Ciencia Latina
Revista Multidisciplinar

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4664

Desarrollo del pensamiento geométrico a través de una secuencia didáctica apoyada con el uso de la herramienta GeoGebra

Ana Alexandra Collazos Delgado
aacollazosd@educacionbogota.edu.co
https://orcid.org/0000-0002-5426-7435

Yaider Mauricio González Rincón
ymgonzalezr@educacionbogota.edu.co
https://orcid.org/0000-0003-2337-2424

María Nelva Monroy Fonseca
maría.monroy@uptc.edu.co
https://orcid.org/0000-0002-1127-5566
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
Tunja – Colombia

RESUMEN

El artículo da cuenta del diseño de una secuencia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de cuarto grado. Se creó y analizó una prueba diagnóstica a través de los niveles de pensamiento geométrico propuestos por Van Hiele, luego, se categorizaron diferentes investigaciones, para analizar sus resultados en el uso de las herramientas tecnológicas en el aula al enseñar geometría; por último, se diseñó una secuencia didáctica por medio del software GeoGebra, para tratar temas como: los elementos de la geometría euclidiana, la descripción y representación de objetos bidimensionales tales como; polígonos y ángulos, y las relaciones y definiciones entre sus elementos. La metodología utilizada para el desarrollo de la investigación se presentó bajo un enfoque mixto, enmarcado en el método investigación acción (Sandoval, 2002). De acuerdo con los resultados obtenidos se concluyó, que el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas puede ayudar a mejorar aspectos actitudinales, y motivacionales, cambiando la percepción hacia las clases, obteniendo buenos resultados académicos y promoviendo el desarrollo del pensamiento geométrico; además, el uso del software GeoGebra es una herramienta con grandes características que puede ser utilizada desde los niveles iniciales de la educación, siempre y cuando exista una adecuada apropiación de esta herramienta por parte del docente.

Palabras clave: *geometría; geogebra; pensamiento geométrico; secuencia didáctica.*

Correspondencia: aacollazosd@educacionbogota.edu.co
Artículo recibido 17 diciembre 2022 Aceptado para publicación: 17 enero 2023
Conflictos de Interés: Ninguna que declarar
Todo el contenido de **Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar**, publicados en este sitio están disponibles bajo Licencia Creative Commons (cc) BY.
Cómo citarCollazos Delgado, A. A., González Rincón , Y. M., & María Nelva Monroy Fonseca , M. N. M. F. (2023). Desarrollo del pensamiento geométrico a través de una secuencia didáctica apoyada con el uso de la herramienta GeoGebra. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 7(1), 3433-3459. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4664

Development of geometric thinking through a didactic sequence supported with the use of the GeoGebra tool

ABSTRACT

The article realize of the design of a didactic sequence mediated by the GeoGebra software to strengthen the development of geometric thinking in fourth-grade students. A diagnostic test was created and analyzed through the levels of geometric thinking proposed by Van Hiele, Later, different investigations were categorized to analyze their results in the use of technological tools in the classroom, when teaching geometry; Finally, a didactic sequence was designed using the GeoGebra software, to deal with topics such as: the elements of Euclidean geometry, the description and representation of two-dimensional objects such as; polygons and angles, and the relationships and definitions between their elements. The methodology used for the development of the research was presented under a mixed approach, framed in the action research method (Sandoval, 2002). According to the results obtained it was concluded that the use of ICT in the teaching of mathematics can help improve attitudinal and motivational aspect aspects in the teaching of mathematics, changing the perception towards the classes, obtaining good academic results and promoting the development of geometric thinking; also, the GeoGebra software is a tool with great characteristics that can be used from the initial levels of education, as long as there is adequate appropriation of this tool by the teacher.

Keywords: *geometry; geogebra; geometric thinking; didactic sequence.*

INTRODUCCIÓN

Esta investigación presentó una estrategia a través del diseño de una secuencia didáctica mediada por las TIC para fortalecer el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Distrital Compartir Recuerdo, fue viabilizado por la vicerrectoría de investigaciones y extensión (VIE) de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, producto del proyecto de investigación con código SGI 2792.

1. Descripción del problema

A lo largo del tiempo las matemáticas y en especial la geometría, han tenido como propósito la observación de las características del entorno, convirtiéndose en elementos cruciales en el desarrollo del pensamiento y en las habilidades cognitivas que permiten al individuo una mejor comprensión del mundo que lo rodea, además de una contribución al desarrollo de habilidades sociales.

En el ámbito colombiano, es indispensable replantear las prácticas educativas que permitan desarrollar en los educandos habilidades matemáticas necesarias para entender su relación con el mundo. De acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2019) en el informe del programa internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe PISA 2018, en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias naturales, muestra a Colombia en un lugar poco privilegiado en comparación con buena parte de los 37 países participantes en la prueba. En el área de matemáticas se muestran avances significativos, sin embargo, el rendimiento es insuficiente al momento de interiorizar y utilizar las matemáticas en contexto. Por esto, es importante que, desde los niveles de educación inicial, se empiece a relacionar los contenidos curriculares con el entorno de los estudiantes; este acercamiento se puede realizar desde el estudio de la geometría.

Es importante señalar que el estudio de la geometría no debe centrarse únicamente en que el estudiante observe las figuras geométricas en el papel y trate de encontrar sus propiedades a partir de allí, es necesario encontrar relaciones de esta con el entorno próximo del estudiante, es indispensable que él descubra, que el mundo que lo rodea está lleno de representaciones geométricas. Sin embargo, es visto que en algunas de las escuelas se da prelación a la enseñanza de la aritmética dejando la geometría en un segundo plano, debido a esto, se ha observado que en el Colegio Compartir Recuerdo IED

los estudiantes de grado cuarto presentan grandes deficiencias en el pensamiento geométrico.

Dichas deficiencias se evidencian en los resultados de las pruebas saber (Ministerio de Educación, 2018), las cuales muestran bajos puntajes en los temas abordados en el presente estudio, como lo son: la descripción y representación de objetos bidimensionales, las relaciones entre sus elementos (lados, vértices y ángulos) y la identificación de transformaciones en el plano realizadas a figuras planas (rotación, traslación, simetría y homotecia). El no abordar estos temas con la suficiente rigurosidad, origina dificultades relacionadas con las habilidades geométricas descritas por Duval (citado en Diaz, Rodríguez y Lingán, 2018); construir, razonar y visualizar. Además, los malos resultados promueven la desmotivación y desinterés por parte de los estudiantes hacia la geometría.

Por otro lado, se observa en los estudiantes de grado cuarto de la institución, una actitud diferente en el área de informática con respecto a las demás asignaturas; se les observa motivados, dispuestos a aprender y afrontar los retos de la clase. Estas actitudes favorables se presentan gracias a la gran interacción que tienen con las herramientas tecnológicas en el proceso de aprendizaje, lo que no ocurre en el área de geometría, donde el comportamiento es completamente distinto; en algunas ocasiones se muestran poco receptivos, apáticos e indiferentes, pues la metodología de clase solo permite la memorización de conceptos que les servirá únicamente para superar una prueba y obtener una nota, promoviendo así, el aprendizaje no significativo (Ausubel, 1973).

Actualmente, la presencia de las TIC es beneficiosa en la educación, puesto que estimula el proceso de enseñanza-aprendizaje, además, el uso de estas abre diversas posibilidades dentro de las estrategias educativas que incentivan y refuerzan el conocimiento. Es evidente que esta presencia, por sí sola, no garantiza la calidad de la enseñanza y no resuelve los problemas que se pueden presentar. Para esto, es necesario que el docente domine el tema e incite a los estudiantes al aprendizaje. (Alarcón et al., 2012).

Por su parte Vargas, et al. (2020) afirman que, gracias a las TIC, los estudiantes aprenden de forma autónoma y logran enriquecer su conocimiento a través de la experimentación simulada.

A partir de lo anterior surge la necesidad de reconocer más relaciones entre las tecnologías de la información, la geometría y la capacidad de aprehensión de contenidos

del pensamiento geométrico, obteniendo la siguiente pregunta de investigación. ¿Cómo a partir del uso del software GeoGebra se pueden potencializar los niveles de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes?

1.1. Objetivos

1.1.1. General

- Diseñar una secuencia didáctica con el uso del software GeoGebra, de acuerdo con los temas establecidos en el pensamiento espacial y sistemas geométricos de los estándares básicos de competencias en matemáticas, específicamente en objetos bidimensionales, para los estudiantes de grado cuarto del colegio Compartir Recuerdo.

1.1.2. Específicos

- Realizar un diagnóstico del rendimiento académico de los estudiantes de cuarto grado del colegio Compartir Recuerdo I.E.D en el área de geometría.
- Seleccionar diferentes investigaciones nacionales e internacionales, relacionadas con el desarrollo del pensamiento geométrico y el uso del software GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Analizar los resultados de las investigaciones por medio de una comparación documentada orientada a mostrar las fortalezas y dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la geometría y el desarrollo del pensamiento geométrico con respecto a la didáctica, el uso de las TIC y específicamente el software GeoGebra.

2. Antecedentes

A continuación, se relacionan algunas investigaciones que sirvieron de fundamento para este estudio (ver Tabla 1); divididas en internacionales y nacionales, y categorizadas de la siguiente forma: Uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas y didáctica de la geometría. Es importante aclarar que, la mayoría de las investigaciones que se presentan a continuación tienen como eje transversal el desarrollo del pensamiento geométrico.

Tabla 1. Autores consultados por categoría

Categoria	Internacionales	Nacionales
Uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Lastra (2005) Peña (2010) Briceño y Guzmán (2015)	Niño (2018) Ávila (2019)
Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las Matemáticas	Iranzo y Fortuny (2009) Castellanos (2010) Argudo (2013) Raxón de león (2016)	Gutiérrez (2017) Álvarez, Cordero, González y Sepúlveda (2019)
Didáctica de la Geometría.	Gamboa y Ballesteros (2010) Barrantes y Balletbo (2012)	Gómez y Gómez (2010) Galeano (2015) Tovar (2016)

Fuente. Autoría propia

2.1. Marco teórico

2.1.1. Desarrollo del Pensamiento Geométrico

Al definirse el desarrollo del pensamiento geométrico como un proceso complejo, algunos autores como el educador matemático Pierre van Hiele, han propuesto describirlo a través de 5 niveles de madurez que se van alcanzando de manera graduada, de acuerdo con el avance en la estructuración del conocimiento.

Este modelo presenta dos aspectos: descriptivo, porque explica las formas en que razonan los alumnos a través de los cinco niveles, y prescriptivo, porque presenta pautas a seguir en la planificación de las actividades de aprendizaje, que permiten detectar el progreso del razonamiento por medio de cinco fases de aprendizaje (Villarroel y Sgreccia, 2011).

El modelo Van Hiele aporta varias características importantes; Secuencialidad: en la adquisición de los niveles, no es posible alterar su orden. Especificidad del lenguaje: cada nivel tiene su lenguaje propio. Globalidad y localidad: las investigaciones parecen indicar que el nivel de razonamiento es local, razona en un nivel en un concepto y en otros niveles otro concepto. Instrucción: la adquisición de sucesivos niveles no es un aspecto biológico, pues intervienen en gran medida los conocimientos recibidos y la experiencia personal.

Por lo tanto, no depende de la edad para alcanzar un nivel u otro. (Gutiérrez y Jaime, 1995).

El optar por este modelo permite la oportunidad de explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico y cómo es posible ayudar a los estudiantes a mejorar su aprendizaje.

2.1.1.1. Los Tres Procesos Para el Aprendizaje de la Geometría

Visualización: Gonzato, Fernández y Diaz (2011) consideran que, si "se trabaja únicamente con representaciones planas de objetos y espacios sin hacer una referencia a los objetos y espacios reales que representan, no se trabaja en espacios conocidos sino con representaciones de espacios ficticios y personajes imaginarios" (p. 24). Lo anterior permite identificar una dificultad en la enseñanza de la geometría que tiene que ver con el uso del entorno inmediato del estudiante, con el fin de desarrollar la visualización como un proceso fundamental para el aprendizaje de la geometría.

Gómez, (s. f.) Siguiendo a Duval (2005) propone tres maneras de desarrollar la visualización en los estudiantes de forma significativa. La primera, se centra en la construcción de las figuras con la ayuda de los instrumentos, esta forma garantiza que los estudiantes observen propiedades de las figuras, como representaciones. Una segunda forma de ver se relaciona con el crecimiento heurístico de una figura, es decir, que los estudiantes descubran a través de la construcción nuevos trazos sobre las figuras, permitiéndoles hacer modificaciones, establecer relaciones y visualizar lo que antes no podían. A través del desarrollo de estas dos formas de visualización se espera que aparezca una tercera, la cual se relaciona con la posibilidad de ver una figura en las unidades figurales que la componen; para esto el estudiante debe estar en la capacidad de identificar elementos visuales de dimensiones inferiores que no se pueden observar fácilmente.

Construcción: Una característica que diferencia a las figuras geométricas de otro tipo de figuras es que estas pueden ser construidas con instrumentos, ya sea con lápiz y papel o con un software. En la construcción de una figura la elaboración de un trazo está asociado a dos elementos: la instrucción que se refiere a lo que se quiere construir y la movilización que es una propiedad geométrica relacionada con los instrumentos que se van a utilizar. Estos elementos dan lugar a lo que Duval (citado en Galeano, 2015) ha llamado trazos auxiliares: aquellos que permiten la construcción de una figura, pero que al final no

forman parte de ella; por ejemplo, los dos círculos con los cuales, a partir de un segmento, se traza un triángulo equilátero.

En esta investigación, el papel que juegan las construcciones geométricas realizadas a partir de un software de geometría dinámica es fundamental, pues se convierten en los objetos de experimentación sobre la teoría, contribuyendo a superar las dificultades presentes en el desarrollo de los procesos de visualización.

Razonamiento: Se puede encontrar tres tipos de razonamiento en relación con los procesos desarrollados por Duval (citado en Castellanos 2010): el proceso configural, referido a la comprensión operativa; el proceso discursivo natural, que es espontáneamente realizado en el acto de la comunicación utilizado para la descripción, explicación y argumentación, y el proceso discursivo teórico, que se caracteriza por el desarrollo del discurso mediante la suposición y puede ser hecho en un registro simbólico o en el lenguaje natural.

2.1.2. Software GeoGebra

La tecnología utilizada de un manera eficiente en los procesos educativos, constituye un medio asertivo de enseñanza, en donde los estudiantes se familiarizan con el conocimiento de una manera más didáctica que los motiva a aprender aún más, sin embargo, en el desarrollo de una propuesta de aplicación de nuevas tecnologías en los currículos de matemáticas se requiere de un gran compromiso de tiempo para que los estudiantes puedan empezar a ser competentes en el uso de dichas tecnologías y en lo que al pensamiento matemático refiere, de allí que buscar la herramienta que minimice al máximo este tipo de variables, (tiempo, costo, potencialidad) se hace imprescindible.

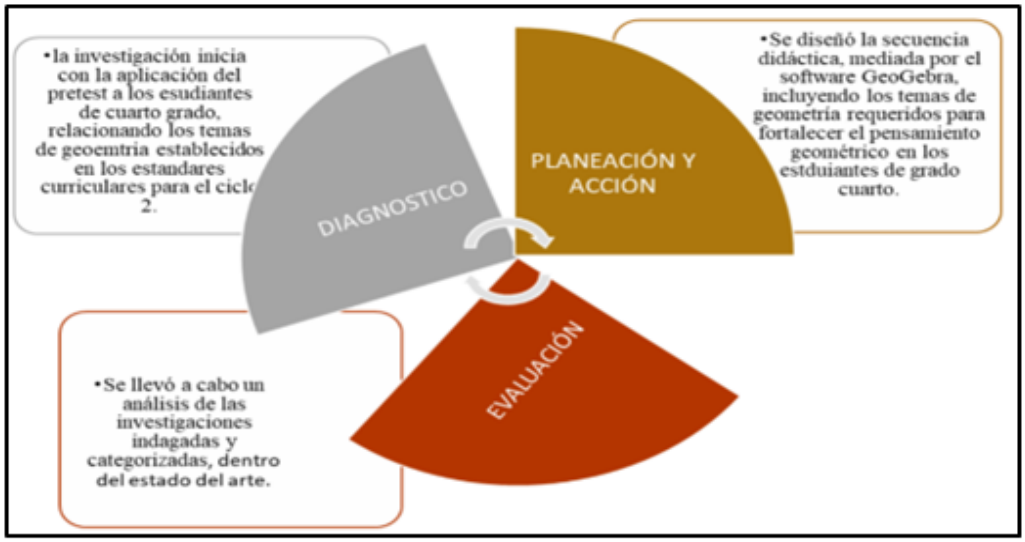
El software GeoGebra cubre gran parte de estos condicionamientos y permite dado su naturaleza de software libre, aplicarlo en cualquier tipo de escuela que cuente con computadores escolares e incluso desde cualquier sitio con un computador. Siendo este un programa diseñado para la enseñanza de la matemática en todos sus niveles permite la combinación entre la geometría, el álgebra y la estadística, a través de representaciones gráficas, en donde los estudiantes entienden la geometría y desarrollan el pensamiento a través de la visualización y animación de objetos, con la ubicación espacio temporal (Bustos, 2013).

METODOLOGÍA

Este estudio utilizó un enfoque mixto que permitió una investigación abierta e integradora, en el cual se usaron técnicas tanto cualitativas como cuantitativas: enfoque cuantitativo, porque permitió analizar la información recogida en la prueba diagnóstica a través de un estudio estadístico que incluyó medidas de tendencia central y de dispersión y enfoque cualitativo, ya que contribuyó al proceso de indagación en los diferentes quehaceres cotidianos inmediatos.

El método utilizado para el desarrollo de esta investigación es, investigación acción, ya que indaga desde el mismo entorno del problema. de acuerdo con Elliot (2000) las fases de esta investigación son: diagnostico, planeación y acción, y evaluación. La siguiente grafica muestra el desarrollo de las fases dentro del estudio.

Figura 1. Fases de la investigación acción



Fuente. Autoría propia

La muestra para esta investigación, fueron treinta estudiantes del grado cuarto de primaria del colegio Compartir Recuerdo de la sede A jornada tarde, de los cuales ocho pertenecen a la comunidad indígena Wounaan. Sus edades están comprendidas entre los 8 y 12 años.

Los instrumentos que se utilizaron en este estudio fueron: el diario de campo, para registrar las observaciones directas y el hallazgo de dificultades o fortalezas que presentan los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje a partir de las actividades diseñadas con el uso del software GeoGebra; El pretest, que permitió determinar detalladamente el nivel en que se encuentran los estudiantes e identificar las dificultades que presentan en relación con algunos conceptos geométricos; y la secuencia

didáctica, donde se diseñaron cinco talleres de corte dirigido de acuerdo a los momentos propuestos por López (2003) como lo muestra la siguiente gráfica.

Figura 2. Momentos para el desarrollo de la secuencia didátcica

Fuente. Alfonso López (2003)

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

1. Prueba diagnóstica

Se aplicó la prueba diagnóstica a 30 estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Distrital Compartir Recuerdo. El objetivo de esta era indagar sobre los conocimientos previos que los estudiantes tienen en algunos conceptos de geometría contemplados en los estándares curriculares y los derechos básicos de aprendizaje (DBA) como: punto, recta, perpendicularidad, paralelismo, cuadriláteros (y sus elementos), clasificación de ángulos, semejanza y congruencia. A partir del análisis de estos resultados se diseñó la secuencia didáctica que contempla estos conceptos más algunas transformaciones en el plano cartesiano. Para esta prueba diagnóstica se estructuraron cuatro preguntas abiertas, que los estudiantes respondieron de forma escrita y a mano, con ayuda de la regla, el lápiz y el transportador.

A continuación, se presenta el análisis estadístico de algunas de las preguntas de la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de cuarto grado.

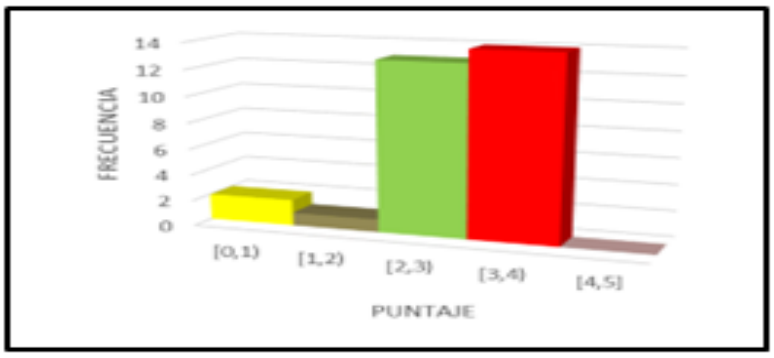
La pregunta 1 solicitaba a los estudiantes conocimientos en torno a algunos elementos básicos de la geometría euclidiana como punto, recta, paralelismo y perpendicularidad.

El promedio de los puntajes obtenidos fue de tres puntos (3,0), lo que permite inferir, que algunos de los conceptos presentados allí no son totalmente desconocidos para la mayoría de los estudiantes, las dificultades en el desarrollo de esta pregunta se presentan

porque estos confunden las definiciones de los conceptos; por ejemplo, recta con segmento de recta o paralelismo con perpendicularidad y viceversa.

En la figura 3, se observa que no existen puntajes que superen una nota de 4.0. Aunque los estudiantes lograron comprender cada instrucción, las construcciones en la mayoría de los casos no fueron afortunadas.

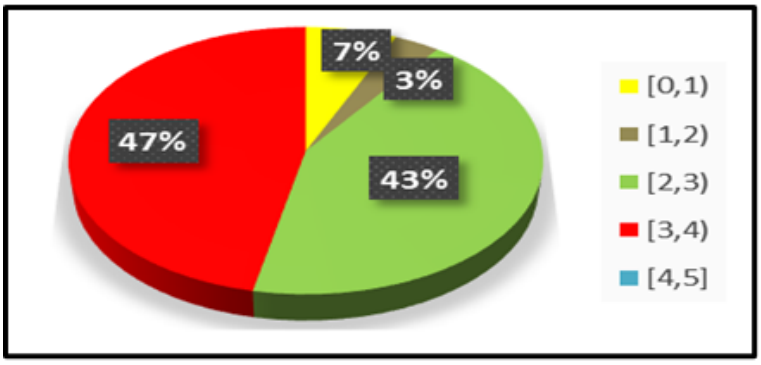
Figura 3. Resultados de la pregunta 1



Fuente. Autoría propia

En la figura 4 se evidencia, que un poco menos de la mitad del curso (47%) obtuvo un puntaje entre 3.0 y 4.0, un porcentaje significativo de aprobación, pues es una nota mayor o igual a 3.0, pero también es cierto que 53% de los participantes en el desarrollo de la prueba, desconoce de forma parcial o total algunos o todos los conceptos presentados en esta pregunta.

Figura 4. Diagrama de torta, pregunta 1



Fuente. Autoría propia

Además, un 75% de los estudiantes obtuvieron una nota menor o igual a 3.5 y un 50% se encuentra con calificaciones entre 2.8 y 3.5 sin encontrarse datos atípicos en la recolección de estos.

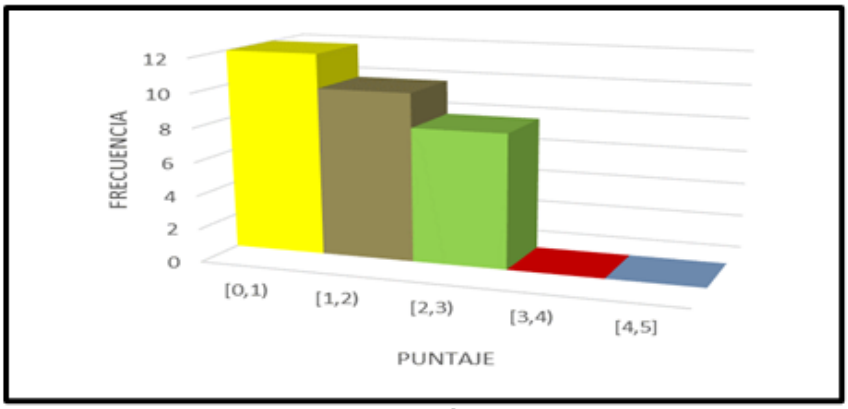
De forma general se puede decir que los estudiantes de grado cuarto no han logrado interiorizar los elementos básicos de la geometría euclidiana. De acuerdo con el modelo de Van Hiele, en esta pregunta los alumnos se encuentran en el nivel uno de desarrollo

del pensamiento geométrico, (visualización), pues a pesar de reconocer algunos elementos presentados en este ítem, no están en la capacidad de explicar sus características o determinar propiedades, generando confusión entre los conceptos mencionados allí. De acuerdo con lo establecido por Lastra (2005) es importante considerar como punto de partida para la construcción del nuevo conocimiento, los saberes previos. "Gracias a lo que el alumno ya sabe, puede conformar la primera imagen del nuevo contenido, atribuirle un primer significado y sentido y comenzar su aprendizaje" (p. 108). Es importante trabajar en estos conceptos para que logren comprender aquellos que de allí se desprenden y que son fundamentales para posteriores estudios.

La Pregunta 2 tenía como finalidad determinar si los estudiantes reconocen los cuadriláteros, sus características y sus elementos (vértices, lados y diagonales).

Con una nota mínima de 0.5 y una máxima de 2.9, son evidentes los vacíos conceptuales presentes en los estudiantes en temas relacionados con polígonos y sus elementos, como lo muestra la figura 5. Vale la pena aclarar que tan solo 8 estudiantes (26.6% aproximadamente) se encuentran en el intervalo de 2 a 3, lo cual indica que, en una gran mayoría, los participantes están en un nivel deficiente. El puntaje promedio en esta pregunta fue de 1.4, nota considerada como muy baja en la institución educativa.

Figura 5. Resultados de la pregunta 2

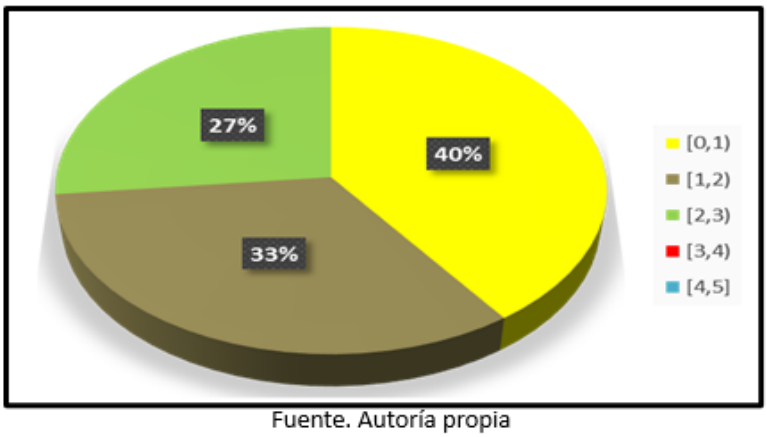


Fuente. Autoría propia

Por otra parte, el 50% de los estudiantes de grado cuarto obtuvieron puntajes iguales o inferiores a 1.3 y el 75% de ellos notas menores a 2.4, recordando que, según su desviación, los datos son parecidos entre sí.

Por otro lado, al hacer un análisis minucioso de la gran cantidad de estudiantes de grado cuarto en nivel deficiente, con respecto al reconocimiento de las características, elementos y definiciones de figuras planas, en esta pregunta, (Ver Figura 6), son claros los errores conceptuales cuando dibujan un cuadrado con las características de un rectángulo, o desconocen las del paralelogramo y del trapecio; con respecto a los elementos, establecen que la cantidad de diagonales de cada polígono es la misma que de vértices y lados.

Figura 6. Diagrama de torta, pregunta 2

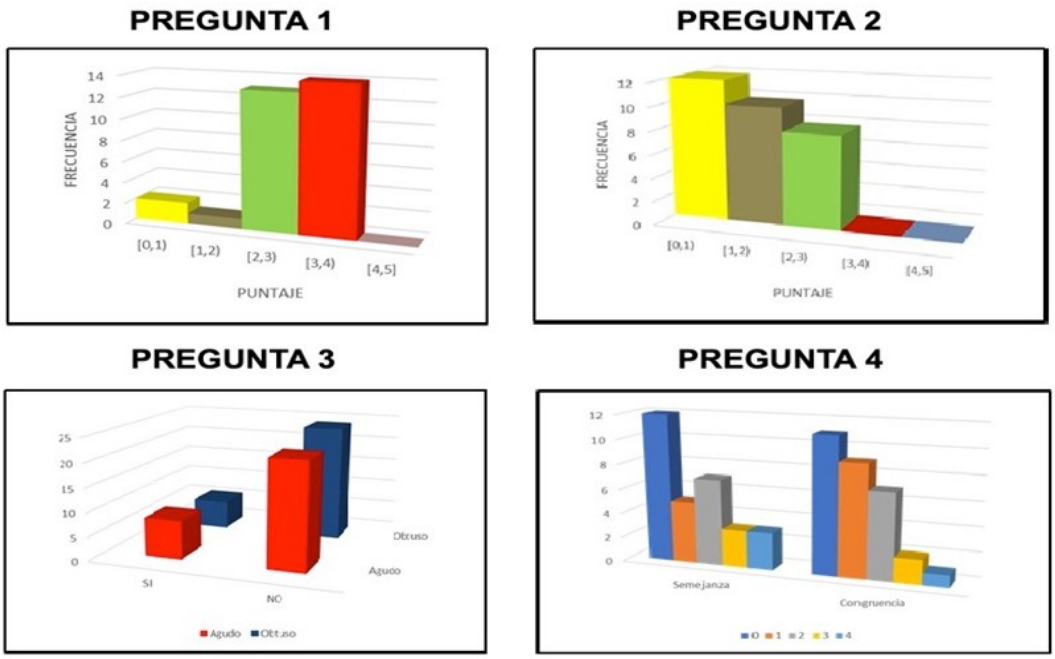


Fuente. Autoría propia

Esto permite inferir en primer lugar que, los estudiantes no han alcanzado los objetivos establecidos en los estándares curriculares y derechos básicos de aprendizaje del año inmediatamente anterior, generando obstáculos conceptuales que deben ser corregidos de forma inmediata y en segundo lugar, el desarrollo del pensamiento geométrico para este ítem no alcanza el nivel uno de Van Hiele, puesto que no reconocen los polígonos por su forma, ni diferencian sus partes y componentes.

Las siguientes gráficas (Figura 7) muestran los resultados en cada una de las preguntas.

Figura 7. Resultados de la prueba diagnóstica por pregunta



Fuente. Autoría propia

A nivel general, se evidencia que los estudiantes de grado cuarto del colegio Compartir Recuerdo presentan grandes dificultades en los conceptos geométricos que se establecen desde los lineamientos curriculares y derechos básicos de aprendizaje para el ciclo 2.

En primer lugar, no identifican los elementos básicos de la geometría euclidiana, existe confusión entre sus definiciones lo que demuestra que la enseñanza de estos conceptos en años anteriores fue de manera superficial, es decir, sin generar un aprendizaje significativo que le permita al estudiante comprender las características y por ende encontrar las diferencias con otros elementos. Por otra parte, se presenta vacíos conceptuales en lo que tiene que ver con polígonos, semejanza y congruencia. De acuerdo con los resultados de la prueba diagnóstica, las preguntas que tenían que ver con estos temas, no fueron respondidas por muchos estudiantes poniendo en evidencia el desconocimiento total de estos conceptos.

De acuerdo con los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele (1999), los estudiantes se encuentran en el nivel uno (visualización). Pues, aunque reconocen las figuras por su apariencia, no diferencia sus propiedades y componentes; es decir, las propiedades de los objetos no son importantes en el estudio de las formas geométricas. De igual manera, los tres procesos para el aprendizaje de la geometría descritos por Duval

(2005), no han sido desarrollados con la rigurosidad que merecen. La visualización es la actividad que se destaca, sin embargo, al igual que en el nivel uno de Van Hiele, esta percepción visual permite únicamente relacionar figuras con objetos físicos, sin hacer una generalización de las figuras y objetos, resaltando la forma total de la imagen a partir de la posición o el tipo de trazo.

Es importante destacar que el grado cuarto, no ha sido un grupo que lleve un proceso de formación constante en la misma institución, cabe resaltar la particularidad de contar con cinco estudiantes nuevos provenientes de diferentes instituciones de la ciudad incluso del país, otros dos de nacionalidad venezolana y ocho niños indígenas. Aunque no es una justificación válida para excusar los bajos resultados, es una problemática que pausa procesos adelantados con otros estudiantes.

Por último, sería interesante aplicar la secuencia didáctica diseñada para esta investigación y determinar que tanto influye el uso de la herramienta tecnológica en dicha población, si realmente mejora los resultados académicos como lo expresa Raxon de León (2016) desde la experiencia de su estudio, o, por el contrario, no será posible la comprensión de los conceptos geométricos presentados, porque de acuerdo con Lastra (2005) los conocimientos previos no han sido bien interiorizados.

2. Antecedentes por categoría

2.1. Categoría 1: Uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Tras realizar un análisis de las investigaciones referentes a esta categoría a nivel internacional, se puede señalar que la integración de las herramientas tecnológicas en las clases de matemáticas no generan por sí mismas una mejora significativa en el rendimiento académico de los estudiantes, o al menos en las poblaciones investigadas; bien lo señala Peña (2010) “Las TIC no pueden ni deben sustituir la figura del profesor, sino deben considerarlas como un recurso que ayuda a la labor docente” (p. 537). Es evidente que los docentes necesitan capacitarse y recibir un acompañamiento permanente que les permita replantear sus prácticas educativas, generando una mejora significativa en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes en el área de matemáticas.

Un factor importante que influye notablemente para que una herramienta tecnológica sea exitosa en el aula de clase, es la condición inicial o de partida de los estudiantes, es decir, sus conocimientos previos. Si estos conocimientos no han sido adecuadamente interiorizados, los nuevos conocimientos no serán comprendidos en su totalidad, aunque

se integren herramientas novedosas y llamativas para los estudiantes; tal como lo expresa Lastra (2005), inicialmente la enseñanza y el aprendizaje debe considerar para la construcción del nuevo conocimiento, la identificación de los saberes previos, informaciones que los estudiantes poseen sobre el tema, de manera que directa o indirecta, se puedan relacionar con él. Gracias a los conocimientos previos del alumno, puede adaptar una imagen del nuevo contenido, asignarle un primer significado y sentido y comenzar su aprendizaje.

Sin embargo, y a pesar de no alcanzar los objetivos en algunos estudios, los investigadores si recomiendan el uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de las matemáticas, pues se evidencia que la motivación de los estudiantes aumenta y las calificaciones mejoran con la utilización de recursos TIC. En cuanto al aprendizaje matemático, los autores coinciden en que las herramientas TIC permite a los alumnos realizar tareas cognitivas; Briceño y Guzmán (2015) precisan que al emplear la tecnología como herramienta de exploración y de reflexión de conceptos matemáticos, el estudiante adquiere habilidades que le permite establecer relaciones entre el objeto matemático y sus propiedades.

Lo anterior quiere decir que el uso de las TIC promueve en el estudiante capacidades propias de la geometría como la exploración, la abstracción, la clasificación, la medición y la estimación, lo que conlleva posteriormente a comunicar y hacer interpretaciones y representaciones; es decir, descubrir que la matemática está relacionada con la vida cotidiana y con las situaciones que los rodean, más allá de la escuela.

En lo que se refiere a Colombia sobre la incorporación de las TIC en la educación matemática y de acuerdo con las investigaciones revisadas, se destacan tres compromisos fundamentales. El primero, es que los colegios preparen a docentes y estudiantes en cuanto al manejo de las herramientas tecnologías para integrarse a una sociedad crecientemente organizada en torno a ellas; frente a este compromiso Niño (2018) plantea que la incorporación de las TIC debe beneficiar los procesos de transformación social, con el objetivo de permitir un buen desempeño profesional en el marco de las competencias TIC.

El segundo, es que los colegios logren reducir la brecha digital entregando acceso universal de computadores e Internet a los estudiantes, a lo que Niño (2018) expresa, que aun cuando existen políticas y lineamientos que anuncian la integración de las TIC al

sistema educativo a partir de la inclusión social y del uso de herramientas tecnológicas para la transformación pedagógica del conocimiento, se hace evidente la existente ruptura entre estos y la práctica en el desarrollo de las clases; pues no todos los colegios del país presentan las condiciones tecnológicas necesarias y en otros casos los docentes no están en la disposición y capacitación de aprovechar este tipo de herramientas.

El tercer compromiso es que la tecnología debe mejorar el rendimiento académico de los estudiantes al promover cambios en las metodologías de enseñanza y aprendizaje. Este último compromiso es tal vez el más difícil de cumplir, ante esto Ávila (2019) propone la integración de los planes de estudio del área de matemáticas con el uso de herramientas tecnológicas, puesto que es indispensable la continuidad y la articulación de los procesos de enseñanza del área, con desarrollo integral del pensamiento matemático. En los salones de clase es claro que no sólo se trata del uso de la tecnología sino también de su apropiación y del acompañamiento permanente de los docentes para su correcta integración.

Es evidente que las investigaciones relacionadas dentro de esta categoría tanto nacionales como internacionales, al igual que en el presente estudio, son propuestas que, en primera instancia, pretenden transformar la forma de enseñar las matemáticas a través de prácticas significativas e interesantes para los estudiantes, donde se muestra un gran interés por realizar un ejercicio pedagógico creativo y así poder comunicar los nuevos conocimientos sin cambiar lo esencial de la enseñanza de la matemática. En segundo lugar, y de acuerdo con Romero (2006), se puede observar que permanentemente se investiga sobre procesos de enseñanza de las matemáticas en diferentes grados escolares incluso universitarios, con el propósito de mejorar las diferentes problemáticas encontradas dentro del aula de clase, lo que significa que los docentes no son indiferentes ante estas situaciones, sino que por el contrario, proponen "nuevas" metodologías de trabajo en el aula utilizando diferentes recursos tecnológicos para apropiarse de las dificultades y superarlas, con el objetivo de hacer de la enseñanza de las matemáticas algo más asequible y significativo para el estudiante.

El uso de las TIC siempre ha tenido fuerte influencia pedagógica y por tal razón son herramientas elegidas por muchos docentes para mejorar las prácticas educativas y motivar a los estudiantes. Lastra (2015) expresa que el uso de la TIC en la enseñanza de las matemáticas favorece el desarrollo de habilidades como analizar, visualizar, organizar,

sistematizar, entre otras. Sin embargo, los recursos tecnológicos no resuelven todo, si bien es un medio para dinamizar las prácticas y mostrar características que el tablero o los libros de texto no alcanzarían a revelar, la orientación permanente y la retroalimentación durante el proceso por parte del docente es fundamental, pues las herramientas tecnológicas por sí solas no garantizan la comprensión de los temas y conceptos manipulados, de ahí la importancia de la intervención y orientación del profesor a partir de su metodología en el aula. Por tal razón, la combinación poderosa entre las herramientas tecnológicas y una buena metodología de aula permite que los estudiantes se motiven, creen, construyan, propongan y los docentes, no solo los del área de matemáticas, promuevan este tipo de prácticas que seguramente les traerá buenos resultados.

2.2. Categoría 2: Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las Matemáticas

En las investigaciones referidas a la categoría "Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las Matemáticas" se estudia el rendimiento académico de los estudiantes cuando se desarrolla su proceso de aprendizaje con el apoyo de la herramienta GeoGebra.

De lo indagado, se evidenció que, el utilizar este tipo de herramientas en el aula de clase, incide positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes. Es importante destacar que no solo su uso y sus representaciones simbólicas y gráficas permiten la interiorización de los conocimientos, sino, las diferentes alternativas de interacción y colaboración incluidas a la herramienta que favorece el aprendizaje significativo.

Castellanos (2010) por ejemplo, considera que el uso del software GeoGebra beneficia los procesos de enseñanza y aprendizaje, gracias a que los estudiantes pueden realizar construcciones geométricas fácilmente, utilizando un lenguaje apropiado, similar al que proporciona las construcciones que se hacen con lápiz y papel. De igual forma, disminuye el tiempo empleado en este tipo de actividades, otorgando una mayor profundización al trabajo que se le puede brindar a una construcción geométrica. Es importante destacar el diseño adecuado de las actividades que se presentarán a los estudiantes, para que los objetivos de aprendizaje sean alcanzados por ellos, motivándolos constantemente en su proceso de aprendizaje.

Por otro lado, Argudo (2013) expresa que este tipo de programas permiten que el estudiante sea el protagonista de su propio aprendizaje, ya que al poder interactuar con

los objetos o crearlos ellos mismos, están desarrollando su autonomía, característica importante para los niños de nuestra sociedad.

Es importante destacar el trabajo realizado por Raxon (2016), puesto que utilizó una población similar a la que se presenta en este estudio a nivel académico. El autor desarrolla una secuencia didáctica utilizando la herramienta GeoGebra con niños de tercer grado de primaria, su investigación lo llevó a verificar que el uso de este software y la aplicación de estrategias de aprendizaje adecuadas permite que los estudiantes desarrollen competencias para realizar apropiadamente actividades, resolver problemas o generar proyectos más que recibir información en forma pasiva. Sería importante realizar una comparación más profunda cuando se logré implementar la secuencia didáctica diseñada en la presente investigación, teniendo en cuenta que son países diferentes y probablemente contextos distintos.

En esta categoría de investigaciones se destaca la herramienta GeoGebra como uno de los software de mayor influencia, por su manera dinámica de interactuar con los objetos matemáticos; es una de las posibilidades tecnológicas que fortalece la calidad de las investigaciones y visualiza las matemáticas desde otras perspectivas; además, ofrece a los docentes estrategias para la enseñanza de acuerdo con las necesidades de los estudiantes.

Al igual que en las investigaciones internacionales, se evidencia que, el uso del software GeoGebra en Colombia se utiliza con el objetivo de revisar que tanto influye en la enseñanza y aprendizaje de algún tema matemático en específico. Lo primero y más importante es destacar el interés de los estudiantes. Cuando se cambia el estilo de dar clase, cuando se pasa de una clase magistral a una tarea o una explicación con el computador, el nivel de atención y de interés que muestra el estudiante crece exponencialmente. Así lo destaca Gutiérrez (2017) dentro de las conclusiones de su trabajo, cuando manifiesta que el software GeoGebra, como herramienta tecnológica, motivó a los estudiantes para que mejoren sus aprendizajes sobre los conceptos básicos en geometría, pues al analizar los resultados, encontró un aumento significativo en los aprendizajes, comparados con los saberes al iniciar el estudio; además la parte motivacional fue evidente por parte de ellos hacia la asignatura.

Es importante también destacar el estudio realizado por Álvarez, Cordero, González y Sepúlveda (2019) puesto que su trabajo fue implementado en una zona rural donde el

acceso a la tecnología es escaso, un contexto parecido al de la población escogida para el presente trabajo de investigación. Los autores en primera instancia realizan un análisis del contexto: no se puede dejar de lado la realidad en la que se encuentran los estudiantes. Es por esto que, al considerar su contexto como la base fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje, los resultados de aprendizaje llegaron a ser más significativos, ya que, aun estando inmersos en un contexto con escasos medios de comunicación y de información, el impacto de la herramienta tecnológica fue innovador. A nivel general se puede decir que la integración de la herramienta GeoGebra en las metodologías de clase, facilita la práctica docente y sirve de motivación a los estudiantes por lo que debería ser utilizada de forma habitual y sistemática en las aulas.

GeoGebra es el software utilizado por muchos investigadores en matemáticas gracias a las diversas posibilidades que presenta sin perder la efectividad, manteniendo la simplicidad y facilidad del aprendizaje. Permite al estudiante realizar construcciones matemáticas, interactuar con ellas y cambiar los parámetros de una manera fácil y sencilla; esto hace que la herramienta sea utilizada en todos los niveles educativos. Además, sustituye las tradicionales construcciones estáticas con regla y compas, otorgando a los estudiantes mayor posibilidad de razonar lógicamente a los problemas planteados y utilizando un lenguaje apropiado.

Los recursos tecnológicos como el Software GeoGebra son de gran utilidad en las clases de matemáticas, permitiéndoles a los estudiantes demostrar a través de la práctica, aquellos conocimientos previos, los que han logrado interiorizar hasta el momento. Estudios como el de Iranzo y Fortuny (2009) muestran que las actividades de aula, diseñadas específicamente para el desarrollo del pensamiento matemático a partir del uso de softwares educativos, permiten que los docentes mejoren significativamente sus prácticas de aula y los estudiantes, al enfrentarse a situaciones tensionantes pero además divertidas, los lleven directamente a la búsqueda de diferentes soluciones, convirtiéndose en un reto y una forma de mostrar sus habilidades y desarrollar otras, generando en ellos un mayor sentido de competitividad.

Una de las motivaciones que lleva al profesor a utilizar una herramienta tecnológica dentro de sus clases como lo es el software GeoGebra, es observar el interés del estudiante cuando se cambia el estilo de impartir la clase, así lo demostraron los estudios realizados por Raxón (2016) y Ruiz (2012); cuando se pasa de una clase magistral a una

tarea o una explicación con el computador o la Tablet, el nivel de atención y de interés que muestra el estudiante crece exponencialmente.

Los diferentes estudios que se revisaron frente al uso, efecto e influencia del software GeoGebra como mediador en el aprendizaje de contenidos matemáticos y en especial geométricos, realizaron un contraste entre los aprendizajes utilizando el software y los que siguieron un aprendizaje tradicional; demostrando una diferencia significativa, pues GeoGebra resulta ser una herramienta potente para generar logros en el rendimiento académico asociado a el pensamiento geométrico.

2.3. Categoría 3: Didáctica de la Geometría

Las investigaciones descritas en esta categoría presentan reflexiones sobre cómo se está realizando el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en el aula de clase, y la percepción de los estudiantes sobre este proceso. Por un lado, Barrantes y Balletbo (2012) al realizar un análisis de varias investigaciones consideran que los profesores deben realizar un cambio de sus concepciones hacia la necesidad de implementar una metodología activa pensando en el estudiante, y no en los contenidos como se ha hecho hasta el momento. En este sentido, los materiales didácticos, la tecnología y las actividades juegan un papel fundamental que el docente debe conocer y poner en práctica, para esto, debe estar en la capacidad de considerar que la geometría tiene gran influencia en el desarrollo del estudiante, sobre todo en las habilidades relacionadas con la comunicación y la relación con el entorno.

De acuerdo con lo anterior, el artículo de Gamboa y Ballesteros (2009) plantea precisamente la apreciación de los estudiantes sobre la enseñanza de la geometría. En los resultados de la investigación, encontraron que los alumnos ven la geometría como un conjunto de definiciones, fórmulas y teoremas alejados completamente de su realidad, donde únicamente les suministran ejemplos y ejercicios que no poseen ninguna relación con su contexto. La enseñanza de la Geometría debe ser dinámica, propiciando actividades para fortalecer conceptos. No es limitarse al modelo de enseñanza en el que el maestro explica y los estudiantes atienden a las explicaciones; se trata de que continuamente se enfrenten a tareas que les ofrezcan la oportunidad de construir, investigar, relacionar, explicar, probar y de ser posible, demostrar.

Los estudios relacionados con la didáctica de la geometría se concentran en aplicar los conocimientos geométricos para comprender y explicar el espacio físico que rodea a los

estudiantes, y, además relacionarlos en el campo de la tecnología y en las distintas formas de expresión.

Hoy en día los materiales concretos se han vuelto indispensables en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en especial al desarrollo del pensamiento geométrico porque permite que el mismo estudiante experimente el concepto desde la estimulación de sus sentidos logrando llegar a interiorizar los conceptos que se quieren enseñar a partir de la manipulación de los objetos de su entorno.

Dentro de la investigación de Tovar (2016) se puede comprobar que el uso de este tipo de recursos didácticos genera aprendizajes positivos, la autora introdujo para el desarrollo de su investigación los bloques lógicos, loterías, rompecabezas, fichas ilustradas, Tangram, planos, maquetas y diccionarios ilustrados con los estudiantes, que fueron de gran utilidad para inducirlos a una forma de aprendizaje lúdico. Además, logró movilizar sus pensamientos, llevándolos a intuir, razonar y comprender el mundo tridimensional que los rodea, mostrándoles otras formas de concebir el aprendizaje.

Por otro lado, Galeano (2015) muestra como los estudiantes pueden lograr procesos de visualización sin el uso de algún tipo de software, solo con la manipulación de materiales concretos. Esto permite considerar que el docente debe saber elegir el material concreto que va a utilizar para el desarrollo de su clase de geometría, ya que no solo la estrategia será un factor importante sino también el tipo de objeto concreto y saber si ayudará positivamente en el tema que se elija.

Uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de la geometría es el desarrollo de habilidades; de acuerdo con Gómez y Gómez (2010), “es una categoría psicológica que le permite a un individuo ejecutar determinada actividad con éxito” (p. 32). Dentro de las investigaciones estudiadas, la enseñanza de la geometría debe contribuir a que los estudiantes desarrollen la capacidad de representación e imaginación espacial, mediante actividades donde perciban la forma y el tamaño de los objetos, dominen las propiedades de los objetos geométricos y desarrollen habilidades al reconocerlos, construirlos, describirlos y argumentar soluciones a problemas dados. Utilizando diferentes metodologías y herramientas que contribuyan a que el estudiante desarrolle estas habilidades.

Es indispensable en la enseñanza de la geometría utilizar diferentes herramientas didácticas, manejables por el estudiante o que le permitan visualizar características

vitales para el estudio, según Galeano (2015), esto genera cambios de actitud frente al aprendizaje, además de un trabajo organizado que promueve resultados beneficiosos para los estudiantes.

Es importante resaltar que la enseñanza de la geometría en la educación primaria debe estar respaldada en la integración de estrategias innovadoras que se acomoden a los estilos actuales en esta materia, que promuevan el desarrollo del pensamiento geométrico. Esto se relaciona con el enfoque constructivista, el cual reconoce al estudiante como actor principal en la construcción del conocimiento asociados a su propia experiencia.

CONCLUSIONES

Las conclusiones que se presentan a continuación surgieron del análisis de la prueba diagnostico aplicada, en relación con los objetivos propuestos y de la interpretación de las categorías encontradas en los diferentes estudios consultados.

Con respecto a la implementación y análisis de la prueba diagnóstico o pretest, es indiscutible el bajo reconocimiento de conceptos geométricos fundamentales, no solo para el estudio de objetos matemáticos posteriores, sino para el desarrollo de habilidades que le permitan al estudiante comprender fenómenos de situaciones reales. Con los resultados de esta prueba, se evidencia que el razonamiento geométrico de los estudiantes de grado cuarto del colegio Compartir Recuerdo, se encuentran en el nivel uno de la teoría propuesta por Van Hiele (1999), en algunos casos no alcanzan a posicionarse allí, producto de una insuficiente e inadecuada enseñanza y apropiación de la geometría en grados anteriores. Sería interesante demostrar que la aplicación de la secuencia didáctica apoyada con el uso de una herramienta tecnológica como el software GeoGebra podría ayudar a mitigar esta problemática.

Con relación a la categoría del *Uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* y los estudios expuestos para la misma, se puede concluir que la utilización de los recursos tecnológicos no puede verse como un sustituto de la labor docente. El uso de estos recursos debe verse como una estrategia adicional para lograr, por un lado, motivar al estudiante a la experimentación del concepto a través de simulaciones y herramientas interactivas y dinámicas, y por el otro, darle un rol más protagónico al estudiante en la construcción de su conocimiento, incentivando a que no sea el docente el dueño absoluto del saber, sino que de manera conjunta estudiante – docente puedan

lograr esta construcción (Barrantes y Balletbo, 2012). Para esto es importante y necesario conocer el estilo de aprendizaje de los estudiantes y así conseguir de ellos los mejores resultados.

De acuerdo con los resultados de las investigaciones relacionadas en la categoría *Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas, este* programa es una herramienta mediadora entre el estudiante y el conocimiento matemático, esta relación puede presentarse mediante la tríada estudiante-GeoGebra-contenido. Este software no es solo un recurso didáctico para aplicar o comprobar lo aprendido, sino también, para desarrollar habilidades propias de la matemática, en el caso particular de la geometría, a potenciar la visualización, construcción y razonamiento gracias a su interacción dinámica (Gutiérrez, 2017); además permite al estudiante descubrir nuevos conocimientos bajo la guía del profesor, lo cual es un objetivo posible en la enseñanza de la matemática.

Con respecto a la categoría *Didáctica de la Geometría* es importante destacar que los docentes son los responsables de investigar que recursos se pueden utilizar y cómo se deben integrar a los procesos formativos de los estudiantes teniendo en cuenta las necesidades de la población a la que se va a implementar, al no asumir esta responsabilidad, aumenta el riesgo de no aprovechar adecuadamente los recursos que tiene al alcance promoviendo quizás, una mala interpretación de lo que se quiere enseñar.

Finalmente, se destaca la importancia de las secuencias didácticas en las investigaciones, puesto que permiten la evaluación formativa, que no es solo entregar un resultado final, sino llevar a cabo un proceso de aprendizaje que vincule el desarrollo de habilidades y estrategias para lograr un objetivo. La secuencia didáctica que se propone en esta investigación es muy específica en sus instrucciones, esto con el fin que el estudiante, en primera instancia se integre exitosamente con el software, y en segunda medida y la más importante, que las actividades establecidas allí permitan fortalecer o desarrollar el pensamiento geométrico en los alumnos.

LISTA DE REFERENCIAS

Alarcón, E., Fuentes, Y., Lara, Y., y Quintana, D. (2012). *Utilización de las TICs para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la primera etapa de educación básica, recurriendo al método de enseñanza de Van Hiele* (tesis pregrado). Universidad del Bío-Bío, Chillan, Chile.

Álvarez, C., Cordero, J., González, J., y Sepúlveda, O. (2019). Software GeoGebra como herramienta en enseñanza y aprendizaje de la Geometría. *Educación y Ciencia*, (22), 387-402. Recuperado de https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10059

Argudo, M. (2013). *Las Tic y el aprendizaje de la geometría* (Tesis de Maestría). Universidad CEU Cardenal Herrera, Valencia, España.

Ausubel, D. P. (1973). "Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento". En Elam, S. (Comp.) La educación y la estructura del conocimiento. Investigaciones sobre el proceso de aprendizaje y la naturaleza de las disciplinas que integran el currículum. Ed. El Ateneo. Buenos Aires. Págs. 211-239.

Ávila, O. (2019). *Aprendizaje significativo en geometría para el grado octavo* (tesis de maestría). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia.

Barrantes, M., y Balletbo, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista internacional de investigación ciencias sociales, 8*(1), 25-42.

Briseño, C., y Guzmán, J. (2015). Construcción de conceptos matemáticos mediante la visualización geométrica. XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Chiapas: México.

Bustos, I. (2013). *Propuesta Didáctica: La Enseñanza del Concepto de Limite en el Grado Undécimo, Haciendo Uso del GeoGebra* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.

Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.* (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa, México.

Diaz, N., Rodríguez, S., y Lingán, S. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones,* *6*(2), 217-251. Doi: http:// dx.doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et

coordination de leurs fonctionnements. En: Annales De Didactique Et Sciences Cognitives. Volume 10 (pp. 5 – 53).

Elliot, J. (2000). La investigación acción en educación. Editorial Marata, S.L. recuperado de http://www.terras.edu.ar/biblioteca/37/37ELLIOT-Jhon-Cap-1-y-5.pdf

Galeano, J. (2015). diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento (Tesis de Maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Gamboa, R., y Ballesteros, E. (2009). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 4(5), 113-136.

Gómez, J., y Gómez, L. (2010). *La lúdica como estrategia de aprendizaje de las figuras geométricas en el preescolar* (Tesis de pregrado). Universidad de la Amazonia, Florencia, Caquetá.

Gonzato, M., Fernández, T., y Diaz, J (2011) Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números, 77*, 99–117.

Gutiérrez, A. Y Aldea, J. (1995). Geometría y algunos aspectos generales de Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamericana. Colombia.

Gutiérrez, L. (2017). *Modelo Didáctico para la Enseñanza – Aprendizaje de Conceptos de Geometría Utilizando la Herramienta GeoGebra* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.

Iranzo, M., Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las ciencias, 27*(3), 433-446.

Lastra, S. (2005). *Propuesta Metodológica de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, Aplicada en Escuelas Criticas* (Tesis de Maestría). Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2018). Siempre día E. Informe por colegio del cuatrienio. Análisis Histórico y Comparativo 2018 colegio Compartir Recuerdo (IED).

Niño, A. (2018). Competencia tecnológica y habilidades de visualización en estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Estadística UPTC (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Duitama, Colombia.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).2019. Informe PISA 2018.

Peña, A. (2010). *Enseñanza de la geometría con tic en educación secundaria obligatoria* (Tesis Doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia facultad de educación, Madrid, España.

Raxón de León, C. (2016). *influencia del uso del software GeoGebra en el rendimiento académico en geometría plana, de los estudiantes de tercero básico del instituto experimental simón bolívar* (Tesis de Pregrado). Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala.

Romero, C. (2006). Plataformas de Aprendizaje Sustentadas en las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (tesis de maestría). UNIMINUTO, Bogotá, Colombia.

Ruiz, N. (2012). *análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria* (Tesis de Doctoral). Universidad autónoma de Madrid, Madrid, España.

Tovar, L. (2016). *Desarrollo del Pensamiento Geométrico con Metodologías Activas* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.

Villarroel, S., y Sgreccia, N. (2011) Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de secundaria. *Números, 78*, 73-94.