, cuestionan la uniformidad curricular y proponen un currículo afectado por prácticas socioculturales particulares. El estudio no prescribe una metodología de cálculo, pero advierte que un contexto local no debe convertirse en ilustración despojada de las prácticas y decisiones de quienes lo viven.

Uhrich et al. (2026) incorporan la resolución de problemas y la educación ambiental crítica en secundaria. El registro bibliográfico no contiene su resumen; por ello, la revisión reconoce su orientación temática sin atribuirle resultados. Lo mismo se aplica a Jankvist (2009), sobre historia en educación matemática; a Kale y Selmer (2013), sobre enseñanza mediante resolución de problemas; y a Farfán-Márquez et al. (2022), sobre transversalidad de género. Estas referencias permiten ampliar las preguntas de diseño -qué voces, prácticas y consecuencias se incluyen en una tarea-, pero no sustentan afirmaciones de eficacia.

Visualización, simulación y representación múltiple

La tecnología aporta su evidencia más directa en el estudio de Awang @ Salleh y Zakaria (2013). Después de una medición inicial y una intervención de cinco semanas, los estudiantes del grupo experimental que trabajaron con Maple superaron al grupo de control en los dos constructos evaluados. El resumen también señala que el tratamiento podría fortalecerse si los contenidos prerequisite recibieran una mediación semejante. La interpretación debe ser prudente: no se informan tamaños muestrales, tamaños del efecto ni seguimiento. El estudio respalda la viabilidad de integrar software, pero no permite afirmar que cualquier uso de Maple o de un sistema algebraico genere comprensión conceptual.

Modellus ofrece otra forma de mediación. Teodoro y Neves (2011) describen la creación y exploración de modelos con representación visual del comportamiento de funciones y ecuaciones. Para el cálculo integral, una herramienta de este tipo puede relacionar una tasa variable, una aproximación por sumas y la evolución de la cantidad acumulada. Esta aplicación es una inferencia didáctica de la revisión, no un resultado probado por el artículo.

Czocher et al. (2025) analizan entrevistas de modelación con estudiantes universitarios de áreas STEM y desarrollan cuatro técnicas de visualización para examinar la distribución y la influencia del andamiaje



sobre competencias del ciclo de modelación. El aporte no consiste en una interfaz para enseñar integrales, sino en una forma de representar datos complejos sobre la acción docente. Su estudio muestra que el andamiaje puede analizarse por tipo, momento y posible relación con diferentes competencias, en vez de tratarse como una ayuda genérica.

Sekano et al. (2026) estudian las experiencias de 11 estudiantes de grado octavo en dos escuelas sudafricanas con aprendizaje cooperativo apoyado por tabletas. Los participantes asociaron la propuesta con mayor involucramiento, explicaciones entre pares y autonomía; al mismo tiempo, la conectividad inestable, las fallas de los dispositivos y la participación desigual limitaron su alcance. La muestra es pequeña y contextual, pero expone una condición que también afecta una secuencia de cálculo: el diseño tecnológico debe incluir roles, alternativas sin conexión y procedimientos para que la herramienta no concentre la actividad en un solo integrante.

Zúñiga et al. (2018) vinculan la resolución de problemas con pensamiento computacional y Wilensky (1991) examina las relaciones entre lo abstracto y lo concreto. Los registros disponibles son bibliográficos. Se los incluye para reconocer una línea histórica de representación computacional, sin atribuir resultados no contenidos en sus registros.

La robótica educativa ofrece un ejemplo de integración situada en ciencias y matemáticas. da Silva y da Silva (2026) describen una experiencia sobre las fitofisionomías del Cerrado con 69 estudiantes en la construcción inicial y 33 en el uso posterior de un libro interactivo; el análisis se concentra en seis estudiantes responsables de un módulo de síntesis. El trabajo articuló maquetas, programación de robots, videos, registros escritos y producciones gráficas. Sus resultados se refieren a la comprensión de la clasificación del bioma, no al cálculo integral. Su valor para la agenda CEEMA-CITEM-UA radica en mostrar que una tecnología puede integrarse con productos, lenguajes y datos diversos dentro de una investigación contextual, en lugar de funcionar como actividad independiente.

Inteligencia artificial: apoyo condicionado y riesgo de sustitución

La inteligencia artificial ocupa una proporción importante de los documentos recientes. Manto et al. (2026) revisan 54 estudios publicados entre 2017 y 2025. En su síntesis, las oportunidades de personalización, indagación y apoyo conceptual coexisten con dependencia, menor esfuerzo cognitivo, problemas de integridad, desigualdades de acceso, preparación docente insuficiente y limitaciones para



el razonamiento matemático profundo. Turmuzi et al. (2026), en una revisión de 20 estudios empíricos sobre ChatGPT, señalan que la retroalimentación inmediata y el apoyo personalizado son frecuentes, pero también registran limitaciones en problemas complejos -incluido el cálculo- y dependencia estudiantil. Estas revisiones no autorizan una conclusión causal sobre aprendizaje; sí justifican que la IA se use bajo criterios de contraste y autoría matemática.

El estudio de Kuzu (2026) complementa esa perspectiva desde el profesorado. En una muestra de 251 docentes de Türkiye, la alfabetización en inteligencia artificial fue superior al promedio y la ansiedad inferior; ambas variables se relacionaron de manera negativa, y el uso de tecnología en la enseñanza fue su predictor más fuerte. La investigación también identifica preocupaciones sobre pensamiento independiente, resolución de problemas y posible debilitamiento del rol docente. El artículo de Huincahue y Panqueban (2024) aparece en la selección como una revisión sistemática sobre inteligencia artificial en educación matemática, pero el registro no contiene su resumen; se conserva como referencia temática sin sumar hallazgos.

Los agentes enseñables estudiados bibliométricamente por Ikram et al. (2026) muestran un desplazamiento desde sistemas tutoriales hacia implementación, andamiaje, personalización e inteligencia artificial generativa. El corpus analizado por esos autores contiene 60 documentos y presenta colaboración internacional limitada. F. Zhu et al. (2026) analizan un curso de maestría en educación matemática que incorporó puntuación automática, recomendaciones personalizadas y retroalimentación de múltiples sistemas de IA. El diseño cuasiexperimental reporta mejoras en la formulación de objetivos instruccionales y propone el modelo D-T-E, centrado en demanda disciplinar, empoderamiento tecnológico y evaluación continua. El objeto de aprendizaje es el diseño instruccional, no el cálculo integral, pero el estudio refuerza la necesidad de subordinar la tecnología a una demanda disciplinar identificable.

W. Zhu et al. (2026) abordan la relación entre andamiaje preferido y desempeño en modelación apoyada por IA. Dado que el registro no contiene el resumen de este artículo, su título solo permite reconocer una advertencia: preferencia y aprendizaje no deben tratarse como equivalentes. No se atribuyen magnitudes ni mecanismos específicos.



La adaptación cultural y la infraestructura también condicionan la inteligencia artificial. Payadnya et al. (2025) combinan cuestionarios y entrevistas con 543 docentes de diez países del sudeste asiático. Los resultados varían entre países y destacan lengua, formas de aprendizaje, jerarquías, formación docente e infraestructura. El artículo no se puede extrapolar directamente a otro territorio, pero muestra que la apropiación de una herramienta depende de condiciones culturales y materiales. Una estrategia de cálculo en contextos reales debe incluir estas condiciones como variables de implementación.

Evaluación, concepciones docentes y formación

La evaluación de la modelación requiere criterios distintos de la corrección de un procedimiento aislado. Borromeo Ferri y Greefrath (2026) trabajaron con 33 docentes en formación; el grupo que recibió preparación sobre un esquema específico mejoró su capacidad para valorar soluciones de modelación. El resultado sugiere que evaluar supuestos, representaciones, interpretación y validación requiere formación específica.

Astudillo-Villalba et al. (2026) diseñan y validan el instrumento COPADMM para analizar concepciones y prácticas docentes sobre modelización matemática. El resumen informa cuatro factores, $CFI = 0,96$, $RMSEA = 0,058$ y confiabilidad $\alpha = 0,91$ y $\omega = 0,91$. Estos indicadores corresponden a la validación reportada por sus autores. El instrumento puede orientar la caracterización docente en una investigación posterior, pero su uso en otro nivel o contexto exige examinar pertinencia, adaptación y propiedades métricas en la nueva población.

Cunyarache Aniceto et al. (2026) analizan 124 docentes de educación superior mediante un diseño correlacional. Reportan que las herramientas digitales y las creencias docentes aportan significativamente a la planificación de la evaluación por competencias, aunque parte importante de la variabilidad se explica por otros factores. La asociación no demuestra causalidad. Tong et al. (2026), en un análisis bibliométrico de 224 publicaciones, encuentran una concentración en creencias, autoeficacia, motivación, formación y desarrollo profesional, junto con colaboración internacional limitada. Fanizzi y Santos (2026), mediante entrevistas a seis docentes de primaria, describen saberes profesionales situados y lógicas de acción que pueden ser analizadas colectivamente en formación continua. Los tres trabajos respaldan la conveniencia de estudiar la implementación docente, pero desde metodologías y escalas diferentes.



Justo et al. (2020) examinan documentos curriculares y literatura sobre evaluación en primaria brasileña. El resumen informa un desajuste entre concepciones orientadas a mejorar el aprendizaje y prácticas utilizadas principalmente para clasificación. Su presencia duplicada en la selección se corrigió en esta revisión. Van den Heuvel-Panhuizen (1996) aporta una obra sobre evaluación en educación matemática realista; su registro se utiliza para ubicar el enfoque y no para atribuir resultados no disponibles.

La inclusión obliga a considerar cómo se diversifican las tareas y los apoyos. Reis y Bulegon (2026), en un preprint con docentes de educación básica, encuentran que el uso de recursos tecnológicos se asocia con metodologías diversificadas y que persiste una brecha de formación sobre métodos específicos para estudiantes con trastorno del espectro autista. Los autores señalan la flexibilidad de la etnomatemática y la modelación para trabajar con contextos concretos. El estudio no evalúa una intervención de cálculo, pero sugiere que una estrategia tecnológica debe prever formas múltiples de representación, participación y comunicación.

Síntesis de estrategias y alcance de la evidencia

Tabla 3 Estrategias identificadas y relación con el cálculo integral

Estrategia	Evidencia contenida en el corpus	Posible función en cálculo integral	Límite principal
Problemas de contexto y educación matemática realista	Gravemeijer y Doorman (1999); Fajri et al. (2025); Filiz y Öztel (2026)	Construir la integral desde acumulaciones, representaciones discretas y matematización progresiva	Solo Gravemeijer y Doorman abordan cálculo; los demás estudios corresponden a otros niveles o contenidos
Aprendizaje basado en problemas	Amao Llaulli y Vicuña Parra (2026); Anwar et al. (2026)	Organizar investigaciones sobre fenómenos, datos y decisiones con duración suficiente	El efecto reportado corresponde a resolución de problemas en secundaria, no a cálculo integral
Modelación y simulación computacional	Teodoro y Neves (2011); Aksoy et al. (2026); Zúñiga et al. (2018)	Explorar tasas, acumulaciones, parámetros y sensibilidad del modelo	Evidencia indirecta y, en algunos casos, solo bibliográfica
Sistema algebraico computacional	Awang @ Salleh y Zakaria (2013)	Conectar representaciones y verificar cálculos de integral	Un estudio directo con información incompleta sobre muestra y efecto
Andamiaje y evaluación de modelación	Czocher et al. (2025); Borromeo Ferri y Greefrath (2026); Astudillo-Villalba et al. (2026)	Secuenciar ayudas y valorar supuestos, modelo, interpretación y validación	Estudios con objetos y poblaciones distintos del cálculo integral

Estrategia	Evidencia contenida en el corpus	Posible función en cálculo integral	Límite principal
Inteligencia artificial y agentes	Manto et al. (2026); Turmuzi et al. (2026); Ikram et al. (2026); Kuzu (2026)	Retroalimentar, comparar soluciones y analizar errores	Riesgo de dependencia, errores, pérdida de razonamiento e inequidad de acceso
Integración cultural y crítica	Payadnya et al. (2025); Rawat y Nagaraju (2026); Machado y Tamayo (2026); Skovsmose (2022)	Seleccionar fenómenos pertinentes y discutir efectos de los modelos	Transferibilidad contextual limitada y escasa evidencia específica de integral
Aprendizaje cooperativo con tecnología	Sekano et al. (2026)	Distribuir roles de modelación, verificación y comunicación	Muestra pequeña; conectividad y participación desigual

La tabla muestra que ninguna estrategia debería implementarse como receta. La educación matemática realista aporta una lógica de progresión; el aprendizaje basado en problemas aporta organización investigativa; la modelación aporta el ciclo de construcción y validación; la tecnología amplía las representaciones; y la evaluación permite observar procesos que no aparecen en una respuesta numérica. Su articulación constituye una hipótesis de diseño que el semillero puede someter a prueba.

Vacíos de investigación identificados

Escasez de estudios específicos sobre cálculo integral

El vacío más visible del corpus es disciplinar. Dos documentos abordan de forma directa un curso o tema de cálculo integral. La mayoría estudia educación matemática general, matemáticas escolares, formación docente, modelación o tecnologías. Esta observación se limita al corpus analizado y no equivale a afirmar que la literatura mundial carezca de más investigaciones. Sí demuestra que la selección disponible no basta para establecer qué estrategias producen comprensión conceptual, transferencia o retención en cálculo integral.

Faltan comparaciones entre secuencias centradas en técnicas y secuencias centradas en acumulación y modelación; análisis de las conexiones entre sumas, integral definida, antiderivada e interpretación; y evidencia sobre la capacidad de transferir el concepto a fenómenos nuevos. También faltan estudios que documenten los errores epistemológicos producidos cuando el estudiante calcula correctamente una integral, pero interpreta de manera equivocada la magnitud resultante.



Contextos reales sin ciclo completo de modelación

El corpus valora el contexto, la cultura y los problemas auténticos, pero ofrece poca evidencia directa sobre tareas de integral que recorran un ciclo completo: delimitación del fenómeno, selección de datos, definición de variables, formulación de supuestos, construcción de la integral, solución, interpretación y validación. Una actividad puede mencionar un río, un cultivo, una ruta o un consumo energético y seguir siendo un ejercicio cerrado si entrega todos los datos, la función y los límites.

Se requiere investigar qué decisiones deben quedar abiertas para que el contexto sea matemáticamente productivo y, al mismo tiempo, viable en el aula. También conviene estudiar cómo la familiaridad con la situación afecta la comprensión y cómo evitar la simplificación de prácticas culturales a un enunciado sin participación de sus actores. Los trabajos de Pinxten et al. (2013), Madusise (2015), Rawat y Nagaraju (2026) y Machado y Tamayo (2026) permiten formular estas preguntas, pero no las resuelven para cálculo integral.

Tecnología general frente a mediación específica del concepto

Los documentos recientes se ocupan con frecuencia de inteligencia artificial, agentes, tabletas, robótica o tecnologías inteligentes. Sin embargo, solo el estudio con Maple examina de forma directa cálculo integral. Se desconoce qué acciones tecnológicas favorecen específicamente la comprensión de acumulación, partición, límite, relación tasa-total o teorema fundamental, y cuáles se limitan a automatizar la antiderivación.

Esta diferencia debe ser objeto de análisis. Una herramienta puede mejorar la velocidad y empeorar la explicación; producir una gráfica y no conectarla con unidades; o generar una integral simbólica correcta para un modelo incorrecto. La agenda necesita indicadores de uso conceptual de la tecnología, no solo frecuencia de acceso, satisfacción o percepción de facilidad.

Validez de la retroalimentación generada por inteligencia artificial

Las revisiones de Manto et al. (2026) y Turmuzi et al. (2026) identifican problemas de razonamiento profundo, dependencia, integridad y exactitud. En cálculo integral, estos riesgos incluyen elegir límites inadecuados, omitir condiciones de una sustitución, confundir integral definida e indefinida, ignorar unidades o aceptar una interpretación no compatible con el fenómeno. El corpus no presenta una



intervención controlada que compare retroalimentación docente, retroalimentación automatizada y una modalidad híbrida en tareas auténticas de integral.

Es necesario diseñar protocolos en los que el estudiante deba auditar la respuesta de la herramienta, localizar el error, justificar una corrección y registrar qué evidencia utilizó. El aprendizaje no se mediría por la coincidencia con la salida, sino por la capacidad de evaluar su validez.

Formación docente y coherencia de la evaluación

Los resultados de Borromeo Ferri y Greefrath (2026), Astudillo-Villalba et al. (2026), Cunyarache Aniceto et al. (2026) y Justo et al. (2020) convergen en la necesidad de formación y criterios de evaluación. No se dispone, dentro del corpus, de estudios que analicen cómo un docente de cálculo aprende a diseñar, implementar y evaluar una tarea tecnológica de modelación integral, ni cómo sus creencias influyen en la cantidad de decisiones que entrega al estudiante.

La evaluación tradicional puede contradecir la intención de la propuesta si asigna casi todo el puntaje a la antiderivada y deja sin valoración los supuestos, unidades, interpretación y validación. Se requieren rúbricas que distingan contenido matemático, competencia de modelación, uso de tecnología y comunicación, sin confundir estas dimensiones.

Diversidad, infraestructura y transferibilidad

Sekano et al. (2026) y Payadnya et al. (2025) muestran que conectividad, acceso, lengua, cultura y organización de la participación modifican una experiencia tecnológica. Reis y Bulegon (2026) añaden una brecha de formación para la inclusión. En el corpus analizado no aparecen estudios específicos de cálculo integral desarrollados en contextos colombianos, amazónicos o rurales. Esta ausencia se formula como característica de la selección, no como afirmación sobre toda la producción disponible.

Una agenda situada debe incluir opciones de baja conectividad, formatos accesibles, trabajo cooperativo con responsabilidades claras y análisis de la relación entre el contexto propuesto y la experiencia de los participantes. También debe evitar atribuir a la tecnología diferencias que pueden proceder de prerrequisitos, acompañamiento docente o condiciones institucionales.

Diseños longitudinales, transferencia y explicación de mecanismos

El estudio directo con Maple dura cinco semanas y no informa seguimiento en el resumen. Varias investigaciones tecnológicas se concentran en percepción, experiencias o productos inmediatos. Hacen



falta mediciones posteriores, tareas de transferencia a contextos no practicados y análisis del proceso mediante el cual una representación tecnológica modifica el razonamiento.

Una mejora en el posttest no permite afirmar por sí sola que el estudiante comprende la integral. Es necesario examinar si puede explicar el significado del integrando y del diferencial, construir límites, comprobar unidades, estimar el orden de magnitud, detectar un modelo inadecuado y comunicar las limitaciones del resultado.

Sistematización crítica de la experiencia formativa CEEMA-CITEM-UA

Contexto, propósito y alcance del registro

El taller *El arte de integrar resolviendo problemas reales* se programó para el 30 de abril de 2026, de 3:00 a 6:00 p. m., en el Laboratorio Virtual de Matemáticas de la Universidad de la Amazonia, campus Florencia-Porvenir. La convocatoria se dirigió a estudiantes interesados en fortalecer competencias investigativas y la comprensión de la enseñanza de las matemáticas en contextos reales. La actividad se inscribió en el trabajo del Colectivo de educadores en educación matemática aplicada (CEEMA) y en su articulación con CITEM-UA.

La sistematización se apoya en el registro visual de la sesión y tiene un alcance descriptivo-analítico. Permite identificar contenidos, herramientas y acciones observables: presentación de la definición formal de integral, explicación de fracciones parciales, representación en GeoGebra, montaje de un circuito en protoboard y uso de instrumentos de medición. No permite reconstruir por sí sola la secuencia temporal completa, las consignas, las intervenciones verbales, la producción matemática individual ni los cambios de aprendizaje. En consecuencia, las fotografías se tratan como evidencia de implementación, no como prueba de eficacia.

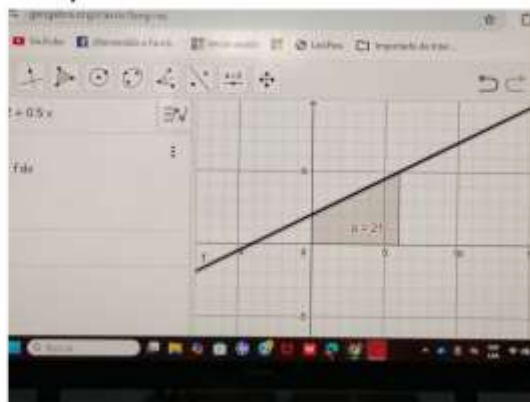


Figura 2. Componentes observables de la experiencia: formalización de la integral, exploración gráfica, medición eléctrica y tratamiento simbólico. Las imágenes seleccionadas no muestran rostros identificables; la publicación de cualquier otro registro debe someterse a autorización institucional y consentimiento informado.

A. Integral como acumulación



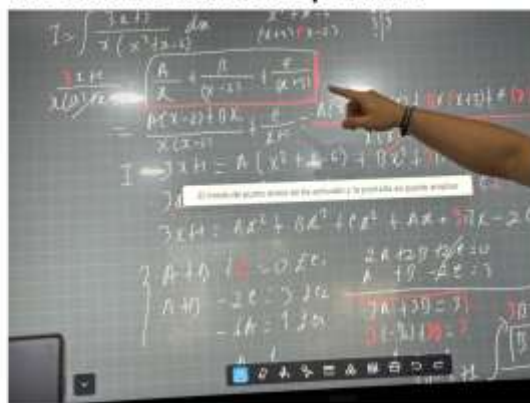
B. Exploración en GeoGebra



C. Montaje y medición eléctrica



D. Técnica de fracciones parciales



Coherencia matemática de los componentes observados

La presentación de la integral como límite de sumas constituye un punto de partida epistemológicamente consistente. Para una función integrable f en $[a, b]$, una formulación suficiente es

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i.$$

Esta expresión representa acumulación con signo. Si f toma valores negativos, la integral definida no coincide necesariamente con el área geométrica total; esta última requiere particionar el intervalo o integrar $|f|$. Además, si f expresa una tasa con unidades U/T y dx expresa tiempo T , el resultado tiene unidades U . El control de unidades no es un detalle final: permite comprobar si la integral puede representar la magnitud buscada.

En GeoGebra se observa la función $f(x) = 2 + 0,5x$ y el cálculo

$$\int_0^6 (2 + 0,5x) dx = 21.$$

El valor es matemáticamente correcto. Sin embargo, **21 no constituye todavía una conclusión aplicada**: para interpretarlo deben definirse la magnitud representada por f , la variable x , sus unidades, el sentido del intervalo $[0,6]$ y los supuestos que justifican una tasa lineal. Si, por ejemplo, f midiera litros por minuto y x minutos, el resultado sería 21 litros; sin esa definición solo se ha calculado un área algebraica bajo una gráfica.

La explicación de fracciones parciales aporta una técnica legítima para integrales racionales. Su relación con un contexto real no procede del método mismo, sino de un modelo que produzca una función racional y de la interpretación posterior del resultado. Presentar la técnica y el contexto en momentos separados puede ser útil, pero la secuencia debe explicitar el puente: qué fenómeno conduce al integrando, por qué se cumplen las condiciones algebraicas y qué representa cada término de la descomposición.

Del circuito eléctrico a una tarea auténtica de acumulación

El montaje en protoboard aporta materialidad, medición y posibilidad de contraste. No obstante, la ley de Ohm $V = IR$ es una relación algebraica instantánea y, por sí sola, no constituye una aplicación del cálculo integral. La integración aparece cuando se modela una cantidad acumulada a partir de una tasa variable. Dos posibilidades coherentes son la carga eléctrica y la energía:

$$Q(t_2) - Q(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt,$$

$$E(t_2) - E(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt, \quad P(t) = V(t)I(t).$$

Para convertir el montaje en una tarea de modelación se necesita registrar $I(t)$ o $V(t)$ en instantes definidos, declarar la resolución del instrumento, construir una tabla, estimar la acumulación mediante sumas, justificar la interpolación y comparar el resultado con una referencia o restricción física. Si la corriente se mide en amperios y el tiempo en segundos, la primera integral se expresa en culombios; si la potencia se mide en vatios, la segunda produce julios. Esta cadena de datos, representación, cálculo,



unidades y validación es la que transforma una práctica de laboratorio en una aplicación del cálculo integral.

Aprendizajes institucionales y límites de inferencia

La experiencia muestra una infraestructura prometedora: laboratorio, pantalla interactiva, software dinámico, instrumentos de medición y trabajo colaborativo. También revela una arquitectura didáctica potencial que va de la formalización a la exploración y al fenómeno. Su principal oportunidad de mejora consiste en hacer visible el trayecto inverso: partir de una pregunta del fenómeno, obtener o recibir datos, construir sumas, formular la integral, usar la tecnología para contrastar y regresar al fenómeno para validar.

No deben afirmarse mejoras en comprensión, motivación o competencias a partir de las imágenes. Para registrar la experiencia como investigación se requieren, como mínimo, consignas y materiales de la secuencia; datos de entrada; archivos de GeoGebra; soluciones y revisiones de los estudiantes; una prueba conceptual antes y después; una tarea de transferencia; una rúbrica de modelación; observaciones o entrevistas; y, si se busca retención, una medición diferida. Esta documentación permitiría pasar de una memoria de actividad a evidencia analizable sobre mecanismos de aprendizaje y condiciones de implementación.

Agenda de investigación para CEEMA-CITEM-UA

Propósito y pregunta central

A partir de la síntesis, se propone que CEEMA-CITEM-UA desarrolle y evalúe una estrategia didáctica de cálculo integral organizada alrededor de fenómenos auténticos de acumulación y mediada por herramientas de representación y simulación. La pregunta central puede formularse así:

¿Cómo incide una estrategia de modelación de fenómenos reales de acumulación, mediada por tecnologías digitales y acompañada por evaluación formativa, en la comprensión conceptual, la competencia de modelación y la capacidad de validación de estudiantes de cálculo integral?

Si el diseño no incluye asignación aleatoria o control suficiente de variables, el verbo «incide» deberá interpretarse como relación observada dentro de la intervención y no como causalidad demostrada. Una formulación más prudente para un estudio basado en diseño sería: **¿cómo evoluciona la comprensión y qué mecanismos de aprendizaje se observan durante las iteraciones de la estrategia?**



Arquitectura didáctica propuesta

La estrategia puede organizarse en seis fases articuladas. Esta arquitectura es una propuesta derivada de la revisión y debe validarse empíricamente.

- **Delimitación del fenómeno y de la pregunta.** Los estudiantes reconocen qué cantidad cambia, qué total se desea estimar y por qué el resultado es relevante. El contexto debe permitir decisiones, no limitarse a ambientar un algoritmo.
- **Datos, variables, unidades y supuestos.** Se identifican fuentes de datos incluidas en la actividad, intervalos, precisión, restricciones y relaciones plausibles. Los estudiantes explicitan qué información falta y qué simplificaciones adoptan.
- **Acumulación discreta y estimación.** Antes de formalizar la integral, se construyen tablas, particiones y sumas. Se comparan aproximaciones y se analiza el efecto del tamaño de los intervalos.
- **Formalización integral.** El modelo discreto se expresa como integral definida. Se justifican integrando, diferencial, límites y unidades. Cuando se utilizan técnicas de integración, su elección se relaciona con la estructura del modelo.
- **Exploración tecnológica y sensibilidad.** Una herramienta como Maple, Modellus u otro entorno de representación permite contrastar métodos, variar parámetros y observar cómo cambia el total. Si se usa inteligencia artificial, la secuencia exige auditar la respuesta y documentar su corrección.
- **Validación, comunicación y revisión.** El resultado se compara con estimaciones, datos o restricciones del fenómeno. Se revisan supuestos, se comunican limitaciones y se propone una mejora del modelo.

La secuencia conserva el aporte de la educación matemática realista de Gravemeijer y Doorman (1999), la mediación computacional de Teodoro y Neves (2011), la evidencia directa con software de Awang, Salleh y Zakaria (2013) y las advertencias sobre inteligencia artificial de Manto et al. (2026) y Turmuzi et al. (2026). También incorpora el análisis del andamiaje de Czoher et al. (2025) y la necesidad de criterios de evaluación explícitos señalada por Borromeo Ferri y Greefrath (2026).



Líneas posibles de aplicación

Los fenómenos deberán seleccionarse con participación de docentes y, cuando corresponda, de actores relacionados con el contexto. Sin convertirlos en prescripciones, pueden considerarse problemas de cantidad acumulada a partir de una tasa: consumo de agua o energía durante un periodo; caudal y volumen; precipitación acumulada; crecimiento o producción bajo una tasa variable; distancia recorrida a partir de velocidad; trabajo realizado por una fuerza variable; o costo total a partir de una función marginal. La pertinencia de cada situación depende de los datos disponibles, el nivel del curso y la relación real con el entorno de los estudiantes.

No todas las tareas deben usar datos abiertos o mediciones de campo. Algunas pueden trabajar con conjuntos de datos proporcionados, siempre que se explicite su función y se conserve la validación. La comparación entre tareas con datos medidos, datos proporcionados y datos simulados puede constituir una línea de investigación sobre autenticidad y carga cognitiva.

Diseño metodológico sugerido

Una investigación basada en diseño permitiría realizar ciclos de preparación, implementación, análisis y ajuste. Esta opción es coherente con la tradición de desarrollo educativo representada por Gravemeijer (1994) y con el rediseño iterativo observado en Filiz y Öztel (2026). Puede combinarse con métodos cuantitativos y cualitativos, siempre que cada componente responda a una pregunta definida y que la integración de evidencias se planifique desde el diseño.

En una primera iteración, un estudio de caso de aula permitiría identificar estrategias, errores y decisiones tecnológicas. En iteraciones posteriores, un diseño cuasiexperimental podría comparar la propuesta con otra secuencia, controlando conocimientos previos y tiempo de instrucción. Si no existe asignación aleatoria, las conclusiones deberán reconocer sesgos de selección y diferencias iniciales.

La muestra debe describirse por nivel, curso, formación previa, acceso tecnológico y contexto institucional. El análisis no debería tratar como equivalentes a estudiantes de secundaria, formación docente y primeros cursos universitarios, pues el corpus muestra una mezcla de poblaciones cuyas demandas conceptuales son distintas.



Dimensiones e instrumentos

Tabla 4 Dimensiones propuestas para evaluar la estrategia

Dimensión	Indicadores observables	Evidencia posible
Comprensión de acumulación	Relaciona tasa y total; explica partición y aproximación; interpreta la integral definida	Prueba conceptual, explicación escrita, entrevista clínica
Construcción del modelo	Define variables, unidades, límites y supuestos; justifica el integrando	Tarea de desempeño y rúbrica de modelación
Procedimiento matemático	Selecciona y ejecuta un método; comprueba el resultado por una vía alternativa	Solución escrita y registro de cálculo
Validación	Estima orden de magnitud; contrasta con datos o restricciones; revisa supuestos	Informe breve, discusión y versión corregida del modelo
Uso de tecnología	Conecta representaciones; interpreta salidas; identifica errores de la herramienta	Registro de pantalla o acciones, protocolo de auditoría, portafolio
Transferencia	Aplica el concepto en un fenómeno nuevo sin reproducir una plantilla	Tarea diferida y problema de transferencia
Práctica docente	Diseña andamiajes, distribuye decisiones y evalúa procesos además de respuestas	Observación, entrevista docente y adaptación contextual del COPADMM

El COPADMM de Astudillo-Villalba et al. (2026) puede considerarse para caracterizar concepciones y prácticas de modelación, pero no debe adoptarse sin revisar su correspondencia con el nivel educativo y la enseñanza de cálculo. La evaluación de soluciones puede inspirarse en la necesidad de formación específica observada por Borromeo Ferri y Greefrath (2026). Los registros de interacción con la tecnología deben analizar acciones matemáticas, no solo número de clics o tiempo de uso.

Criterios para el uso de inteligencia artificial

Si la estrategia incluye inteligencia artificial, se proponen cinco condiciones: conservar una solución inicial del estudiante; registrar la consulta realizada; contrastar la respuesta con unidades, gráfica y estimación; identificar al menos una limitación o supuesto de la salida; y producir una solución final cuya justificación sea independiente de la autoridad de la herramienta. Estas condiciones responden a los riesgos señalados por Manto et al. (2026), Turmuzi et al. (2026) y Kuzu (2026).

La evaluación debe diferenciar entre recibir una respuesta, corregirla y comprenderla. También conviene comparar modalidades: sin inteligencia artificial, con retroalimentación automatizada y con



retroalimentación híbrida mediada por el docente. Cualquier diferencia deberá interpretarse junto con conocimientos previos, tipo de tarea, calidad de las consultas y acceso a la herramienta.

Formación y acompañamiento docente

La estrategia requiere que el docente pueda reconocer soluciones no previstas, evaluar modelos aproximados y decidir cuándo intervenir. La formación debería incluir resolución previa de las tareas, análisis de respuestas estudiantiles, discusión de rúbricas, diseño de preguntas de andamiaje y auditoría de resultados tecnológicos. Las creencias sobre evaluación y tecnología pueden caracterizarse sin tratarlas como causas únicas, en consonancia con Cunyarache Aniceto et al. (2026) y Tong et al. (2026). La organización de comunidades de diseño dentro de CEEMA-CITEM-UA permitiría documentar decisiones y ajustes entre iteraciones. El trabajo de Fanizzi y Santos (2026) respalda la atención a saberes profesionales situados, mientras que Justo et al. (2020) advierten sobre la distancia que puede existir entre una concepción formativa de evaluación y la práctica clasificatoria. Por ello, la formación debe incluir el análisis de instrumentos reales, no solo la presentación de principios.

DISCUSIÓN

La revisión permite sostener una orientación, pero no una receta validada. La evidencia directa sobre cálculo integral es demasiado limitada para afirmar que una combinación específica de contexto y tecnología garantiza mejores resultados. El estudio con Maple aporta un antecedente empírico favorable, aunque su resumen no permite estimar la magnitud ni la estabilidad del efecto. El trabajo de Gravemeijer y Doorman ofrece una fundamentación de diseño, no una prueba comparativa. Los demás documentos contribuyen mediante analogías controladas: muestran cómo pueden organizarse problemas, modelación, andamiaje, evaluación, cooperación, cultura y tecnología en otros ámbitos de la educación matemática.

La principal decisión epistemológica consiste en evitar que el contexto y la tecnología funcionen como capas independientes. Si el contexto se usa solo para introducir el problema y la tecnología solo para obtener el resultado, el núcleo de la actividad sigue siendo algorítmico. Una articulación más coherente exige que el fenómeno determine las cantidades y restricciones, que la integral responda a una acumulación identificable, que la herramienta permita explorar o contrastar el modelo y que la validación regrese al contexto.



Esta articulación también permite tratar el error de manera productiva. Un resultado numérico puede ser formalmente correcto y contextualmente imposible; una gráfica puede mostrar una forma plausible y provenir de límites incorrectos; una respuesta de inteligencia artificial puede integrar bien una función que no representa la situación. La evaluación debe capturar estas diferencias. La revisión de Lessing y Ogbonnaya (2026) recuerda que el razonamiento y la justificación requieren enseñanza explícita, mientras que los estudios de modelación y evaluación indican que el docente necesita herramientas para valorar procesos diversos.

La agenda para CEEMA-CITEM-UA tiene un campo definido: producir evidencia específica sobre cálculo integral aplicado, en lugar de asumir que los resultados generales de educación matemática son suficientes. Su contribución potencial no depende de añadir una tecnología reciente, sino de documentar cómo los estudiantes construyen, representan, resuelven, interpretan y validan una integral en una situación reconocible. El diseño debe informar tanto los logros como las dificultades, las condiciones de implementación y los casos en que la mediación tecnológica no aporta o genera nuevas confusiones. La experiencia formativa sistematizada materializa esta tensión. La definición formal, GeoGebra, las técnicas de integración y el circuito constituyen recursos compatibles con una propuesta aplicada, pero su coexistencia no garantiza articulación. El criterio decisivo es si el estudiante puede recorrer y justificar la cadena fenómeno-datos-suma- integral-salida tecnológica-validación. El registro disponible confirma la presencia de componentes de esa cadena; no permite afirmar que los participantes la reconstruyeran ni que transfirieran el aprendizaje.

Las limitaciones de esta revisión son sustantivas. El corpus procede de un historial bibliográfico cerrado y no de una búsqueda nueva ejecutada por los autores. En dos historiales de Scopus no se conservó la cadena textual completa. Diecinueve de las 50 publicaciones carecen de resumen, las etiquetas de procedencia no se verificaron externamente y algunos metadatos son incompletos. La concentración en 2025 y 2026 puede sobrerrepresentar inteligencia artificial y estudios bibliométricos. Tampoco fue posible valorar el riesgo de sesgo de todas las publicaciones sin sus textos completos. Estas condiciones limitan la exhaustividad y la fuerza de la inferencia; la auditoría, a cambio, hace explícito cuándo una afirmación procede de resultados disponibles y cuándo corresponde a una transferencia teórica o a una hipótesis de diseño.



CONCLUSIONES

El corpus seleccionado ofrece una base pertinente para formular una agenda de investigación, pero una base empírica todavía limitada para decidir qué estrategia es más eficaz en cálculo integral. La educación matemática realista y la modelación aportan la relación más clara entre contexto, representación y formalización. El aprendizaje basado en problemas sugiere que la duración, la autenticidad y la colaboración importan. La simulación y los sistemas algebraicos amplían la exploración, mientras que la inteligencia artificial exige verificación, mediación docente y criterios de autoría matemática. La evaluación debe incluir supuestos, unidades, interpretación y validación, además del procedimiento.

El vacío central no es la ausencia de tecnologías, sino la escasez de estudios que conecten una tecnología con mecanismos conceptuales propios de la integral y con un ciclo completo de modelación. Para atenderlo, CEEMA-CITEM-UA puede desarrollar secuencias que comiencen en fenómenos de acumulación, pasen por aproximaciones discretas y formalización integral, y culminen en simulación, contraste y comunicación de límites. La investigación deberá distinguir evidencia directa, transferencia desde otros contenidos e inferencias de diseño; medir comprensión y validación, no solo rendimiento inmediato; y describir las condiciones culturales, tecnológicas e institucionales de la intervención.

Una estrategia de este tipo será consistente si el estudiante puede explicar qué se acumula, por qué la integral representa esa acumulación, cómo la tecnología contribuye a examinar el modelo y bajo qué condiciones el resultado puede considerarse válido. Esa capacidad, y no la mera obtención de una antiderivada o de una salida digital, constituye el criterio principal para evaluar el aprendizaje aplicado del cálculo integral.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aksoy, B. D., Mumcu, F. K., & Günhan, B. C. (2026). Unveiling the nexus: Computational thinking and mathematical modelling in K-12 education - A teacher-centric exploration. *Thinking Skills and Creativity*, 60, 102049. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.102049>
- Amao Llaulli, W. L., & Vicuña Parra, J. R. (2026). Impacto del aprendizaje basado en problemas en matemáticas de secundaria: Revisión sistemática y meta-análisis. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 10(41), 554-571. <https://doi.org/10.33996/REVISTAHORIZONTES.V10I41.1224>



- Anwar, L., Sa'dijah, C., Cahyowati, E. T. D., & Zahroh, I. E. P. (2026). Critical thinking in mathematics education: A PRISMA-based systematic review. *Social Sciences & Humanities Open*, 14, 103284. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2026.103284>
- Artigue, M. (2021). Mathematics education research at university level: Achievements and challenges (pp. 2-21). Routledge. <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9780429346859-3/mathematics-education-research-university-level-mich%C3%A8le-artigue>
- Astudillo-Villalba, F. R., González-Lara, C. A., & Nin-Valenzuela, R. A. (2026). Diseño y validación de un instrumento para analizar las concepciones y prácticas de los docentes sobre la modelación matemática. *Espacios*, 47(1), 121-133. <https://doi.org/10.48082/ESPACIOS-A26V47N01I10>
- Awang @ Salleh, T. S., & Zakaria, E. (2013). Enhancing students' understanding in integral calculus through the integration of Maple in learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 102, 204-211. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.734>
- Borromeo Ferri, R., & Greefrath, G. (2026). Pre-service teachers' assessment competence for grading students' solutions of mathematical modelling problems. *Teaching and Teacher Education*, 169, 105281. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2025.105281>
- Cunyarache Aniceto, C., Lazo Eche, E. R., Jimenez Vilcherrez, J. K., & Velasquez Fernandez, F. M. (2026). Digital tools and belief systems: Predictors of competency-based assessment in higher mathematics education. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 30(130), 56-65. <https://doi.org/10.47460/UCT.V30I130.1033>
- Czocher, J. A., White, A., Kularajan, S. S., Roan, E., & Baas, A. (2025). Quantizing and visualizing the influence of scaffolding moves on mathematical modeling competencies. *Methods in Psychology*, 13, 100210. <https://doi.org/10.1016/j.metip.2025.100210>
- da Silva, W. S., & da Silva, M. R. (2026). Ensino de Ciências, Educação Matemática inventiva e Robótica Educacional: Compreensões produzidas por estudantes em uma experiência de síntese investigativa com um livro interativo sobre as fitofisionomias do Cerrado [Preprint]. *SciELO Preprints*. <https://doi.org/10.1590/SCIELOPREPRINTS.17257>
- Dede, Y., & Taşpinar Şener, Z. (2021). Mathematical modeling from the eyes of preservice teachers. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 24(2).



<https://www.redalyc.org/journal/335/33572629002/33572629002.pdf>

Ernest, P. (2003). *Mathematics education and philosophy: An international perspective*.

<https://books.google.com/books?id=6D2iEAAQBAJ>

Fajri, H. M., Marini, A., & Suyono. (2025). Trends and patterns in realistic mathematics education research in elementary schools: A bibliometric approach. *Social Sciences & Humanities Open*, 12, 101730. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.101730>

Fanizzi, S., & Santos, V. D. M. (2026). Sociologia pragmática e trabalho docente: Um estudo sobre as lógicas de ação utilizadas por professoras que ensinam matemática no enfrentamento de situações cotidianas da profissão [Preprint]. *SciELO Preprints*.

<https://doi.org/10.1590/SCIELOPREPRINTS.15515>

Farfán-Márquez, R. M., Rodríguez-Muñoz, C., & Simón-Ramos, M. G. (2022). Towards gender transversality in mathematics education. *Revista Colombiana de Educación*, 86.

<https://www.redalyc.org/journal/4136/413674340012/413674340012.pdf>

Filiz, T., & Öztel, N. Ç. (2026). Strategy instruction integrated with realistic mathematics education: A design-based research on teaching word problem solving to students with learning disabilities. *Thinking Skills and Creativity*, 61, 102203. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2026.102203>

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5).

<https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/25/5/article-p443.xml>

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3), 111-129.

<https://doi.org/10.1023/A:1003749919816>

Hatano, G. (2020). A conception of knowledge acquisition and its implications for mathematics education. In *Theories of mathematical learning* (pp. 143-160). Routledge.

<https://doi.org/10.4324/9780203053126-14>

Huincahue, J., & Panqueban, D. (2024). Artificial intelligence in mathematics education: A systematic review. *Uniciencia*, 38(1).

<https://www.redalyc.org/journal/4759/475981034014/475981034014.pdf>



- Huf, S. F., Burak, D., & Pinheiro, N. A. M. (2020). Modelagem matemática na educação básica: Um olhar para o currículo. *Educação Matemática Debate*, 4.
<https://www.redalyc.org/journal/6001/600162805036/600162805036.pdf>
- Ikram, F. Z., Kusnandi, Maknun, C. L. L., Widyastuti, Silitonga, R. H. Y., Jalal, A., Tupamahu, P. Z., & Ernawati. (2026). Mapping research on teachable agents in mathematics education: A bibliometric analysis of trends, themes, and emerging directions. *Social Sciences & Humanities Open*, 14, 103333. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2026.103333>
- Jankvist, U. T. (2009). On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(1).
<https://www.redalyc.org/pdf/335/33512104.pdf>
- Justo, J. C. R., Becher, E. L., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (2020). Assessment in primary school mathematics education in Brazil. *Educação em Revista*, 36.
<https://doi.org/10.1590/0102-4698212670>
- Kale, U., & Selmer, S. (2013). Teaching mathematics through problem solving. *Innovación Educativa*, 13(62). <https://www.redalyc.org/pdf/1794/179429882004.pdf>
- Kilpatrick, J. (2020). History of research in mathematics education. In *Encyclopedia of mathematics education*. Springer. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-030-15789-0_71.pdf
- Kuzu, Ç. İ. (2026). Mathematics teachers' AI literacy, anxiety, and perceptions of AI integration in mathematics education: A mixed-methods study. *BMC Psychology*, 14(1), 42.
<https://doi.org/10.1186/s40359-025-03836-0>
- Lessing, M. J., & Ogonnaya, U. I. (2026). Reasoning and proof in mathematics education: A systematic literature review. *Discover Education*, 5(1), 31. <https://doi.org/10.1007/s44217-025-01016-1>
- Luwel, K., Torbeyns, J., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2007). Developing adaptive expertise: A feasible and valuable goal for (elementary) mathematics education? *Ciencias Psicológicas*, 1(1). <https://www.redalyc.org/pdf/4595/459545423004.pdf>
- Machado, R., & Tamayo, C. (2026). Ficções de um pesquisar no Jequitinhonha: Quando uma mulher de barro se confunde com uma moringa de carne e ossos [Preprint]. *SciELO Preprints*.
<https://doi.org/10.1590/SCIELOPREPRINTS.15001>



- Madusise, S. (2015). Cultural villages as contexts for mediating culture and mathematics education in the South African curriculum. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2).
<https://www.redalyc.org/pdf/2740/274041586002.pdf>
- Manto, A., Visitacion, M. A., Yee, A. M., Roble, J., Capuyan, S. N., Hermoso, F., Milano, M. L., Gonzales, R., Hallarte, D. K., & Gonzales, G. (2026). AI integration in mathematics education: A systematic review of implementation challenges and pedagogical implications (2017-2025). *Social Sciences & Humanities Open*, 14, 103147. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2026.103147>
- Payadnya, I. P. A. A., Putri, G. A. M. A., Suwija, I. K., Saelee, S., & Jayantika, I. G. A. N. T. (2025). Cultural integration in AI-enhanced mathematics education: Insights from Southeast Asian educators. *Journal for Multicultural Education*, 19(1), 58-72. <https://doi.org/10.1108/JME-09-2024-0119>
- Pinxten, R., Mesquita, M., & François, K. (2013). How anthropology can contribute to mathematics education. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(1).
<https://www.redalyc.org/pdf/2740/274025755001.pdf>
- Pozo Valdiviezo, E., Tenelanda Cudco, S. E., Dávalos Villegas, M. X., & Ávila Gaibor, G. J. (2026). Explainable models for identifying difficulties in university mathematics: Analysis of the MathE dataset. *Athenea*, 7(23), 66. <https://doi.org/10.47460/ATHENEA.V7I23.134>
- Rawat, V. K., & Nagaraju, M. T. V. (2026). A bibliometric analysis of research trends in ethnomathematics using the Scopus database. *Discover Education*, 5(1), 332.
<https://doi.org/10.1007/s44217-026-01307-1>
- Reis, J. R. S. S., & Bulegon, A. M. (2026). Metodologias de ensino da matemática e metodologias específicas para ensino de indivíduos com TEA: Um estudo com professores da educação básica [Preprint]. *SciELO Preprints*. <https://doi.org/10.1590/SCIELOPREPRINTS.14917>
- Sekano, G. K., Laubscher, D., & Bailey, R. (2026). Navigating the digital age: Insights from Grade 8 mathematics learners on using technology-supported cooperative learning. *South African Journal of Education*, 46(2). <https://doi.org/10.15700/SAJE.V46N2A2614>
- Skovsmose, O. (2022). Concerns of critical mathematics education and of ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, 86.



<https://www.redalyc.org/journal/4136/413674340017/413674340017.pdf>

- Stapleton, D. (2024). Integration for advanced calculus models. In *Advanced calculus for mathematical modeling in engineering and physics* (pp. 425-551). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-443-22289-4.00010-9>
- Steiner, H. G. (1985). Theory of mathematics education (TME): An introduction. *For the Learning of Mathematics*. <https://www.jstor.org/stable/40247775>
- Teodoro, V. D., & Neves, R. G. (2011). Mathematical modelling in science and mathematics education. *Computer Physics Communications*, 182(1), 8-10. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2010.05.021>
- Tong, D. H., Trinh, T. P. T., Nguyen, T. T., Triet, L. V. M., Uyen, B. P., Phuong, N. T., & Chairat, S. (2026). Teachers' beliefs and attitudes towards teaching and learning mathematics: A bibliometric analysis in Scopus database (1991-2024). *Discover Education*, 5(1), 48. <https://doi.org/10.1007/s44217-025-01058-5>
- Turmuzi, M., Azmi, S., & Kertiyan, N. M. I. (2026). ChatGPT in school mathematics education: A systematic review of opportunities, challenges, and pedagogical implications. *Teaching and Teacher Education*, 170, 105286. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2025.105286>
- Uhrich, G. M., Pierini, S. E., & Presa, C. (2026). Contributions of problem solving in mathematics to a critical environmental education formation at the secondary level. *Praxis Educativa*, 30(1), 1-26. <https://doi.org/10.19137/PRAXISEDUCATIVA-2026-300108>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. <https://dspace.library.uu.nl/items/8d60510f-79b8-40a9-beb4-aa84fe6f976a>
- Wilensky, U. (1991). *Abstract meditations on the concrete and concrete implications for mathematics education* [Manuscript]. http://ccl.northwestern.edu/1997_prior/Wilensky_AbstractMeditations.pdf
- Zhu, F., Liang, Q., Mao, Z., & Wang, Y. (2026). Improving instructional design proficiency of master's students in mathematics education through intelligent educational technologies. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 10, 100597. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2026.100597>



- Zhu, W., Yang, Y., & Yang, Y. (2026). Preferred scaffolding does not lead to better learning performance: Empirical evidence from AI-supported mathematical modelling. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 100669. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2026.100669>
- Zúñiga, M. E., Rosas, M. V., Guerrero, R. A., & Fernández, J. M. (2018). Experiences in learning problem-solving through computational thinking. *Journal of Computer Science and Technology*, 18(2). <https://www.redalyc.org/journal/6380/638067787003/638067787003.pdf>

