

Unificación de la interacción gravitatoria terrestre con la interacción electromagnética

Pionono González González¹

carpionog@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0003-2930-7321>

Colombia

RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo unificar la interacción gravitatoria con la interacción electromagnética, tomando como base a la inducción magnética (B) para establecer las demás magnitudes (magnéticas y eléctricas) que rigen nuestro sistema. La tierra es asumida como un elipsoide con base GRS80, tomando latitudes geocéntricas que garanticen que el radio terrestre parta del centro de la tierra y forme ángulo con las coordenadas del punto espacial que se escoja en la superficie, para determinar el efecto de la gravitación y su interacción con el campo magnético. Se presume un dipolo axialmente simétrico alrededor del eje Z coordinado y se aplica la ecuación de la inducción magnética, en función del momento magnético y el ángulo de colatitud geocéntrica, que arroja como resultado la unificación de la fuerza electromagnética con la interacción gravitatoria terrestre, mediante la ecuación formulada como:

$$B = K_1 g^{\frac{3}{2}} (1 + 3\cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}} \text{ [nT]}; \quad \text{con } k_1 = 9,93 \cdot 10^2 \text{ [nT} \cdot (\text{Kg/N})^{3/2}] \quad (1)$$

O, en su defecto, por despeje, se demuestra la ecuación deducida de la interacción gravitatoria, en función de la inducción magnética, mediante la ecuación:

$$g = K_2 \frac{B^{\frac{2}{3}}}{(1+3\cos^2\varphi)^{\frac{1}{3}}} \text{ [m/s}^2\text{]}; \quad \text{con } k_2 = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ [N/Kg} \cdot (\text{nT})^{2/3}] \quad (2)$$

Palabras clave: unificación de fuerzas; interacción gravitatoria; interacción electromagnética; elipsoide.

¹ Autor Principal

Unification of terrestrial gravitational interaction with electromagnetic interaction

ABSTRACT

The objective of this article is to unify the gravitational interaction with the electromagnetic interaction, based on magnetic induction (B) to establish the other magnitudes (magnetic and electrical) that govern our system. The earth is assumed as an ellipsoid with a GRS80 base, taking geocentric latitudes that guarantee that the terrestrial radius starts from the center of the earth and forms an angle with the coordinates of the spatial point chosen on the surface, to determine the effect of gravitation and its interaction with the magnetic field. An axially symmetrical dipole is assumed around the Z coordinate axis and the magnetic induction equation is applied, as a function of the magnetic moment and the geocentric colatitude angle, which results in the unification of the electromagnetic force with the terrestrial gravitational interaction, through the equation formulated as:

$$B = K_1 g^{\frac{3}{2}} (1 + 3\cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}} \text{ [nT]}; \quad \text{with } k_1 = 9,93 \cdot 10^2 \text{ [nT} \cdot (\text{Kg/N})^{3/2}] \quad (1)$$

Or, failing that, by clearance, the equation derived from the gravitational interaction is demonstrated, as a function of magnetic induction, by means of the equation:

$$g = K_2 \frac{B^{\frac{2}{3}}}{(1+3\cos^2\varphi)^{\frac{1}{3}}} \text{ [m/s}^2\text{]}; \quad \text{with } k_2 = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ [N/Kg} \cdot (\text{nT})^{2/3}] \quad (2)$$

Keywords: *unification of forces; gravitational interaction; electromagnetic interaction; ellipsoid.*

Artículo recibido 01 abril 2023

Aceptado para publicación: 15 abril 2023

INTRODUCCIÓN

La gravedad es una interacción fundamental de la naturaleza, deducida por Isaac Newton (1643-1727), mientras que la electricidad es descubierta por Michael Faraday (1791-1867) y su relación con el magnetismo se debe a Hans C. Ørsted (1777-1851), aunque terminan unificadas mediante las ecuaciones de James Clerk Maxwell (1831-1879) en la denominada interacción electromagnética. La unificación de las interacciones de la gravedad y el electromagnetismo se viene buscando por diversos métodos desde hace más de cien años, por la teoría de campo unificado de Albert Einstein (1879-1955) o por la teoría de principio de gauge de Hermann Weyl (1885-1955) sin que se haya conseguido, situación que da relevancia al presente trabajo científico, por establecer dicha unificación mediante el método que se explica a continuación.

La Tierra se comporta como un enorme imán que despliega un campo magnético importante desde sus polos, descubierto por Carl F. Gauss (1777-1855), el cual se encuentra desplazado alrededor de 11.5° de los polos geográficos y en sentido contrario, encontrándose propenso a cambios frecuentes debido a tormentas solares o fenómenos impredecibles; mientras que la interacción gravitatoria varía en función de la altura sobre el nivel del mar y de la posición geográfica en que se encuentre el observador, además, en condiciones normales obedece a ciclos que rigen al planeta o a su luna, debido a la influencia de sus masas.

Los campos (el gravitacional y el electromagnético) corresponden a gradientes de algún potencial, por ser demostrables aplicando geometría y ecuaciones Laplacianas, como sucede con un elipsoide que puede representar la apariencia irregular de nuestro planeta (forma de geoide), que presenta un nivel medio del mar, distribución de masas continentales con protuberancias y depresiones que hacen difícil su relación, motivo por el cual, no se adoptan como referencia, aunque se haga para las altitudes ortométricas por resultar normales a las líneas de fuerza del campo gravitatorio terrestre; situación que permite trabajar a partir del elipsoide de revolución (Zepeda, 2014).

Para localizar de manera relativa los diferentes espacios en el elipsoide GRS80, se emplea un sistema de coordenadas geográficas que expresan sus posiciones en función de los ejes X, Y, Z, sobre los que

se referencian las distancias y las respectivas direcciones en la superficie de la tierra, que permiten demostrar la efectividad de la ecuación deducida, encargada de integrar las dos interacciones (electromagnética y gravitatoria) por entre el espacio cartográfico determinado por la latitud (de 0 a 90° hacia el Norte o el Sur, desde la línea ecuatorial) y la longitud (de 0 a 180° hacia el Este o hacia el Oeste, desde el meridiano de Greenwich), teniendo como referente a los polos norte y sur, como al ecuador, por tratarse de los puntos en los que se basa la relación del sistema y por presentar comportamientos extremos, en referencia a los demás puntos que puedan graficarse.

Para mayor facilidad de realización de los cálculos respectivos, las latitudes en el elipsoide se transforman a la forma geocéntrica, para garantizar que el radio a establecer parta del centro de la tierra. Además, se hace coincidir al eje Z con el eje de rotación del planeta, el plano OXZ con el meridiano de Greenwich (representado como meridiano de origen, a cuya longitud le corresponde el valor de cero), ubicado en el eje Y, perpendicular a OXZ. De esta forma, la latitud geodésica del punto escogido corresponde al ángulo que se forma desde el plano ecuatorial hasta la dirección vertical de la línea normal al elipsoide de referencia, mientras que la longitud geodésica hace referencia al ángulo en sentido dextrógiro, entre el meridiano origen con el meridiano que pasa por dicho punto.

En primera instancia, las coordenadas geográficas, específicamente la latitud, se transforman trigonométricamente en latitud geocéntrica, para garantizar que su radio terrestre parta del centro de la tierra, haciendo ángulo geocéntrico con el punto espacial que se escoja en la superficie terrestre y con ello establecer, de manera más aproximada, que el efecto de la gravedad va directamente al centro de coordenadas, lo que garantizará que corresponda a la misma distancia radial con que interacciona el campo magnético, para la misma posición del planeta en la que se desea conocer la relación.

Para el siguiente paso, se aplica la ecuación de la gravedad por alguna de las dos maneras contempladas en la presente demostración. El primero, desde las ecuaciones newtonianas, las cuales permiten determinar su valor aproximado para cada lugar de coordenadas; y el segundo, desde la ecuación que arroja el cálculo de la misma, con los valores estimados para la ecuación del elipsoide, con la cual se obtiene una mayor aproximación al valor de las gravedades establecidas de manera real en el punto

deseado, teniendo en cuenta que el dipolo se presume axialmente simétrico alrededor del eje Z coordenado, lo que deja describir a sus componentes por armónicos esféricos zonales, donde las líneas de campo ingresan por el hemisferio superior al globo y salen por el inferior.

Finalmente, se aplica la ecuación de la inducción magnética, en función del momento magnético y el ángulo de colatitud geocéntrica, que arroja el resultado que constata la efectividad de los datos de la ecuación que unifica las dos interacciones. Esta última permite conocer la inducción magnética en función de la interacción gravitatoria calculada por cualquiera de los dos métodos y viceversa, calcular la gravedad conociendo la inducción magnética, para cualquier latitud del planeta.

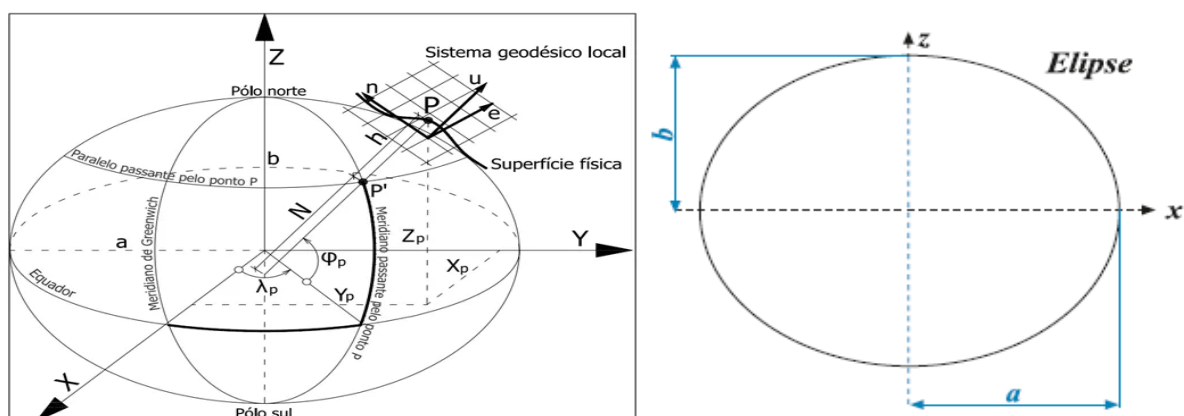
El programa con que se han elaborado los cálculos correspondientes para las latitudes deseadas es el de la hoja de cálculo de Excel para Windows 2016.

Aproximación al Elipsoide

Considerando que la Tierra no tiene la forma exacta de un elipsoide, sus equipotenciales proporcionan cierta uniformidad como sistema de referencia para desarrollar los efectos geodésicos y geofísicos de manera sencilla. El elipsoide de tipo biaxial escogido, corresponde al modelo trigonométrico que representa la forma de la tierra, tomando en consideración el achatamiento en los polos, además de la rotación sobre el eje o semieje menor (b) de la elipse que lo forma alrededor en el eje z , cuya ecuación canónica, en términos de geometría euclidiana, queda definida partiendo de las coordenadas ortogonales y de los parámetros correspondientes al semieje mayor (a) y semieje menor (b); en el cual, todos los paralelos presentan un valor máximo de magnitud a (figura 1).

En este método se hace coincidir el origen del sistema con el centro de masas de la tierra (aunque las masas en el planeta se encuentren distribuidas de múltiples maneras), pero se busca que las coordenadas ortogonales o geocéntricas coincidan con la información ofrecida, toda vez que los meridianos son elipses y los paralelos circunferencias; por consiguiente, la latitud (φ) en la figura 1.a, determina la distancia angular entre el paralelo del lugar escogido P , medido (entre 0 a 90° Norte, para este caso en P) con respecto al ecuador, expresado en las mismas unidades que presenta la longitud, que para este caso arroja la distancia angular entre el meridiano del lugar y el de Greenwich (medido entre 0 a 180° Este, para el caso en P), a partir del meridiano de Greenwich.

Figura 1.a.Elipsoide con planos terrestres y 1.b. elipse meridiana



Fuente: Giovanini (s.f.)

La latitud geocéntrica (φ') corresponde el ángulo que forma con el plano XY, la línea que se traza desde el origen de coordenadas al punto P, que sirve de base para el desarrollo de cálculos matemáticos relacionados con la gravedad y con el campo de inducción magnética, de las que se ocupa esta ecuación de unificación.

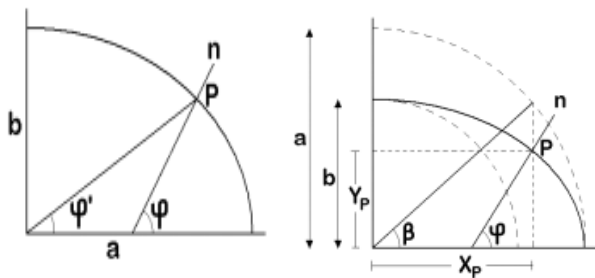
El método de la elipse meridiana (figura 1.b) en función de la latitud geocéntrica, es un desarrollo matemático que se ajusta a los planteamientos, en función de su ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, y la ecuación del elipsoide con el eje menor como z, es: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$, donde coinciden con los semiejes mayor (a) y menor (b) que contemplan el achatamiento que se calcula con: $\alpha = \frac{a-b}{a}$ (García *et al.*, 2017; Dzib, 2017).

Reducción de la Latitud Geográfica (φ) a la Latitud Geocéntrica (φ')

La latitud geográfica (φ) lo forma la normal que pasa por el eje polar (no por el centro del elipsoide) en relación con el semieje **a** (plano ecuatorial), mientras que la latitud geocéntrica (φ') es la línea que se traza desde el centro del elipsoide, hasta coincidir con la normal, en el punto P de la superficie del elipsoide, como se observa en la figura 2.a, donde establece la relación entre ambas latitudes en el punto

P, con la ecuación:
$$\tan \varphi = \frac{a^2}{b^2} \tan \varphi' \quad (3)$$

Figura 2. a) Relación entre la latitud geográfica φ y la geocéntrica φ' ; b) Relación entre la latitud geográfica φ y la latitud reducida β .



Fuente: García et al (2017)

a= semieje mayor de la tierra	a= 6378,137 Kms
b= semieje menor de la tierra	b= 6356,7523141 Kms
e= excentricidad de la tierra	$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$
	$b^2 \tan \varphi = a^2 \tan \varphi'$
φ = Latitud geográfica	$r = a * (1 - \frac{(e^2 * \sin \varphi)^2}{2})$
φ' = Latitud geocéntrica	
r = radio terrestre	

La latitud reducida se calcula trazando una semicircunferencia de radio **a** y haciendo pasar una perpendicular por el punto P, que corte desde la circunferencia trazada hasta el semieje mayor (figura 2.b). El punto de corte con la semicircunferencia se une con el centro, dando lugar al ángulo β de la latitud reducida. La relación entre la latitud geográfica y la reducida se obtiene mediante la ecuación:

$$\tan \varphi = \frac{a}{b} \tan \beta \quad (4)$$

Todos los cálculos relacionados con la presente ecuación de unificación se realizan en coordenadas geocéntricas, por cuanto se hace necesario convertir la latitud geográfica (φ), en latitud geocéntrica (φ') para determinar, a su vez, el valor del vector que tiene radio geocéntrico en altura cero, la cual se establece de acuerdo con la siguiente ecuación propuesta por Luka's (2010):

$$\varphi' = \varphi - 0,1924240867 * \sin 2\varphi + 0,000323122 * \sin 4\varphi - 0,0000007235 * \sin 6\varphi \quad (5)$$

Esta latitud geocéntrica φ' se emplea en el presente desarrollo matemático para resolver, mediante la concepción del elipsoide, las posiciones para los diferentes puntos terrestres en que se desee ubicar un observador y contribuye, además, como base para la realización del cálculo del radio terrestre, de la interacción gravitatoria y de la inducción magnética en el campo magnético terrestre.

El cálculo del radio (r) en cualquier punto P de la Tierra, en referencia al vector geocéntrico que establece el elipsoide terrestre, siendo a = el semieje mayor o ecuatorial, viene dado por la siguiente expresión según Zhu y Zhang (2012):

$$\mathbf{r} = \mathbf{a} [0,998320047 + 0,001683494 \cos (2\phi') - 0,000003549 \cos (4\phi') + 0,000000008 \cos (6\phi')] \quad (6)$$

Interacción Gravitacional

La interacción gravitatoria es una fuerza natural, causante de la aceleración que experimentan los cuerpos físicos cercanos a algún elemento astronómico, haciendo que los objetos con masa sean atraídos entre ellos, como sucede entre los planetas, las galaxias y demás astros que existen en el universo, además de determinarles sus movimientos, como los planetas a las lunas que orbitan a su alrededor o lo hacen alrededor del sol o de los planetas que, al igual que lo hace la tierra, atrae los cuerpos que se encuentran en la superficie hacia su centro.

Esta interacción universal se ejerce sobre la masa, desde la superficie del planeta hacia su centro, con una fuerza (g) que acelera los cuerpos en caída libre y de manera constante, incrementando la velocidad por unidad de tiempo, directamente proporcional a la fuerza F (en N) e inversamente proporcional a la masa m_0 (en Kg) del cuerpo.

La fuerza gravitacional F la propuso Isaac Newton desde la relación de la constante de gravitación universal G con las masas y con el cuadrado del radio en relación inversa, como se observa en la ecuación (7); y con su segunda ley, Newton encuentra la interacción de la aceleración como $g = F/m_0$

que permite igualarlas en la ecuación (8):

$$F = \frac{G \cdot m_T \cdot m_0}{r^2} \quad (7) \qquad g =$$

$$\frac{G \cdot m_T}{r^2} \quad (8)$$

De esta manera puede establecerse la relación de la interacción gravitacional con la constante universal $G = 6,67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$; la masa total de la tierra $M = 5,9736 \times 10^{24} \text{ Kg}$; y el radio de la tierra r que se calcula para cada latitud entre $a = 6\,378,137 \text{ Km}$ (semieje ecuatorial) y $b = 6356,7523141 \text{ Km}$ (semieje polar), como también de una manera geocéntrica para garantizar su magnitud y su respectivo ángulo con el centro de la tierra, tomando como referencia al elipsoide GRS80 que, además, tiene establecidos los siguientes datos (Moritz, 2000):

$G \cdot M = 3\,986\,005 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$ (incluyendo la atmósfera), lo que arroja como resultado una gravedad tasada en $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ para cada latitud, la cual varía de acuerdo con la altura y la posición geográfica, aumentando hacia los polos.

$g_0 = 9,806\ 199\ 203\ \text{m/s}^2$ valorada para una latitud de $45,5^\circ$ y $0\ \text{m.s.n.m.}$; mientras que para los polos presenta una magnitud de $g = 9,832\ 186\ 3685\ \text{m/s}^2$ y para el Ecuador $= 9,780\ 326\ 7715\ \text{m/s}^2$.

La gravedad local puede calcularse mediante la ecuación formulada por Moritz (2000) en concordancia con la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (UIGG) para el GRS80, asociada a un elipsoide de revolución con su respectivo potencial U_0 , considerando la velocidad angular en la superficie terrestre y la masa terrestre contenida en dicho elipsoide, haciéndolo coincidir, además, con el centro de la masa del planeta; supuestos que arrojan la ecuación internacional de la gravedad o gravedad normal, en función de cualquier latitud sobre la faz de la tierra, la cual se representa como:

$$g = \gamma_e (1 + f^* \sin^2 \varphi - (1/4) f_4 \sin^2 2\varphi) \text{ m/s}^2 \quad (9)$$

Esta ecuación es tomada como aceleración de la gravedad (en m/s^2), denominada como gravedad normal en función de la latitud, cuyos valores calculados para f arrojan los siguientes resultados según Moritz (2000).

$$g = 9.780\ 327 (1 + 0.005\ 3024 \sin^2 \varphi - 0.000\ 0058 \sin^2 2\varphi) \text{ m/s}^2 \quad (10)$$

El campo de gravedad para el elipsoide corresponde a un modelo matemático de referencia que puede arrojar valores imprecisos, aunque esta ecuación tiene en cuenta la rotación terrestre como elipsoide y la altura s.n.m., para adoptar, en consecuencia, una corrección al valor que permita establecerlo al nivel del mar, consiguiendo un error relativo del orden de $10^{-3} \mu\text{m/s}^2 = 10^{-4} \text{ mgal}$ (Moritz, 2000) a partir de:

$$g = 9,7803267715 (1 + 0,0052790414 \sin^2 \varphi - 0,0000232718 \sin^4 \varphi + 0,0000001262 \sin^6 \varphi + 0,0000000007 \sin^8 \varphi) \text{ m/s}^2 \quad (11)$$

La ecuación a la que se denomina como corrección de altura o corrección de aire libre, consigue un acercamiento más a la elevación o altura ortométrica (en m) que puede presentar un geoide (en el nivel del mar), en lugar de tomar la altura sobre el elipsoide, que es usado como referencia vertical a nivel del mar, lo que aproxima la ecuación de la gravedad teórica en un primer y segundo orden, en los siguientes términos (Hinze *et al.*, 2005):

$$\delta_{gh} = -\frac{2g_e}{a} \left[1 + f + m + \left(-3f + \frac{5}{2} m \right) \sin^2 \varphi \right] H + \frac{3g_e H^2}{a^2} \quad (12)$$

Para las ecuaciones anteriores, se tiene en cuenta que el elipsoide GRS80 cuenta con los siguientes valores parametrales:

Semieje mayor **a**: 6 378 137 m

Semieje menor **b**: 6 356 752, 3141 m;

f: 0,003352810681

f¹: 298.257 222 101

g_{ecuador}: 9,7803267715 m / s²

ym: $\omega^2 a^2 b^2 / GM$: 0,00344978600308

ω corresponde a la velocidad angular ($7\,292\,115 \times 10^{-11}$ radianes / s) y GM es la constante gravitacional geocéntrica ($3\,986\,005 \times 10^8$ m³/s²) (Moritz, 2000).

Para el elipsoide GRS80, la ecuación de segundo orden es un factor de altura, encargado de corregir el efecto de la gravedad teórica, en relación con el datum vertical a la altura del punto P de observación (Hinze *et al.*, 2005):

$$\delta gh = -(0,3087691 - 0,0004398 \sin^2 \varphi) H + 7,2125 \cdot 10^{-8} \cdot H^2 \text{ (en miligales)} \quad (13)$$

Se trata de la corrección de altura, en su aproximación de segundo orden, que se propone para la altura del elipsoide en metros y el efecto de la gravedad en miligales, por lo que, el valor de la corrección debe dividirse por 100.000 para obtener m/s².

Para una mayor corrección, se establece en los desarrollos al primer orden con la ecuación aproximada, valores más aproximados para H en metros y δgh en miligales, según Sevilla (1994), como los que se presentan en la ecuación:

$$\delta gh = -(0,308769108910864 - 0,000439773124664 \sin^2 \varphi) H + 7,225184616 \cdot 10^{-8} \cdot H^2 \text{ (mgal)} \quad (14)$$

Esta ecuación arroja precisiones del orden de 0.01 mgales en la obtención del valor de la interacción gravitacional.

Inducción Magnética

El campo magnético se representa mediante un vector, teniendo como base el sistema de referencia propuesto para nuestro planeta, que, como se explicó anteriormente, se asemeja a un elipsoide (Ref GRS80) que garantiza la unificación de datos tomados para la **inducción magnética terrestre B**, respecto a los tres ejes coordenados: el Norte Geográfico **X**, el Este Geográfico **Y** y la Vertical **Z**.

La inducción magnética **B** (figura 3.a) en cualquier punto tomado sobre la superficie terrestre, es un vector con una magnitud, dirección y sentido que respeta las reglas establecidas en la teoría del magnetismo. Sobre el plano xz (meridiano geográfico) se establecen los puntos de las latitudes y en el plano horizontal xy (meridiano magnético) se determina el comportamiento de la inducción magnética (B), el cual queda en reposo a lo largo del componente horizontal del campo magnético terrestre. El

ángulo formado entre el vector **B** con el norte geográfico, corresponde a la declinación magnética *D* (Este+), y el ángulo que forma el vector **B** con la horizontal corresponde a la inclinación magnética *I* (abajo+).

En magnetismo, los polos magnéticos (norte y sur) son regiones concentradas de fuerzas que se encuentran cercanas al extremo de los polos geográficos (norte y sur) del planeta, concebido como un imán o campo dipolar situado en el centro de la tierra y al que se atribuye el 95% del campo producido. Al eje entre estos polos se presume un desplazamiento de 11.5° con respecto al eje de rotación terrestre, tomando como referencia el polo norte geográfico, que corresponde, de manera real, al polo negativo o sur magnético. De esta manera, cada polo positivo, de donde salen las líneas de fuerza magnética al polo negativo que tiene asociado; repele las partículas de signos iguales y a las de signo contrario las atrae con igual intensidad, por lo que se le da el nombre de Dipolo magnético.

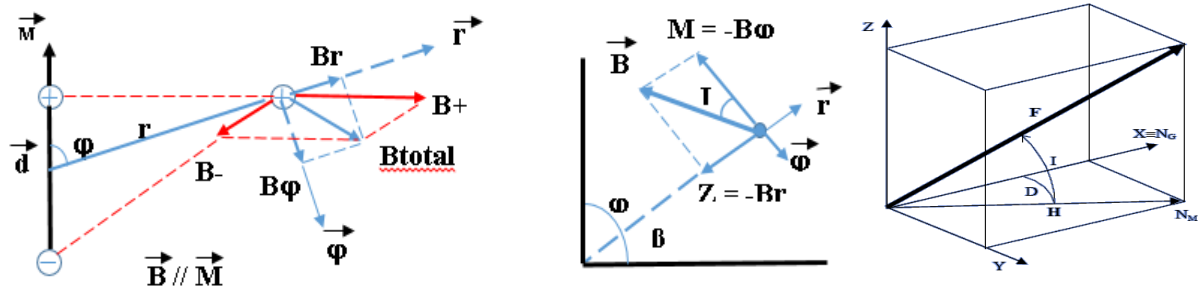
Para el presente trabajo de unificación de interacciones, el desplazamiento de los polos magnéticos con respecto a los polos geográficos, no se toma en cuenta desde el valor que se presume (de 11.5°), aunque sí se toma en cuenta el ángulo de declinación (NOAA/NGDC & CIRES, 2010) que presenta el campo magnético para cada lugar particular en que éste se calcula.

Al hacer coincidir el marco de referencia geocéntrico con el geomagnético, se parte de que el eje del dipolo coincide con el eje *Z* de rotación de la tierra y por la simetría axial del campo dipolar y por su simetría ahora al eje *Z*, los componentes del campo, teniendo en cuenta que sus líneas entran por el hemisferio superior y salen por el inferior, sirven para hallar los componentes del campo dipolar, teniendo en cuenta que la inducción magnética es el gradiente del potencial magnético y, en coordenadas esféricas, este operador gradiente es:

$$\nabla = \vec{r} \frac{\partial}{\partial r} + \vec{\varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \vec{\beta} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \beta} \quad (15)$$

Debe tenerse en cuenta que $\vec{r}$ se orienta en dirección al aumento de la distancia situada en el origen (hacia el exterior de la tierra), $\vec{\varphi}$ hacia el aumento de φ (hacia el sur) y $\vec{\beta}$ hacia el Este; donde el vector $\vec{B}$ es antiparalelo al momento magnético $\vec{M}$ (figura 3.b).

Figura 3.a. Inducción magnética. b. El momento magnético. c. Ángulos de inducción magnética



Fuente: Miller (2015)

En términos del potencial magnético, las componentes de la inducción magnética son:

$$B_r = -\frac{\partial}{\partial r} V_m \quad (16)$$

$$B_\varphi = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} V_m \quad (17)$$

$$B_\beta = -\frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \beta} V_m \quad (18)$$

El potencial magnético V_m está dado por:

$$V_m = \frac{\mu_0 m \cos \varphi}{4\pi r^2} r' \quad (19)$$

El ángulo de la inducción magnética (figura 3.c) está formado por el norte magnético y el norte geocéntrico, que corresponde al de la **declinación D**, el cual se dirige en el mismo sentido en el que se encuentra la inducción magnética y su vector, en unión con el paralelo ecuatorial, que forma el ángulo de la **inclinación magnética I**.

Las componentes de campo dipolar, para cualquier coordenada y distancias cercanas a la superficie de la tierra, por resultar despreciables respecto al radio terrestre, con base en Miller (2015), serían:

$$B_r = -\frac{\mu_0 m 2 \cos \varphi}{4\pi r^3} = 2B_0 \cos \varphi \quad (20)$$

$$B_\varphi = -\frac{\mu_0 m \sin \varphi}{4\pi r^3} = B_0 \cos \varphi \quad (21)$$

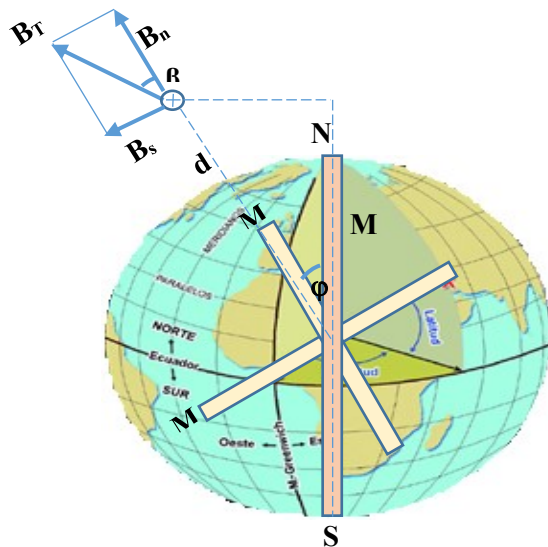
$$B_\beta = 0 \quad (22)$$

$$M = B_0 = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \quad (23)$$

El momento magnético (M) está dado mediante un valor en gauss, multiplicado por el radio de la tierra al cubo; o también corresponde al producto que resulta de la intensidad magnética del polo, por la distancia que existe entre ellos, es decir, el diámetro polar terrestre que correspondería al tamaño del imán se calcula mediante la ecuación: $M = m.l$ (24) O también $M: nT.x^3$, siendo x el radio terrestre (25)

El comportamiento de la inducción magnética se obtiene por desarrollo trigonométrico, como se muestra a continuación, estableciéndose la magnitud del vector $\vec{B}$.

Figura 4. Comportamiento de la inducción magnética



$$M_n = M \cos \varphi \text{ y } M_s = M \sin \varphi$$

$$B_n = 2 M_n / d^3 \text{ y } B_s = M_s / d^3$$

$$B_n = 2 M \cos \varphi / d^3 \text{ y } B_s = M \sin \varphi / d^3$$

$$\text{Por Pitágoras } \vec{B}^2 = B_n^2 + B_s^2$$

$$\vec{B} = M (1 + 3 \cos^2 \varphi) / d^3 \quad (26)$$

Con d = radio geocéntrico para distancias pequeñas, respecto al radio terrestre

$$\tan \varphi = B_s / B_n = (M \sin \varphi) / (2M \cos \varphi)$$

$$\tan \varphi = 2 \tan \theta$$

$$\varphi = \text{colatitud geográfica}$$

$$\theta = 90 - I = \text{Inclinación magnética}$$

Fuente: Elaboración propia, modificado de Estrada (2013)

De acuerdo con datos astronómicos, en lo que respecta a la magnetósfera terrestre (Newton.burney.ws, 1997) destacan:

La intensidad de campo del dipolo $m = 0.3076 \text{ gauss} \cdot R_t^3$

Latitud / Longitud del dipolo $N = 78.6 \text{ grados N} / 70.1 \text{ grados W}$

Con el dato del dipolo magnético se calculó el Momento Magnético M de la Tierra en $7.9 \times 10^{15} \text{ (Km}^3\text{nT)}$, para el radio polar elevado al cubo y por relacionarse con el tamaño del imán terrestre. Además, está relacionado con el decaimiento del dipolo a razón de $(1/r^3)$.

Como la interacción gravitatoria entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa, de acuerdo a como Newton lo expresara matemáticamente en la ley de gravitación universal y que se muestra en la ecuación (3), donde $F = G \frac{m_T \cdot m}{r^2}$, que se toma como base para el desarrollo matemático según sus fórmulas clásicas, teniendo a:

m_T como la masa de la tierra. $m_T = 5,9736 \times 10^{24} \text{ Kg}$

G como la constante de gravitación universal, $G = 6,67428 \cdot 10^{-17} \text{ N} \cdot \text{Km}^2/\text{kg}^2$

m_T y m son las masas de los cuerpos que interaccionan y r es la distancia que los separa, como se mostró en la ecuación (19).

El vector de inducción magnética deducido para las colatitudes, tomando en cuenta el ángulo de declinación, se calcula mediante la ecuación (26):

$$\vec{B_T} = M (1 + 3 \cos^2 \varphi') / d^3$$

B_T = inducción magnética total

M = momento magnético

φ' = ángulo de colatitud geográfica, al que se resta el ángulo de declinación magnética en grados, toda vez que toma en cuenta los respectivos signos, según el lugar en que se encuentren.

La ecuación que relaciona la fuerza gravitacional con la intensidad del campo magnético, se expresa de la siguiente manera, como se muestra en la ecuación (1):

$$\vec{B} = K g^{\frac{3}{2}} (1 + 3 \cos^2 \varphi')^{\frac{1}{2}} \quad \text{Donde:}$$

$\vec{B}$ es la intensidad del campo magnético en nT

g es la gravedad en m/s²

φ' es el ángulo de colatitud o de separación del norte magnético

K es la constante que relaciona:

$$K = \frac{M}{G.m_T} = 9,93 \cdot 10^2 \text{ nT} \cdot (\text{Kg/N})^{2/3}$$

Si tenemos la intensidad del campo magnético terrestre, en algún lugar de la superficie del planeta, se puede obtener la magnitud de la interacción gravitatoria, despejando g de la ecuación (1), obteniéndose la ecuación (2) que se muestra a continuación:

$$g = K \frac{B^{\frac{2}{3}}}{(1 + 3 \cos^2 \varphi')^{\frac{1}{3}}}$$

K es la constante que relaciona:

$$K = \frac{G.m_T}{M^{\frac{2}{3}}} = 1.01 \times 10^{-2} \text{ N/Kg(nT)}^{2/3}$$

METODOLOGÍA

La metodología tiene un enfoque cuantitativo, por su manejo de cifras (Hernández *et al.*, 2014) para la construcción de la ecuación que unifica la interacción gravitatoria terrestre con la interacción electromagnética, apoyadas en relaciones matemáticas y geométricas, además de tener como sustento

otras ecuaciones que las correlaciona. El tipo de investigación es explicativo, porque responde a las relaciones causales que presentan los fenómenos físicos como la gravitación y la interacción electromagnética, mostrando la correlación entre estas dos variables y buscando el entendimiento del por qué ocurre su fenómeno unificado. El diseño fue de tipo transeccional correlacional causal, por articular las dos categorías de investigación (gravitacional y electromagnética) y establecer los vínculos entre ambas variables. La técnica de recolección de información se basó en una revisión documental de ecuaciones y conceptos de la física que permitieran servir de base para realizar el análisis comprensivo del fenómeno y arrojara la realidad teórica en la sistematización de la información.

RESULTADOS

Comparación de la interacción gravitatoria

Se comparan los resultados obtenidos para la interacción gravitatoria por el método que emplea las ecuaciones clásicas newtonianas y por el método del elipsoide para los lugares escogidos, correspondientes a tres ciudades de Suramérica, como: Caracas (Venezuela), Bogotá (Colombia) y La Paz (Bolivia); un lugar europeo como Roma (Italia), uno de África como es Ciudad del Cabo y un lugar cercano al polo norte, como Helsinki (Finlandia); aunque la hoja de Excel permite introducir los datos reales para cualquier latitud sobre la superficie del planeta.

Los acercamientos por cada método permiten ser evaluados mediante el porcentaje de error, el cual se obtiene aplicando la ecuación: $\% e = \frac{\text{Valor encontrado} - \text{valor real}}{\text{valor real}} \times 100$ y se consignan sus datos en las tablas correspondientes.

Tabla 1. Comparación de interacción gravitatoria por ecuaciones newtonianas y elipsoide.

Ciudad	Latitud (grados)	Gravedad Real (m/s ²)	Gravedad Newton (m/s ²)	Gravedad Elipsoide (m/s ²)	% error
Caracas (Venezuela)	10,4881	9,781	9,8023	9,7792	0,24%
Bogotá (Colombia)	4,6097	9,773	9,8006	9,7725	0,29%
La Paz (Bolivia)	-16,5022	9,7946	9,8054	9,7732	0,33%
Roma (Italia)	41,8947	9,8297	9,8293	9,8031	0,27%
Helsinki, Finlandia	60,1694	9,819	9,8497	9,8191	0,31%
Ciudad del Cabo (Sudáfrica)	-33,9258	9,796	9,8204	9,7962	0,25%

Fuente: Elaboración propia

Los valores de la gravedad calculados mediante las ecuaciones newtonianas para la zona suramericana escogida se encuentran alrededor de $9,80 \text{ m/s}^2$, en Roma es de $9,82 \text{ m/s}^2$, al igual que para la ciudad surafricana y con el mayor valor de $9,8497$ en Helsinki, por tratarse del lugar más cercano al polo norte. Por el método del elipsoide, los valores de la gravedad obtenidos se encuentran alrededor de $9,77 \text{ m/s}^2$ en la zona suramericana escogida; de $9,7962$ para Ciudad del Cabo; de $9,80 \text{ m/s}^2$ para Roma; y de $9,81$ en Helsinki.

El porcentaje de error muestra márgenes por debajo del 0.33% de diferencia entre el valor de la gravedad por el método clásico de las ecuaciones newtonianas y el valor obtenido mediante la ecuación de aproximación al elipsoide, reconociendo datos más bajos en el método de este último, aunque resaltando que los porcentajes son despreciables entre valores obtenidos, factor que debe contribuir hacia un mayor ajuste de los valores a obtener con la aplicación de la ecuación que unifica la interacción electromagnética, en función de la gravedad y del radio geocéntrico con su respectivo ángulo geocéntrico.

Por la Interacción Gravitatoria Mediante Ecuaciones Clásicas de Newton

Con el empleo de las ecuaciones clásicas de Newton para la obtención de la interacción gravitatoria, se obtienen los siguientes resultados al aplicación la ecuación de la interacción electromagnética, ecuación que se unifica con la función de la interacción gravitatoria mediante $a = G \frac{m_T}{r^2}$, empleando el resultado del radio geocéntrico y ángulo colateral, obteniendo datos comparativos entre la inducción magnética obtenida de datos reales, según la figura 2.21 en Martínez (2014), que se consignan en la tabla 2.

Tabla 2. Datos de Inducción magnética mediante gravedad por ecuaciones newtonianas.

Ciudad	Latitud (grados)	Angulo Declinac (grados)	Inducción magnética (real) (nt)	Inducción magnética (nt) (calculada)	% error
Caracas (Venezuela)	10,4881	-15	38.000	37.957,94	0,11%
Bogotá (Colombia)	4,6097	-7	32.000	32.241,43	0,75%
La Paz (Bolivia)	-16,5022	-6	32.000	31.930,26	0,22%
Roma (Italia)	41,8947	3	45.000	45.089,02	0,20%
Helsinki, Finlandia	60,1694	7	51.000	52.373,79	2,69%
Ciudad del Cabo (Sudáfrica)	-33,9258	-27	30.000	31.172,38	3,91%

Fuente: Elaboración propia

Al aplicar la ecuación que unifica la interacción electromagnética en función de la gravedad y del radio geocéntrico con su respectivo ángulo, Helsinki presenta el dato de mayor cantidad de inducción magnética con 52 373,79 nT, por su cercanía al polo norte, mostrando una diferencia de 1,37379 μ T entre el valor real y el valor de la inducción magnética calculada, seguida en orden descendente por Roma con 45 μ T, mientras que las ciudades suramericanas y la surafricana se encuentran entre 31 y 38 μ T.

Los porcentajes de error entre los datos arrojados para las ciudades suramericanas y Roma se encuentran por debajo de 0,75% de error, mientras que los datos de Helsinki están en 2.69% y Ciudad del Cabo con 3.91%, todos con porcentajes de error aceptables.

Con la Interacción Gravitatoria por Aproximación al Elipsoide

Con el empleo de las ecuaciones que permiten hacer ajustes de segundo orden en la ecuación de la gravedad y con el propósito de obtener un mayor acercamiento a valores que se ajusten a la realidad debido a la adopción de la forma de la tierra, como sucede con un elipsoide, se obtienen los datos de inducción magnética depositados en la tabla 3.

Tabla 3. Datos de Inducción magnética por aproximación al elipsoide y % de error entre datos.

Ciudad	Latitud (grados)	Angulo Declinac (grados)	Inducción magnética (real) (nt)	Inducción magnética (nt) (calculada)	% error
Caracas (Venezuela)	10,4881	-15	38.000	37.821,50	0,47%
Bogotá (Colombia)	4,6097	-7	32.000	32.100,74	0,31%
La Paz (Bolivia)	-16,5022	-6	32.000	31.770,96	0,72%
Roma (Italia)	41,8947	3	45.000	44.905,90	0,21%
Helsinki (Finlandia)	60,1694	7	51.000	52.126,05	2,21%
Ciudad del Cabo (Sudáfrica)	-33,9258	-27	30.000	31.054,96	3,52%

Fuente: Elaboración propia

Al aplicar la ecuación que unifica la interacción electromagnética, en función de la gravedad, Helsinki presenta el dato con mayor cantidad de inducción magnética con 52 126,05 nT, con una diferencia de 1,12605 μ T entre el valor real y el valor de la inducción magnética calculada, seguida de Roma con 44,90 μ T, mientras que las suramericanas y la surafricana se encuentran entre 31 y 38 μ T. Por otra parte, los porcentajes de error en las ciudades suramericanas y Roma se encuentran por debajo de 0,72% de

error que se presenta para La Paz, mientras que los datos de Helsinki arrojan un 2.21% y Ciudad del Cabo con 3.52%, que continúan teniendo porcentajes de error aceptables.

Porcentaje de Error en la Fórmula de Unificación de la Inducción Magnética en Función de la Interacción Gravitatoria, por la Formula Clásica y por Aproximación al Elipsoide.

Los datos obtenidos con la aplicación de la ecuación que unifica la inducción magnética y la interacción gravitatoria, por ambos métodos, se consignan en la tabla 4.

Tabla 4. Comparación de datos de inducción magnética por ambos métodos.

Ciudad	Inducción magnética (real) (nt)	Inducción magnética (clásica) (nt)	Inducción magnética (elipsoide) (nt)	% error (e)
Caracas (Venezuela)	38.000	37.957,94	37.821,50	0,36%
Bogotá (Colombia)	32.000	32.241,43	32.100,74	0,44%
La Paz (Bolivia)	32.000	31.930,26	31.770,96	0,50%
Roma (Italia)	45.000	45.089,02	44.905,90	0,41%
Helsinki, Finlandia	51.000	52.373,79	52.126,05	0,47%
Ciudad del Cabo (Sudáfrica)	30.000	31.172,38	31.054,96	0,38%

Fuente: Elaboración propia

En lo que respecta a los valores obtenidos aplicando la ecuación que unifica a la inducción magnética, en función de la interacción gravitatoria por el método clásico de las ecuaciones newtonianas, en comparación con las que asumen la tierra como un elipsoide, se puede establecer que los valores también son menores en los datos calculados por el método del elipsoide; aunque los porcentajes de error entre ambos métodos se encuentran por debajo del 0.50%.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos para los lugares escogidos con el empleo de la ecuación que unifica la fuerza electromagnética en función de la interacción gravitatoria, permiten concluir su validez, toda vez que estos datos arrojados con su aplicación se encuentran cercanos a los que presenta realmente la inducción magnética, de acuerdo con la figura *International Geomagnetic Reference Field (IGRF)* (2006) en Martínez (2014), aunque puede encontrarse para cualquier latitud en la superficie del planeta.

Se destaca el hecho de que, al acercarse al valor de la gravedad por las ecuaciones que semejan a la tierra como un elipsoide de revolución, se permite conseguir un mayor grado de exactitud en los valores

reales para la interacción gravitacional en las ciudades escogidas, toda vez que los porcentajes de error son despreciables entre los datos obtenidos con la aplicación de la fórmula y los datos reales; mientras que los datos obtenidos con respecto al valor de la inducción magnética, se consigue una mayor aproximación a la realidad por el método que aplica las formulas newtonianas a la interacción gravitatoria, aunque los porcentajes de error son despreciables entre los datos de ambos métodos y su acercamiento a la realidad garantiza la validez de la ecuación.

La ecuación que unifica la fuerza electromagnética con la interacción gravitatoria, por medio de la inducción magnética, puede ser aplicada en cualquier latitud sobre la superficie de la tierra, conociendo su latitud, su altura y el grado de declinación. Con la ecuación que unifica estas fuerzas, sólo basta con conocerse el valor de la gravedad y el grado de declinación en la latitud que se desee, para encontrar la inducción magnética; o conociendo el dato de la inducción magnética del lugar y la declinación, puede hallarse la interacción gravitatoria.

El grado de declinación es importante para acercar el valor de la inducción magnética al valor real en la latitud que se desee, haciendo claridad que los datos reales se toman de NOAA/NGDC & CIRES (2010). Esta ecuación, al permitir relacionar o unificar la fuerza electromagnética con la interacción gravitatoria, también permite concluir que la gravedad es una fuerza que se encuentra interrelacionada con las otras fuerzas que rigen al planeta, como esta ecuación lo acaba de establecer.

BIBLIOGRAFÍA

- Dzib, D. (2017). *Curso básico de geodesia*. Instituto Tecnológico de Mérida.
https://www.academia.edu/23389717/CURSO_B%C3%81SICO_DE_GEODESIA
- Estrada, LA. (2013). *Apuntes de geomagnetismo. Para alumnos de ingeniería geodésica y geofísica de la facultad de ciencias exactas y tecnología de la Universidad Nacional de Tucuman*. Universidad Nacional de Tucuman. <https://catedras.facet.unt.edu.ar/geofisica/wp-content/uploads/sites/4/2014/02/Geomagnetismo-para-Ingenieros.pdf>
- García, A.; Rosique, M. y Torres, M. (2017). *Topografía y cartografía mineras*. Universidad Politécnica de Cartagena. <file:///C:/Users/prestamo/Downloads/isbn9788416325405.pdf>

- Giovanini, A. (s.f.). *Geodésia geométrica: O Que é e Aplicações?*.
<https://adenilsongiovanini.com.br/blog/geodesia-geometrica-o-que-e-e-suas-aplicacoes/>
- Hernández, R.; Collado, CF. y Baptista, M.delP. (2014). *Metodología de la investigación*. 6ª edición.
 McGraw-Hill / Interamericana Editores
- Hinze, W. Aiken, CLV.; Brozena, JM. y Coakley, B. (2005). New standards for reducing gravity data:
 The North American gravity database. *Geophysics*, 70 (4), J25-J32. DOI: 10.1190/1.1988183
- Martínez, P. (2014). *Prospección Geofísica – I. Métodos de Campo Natural. (Gravimetría y Magnetometría)*. Universidad Politécnica de Cartagena. I.S.B.N.: 978-84-95781-90-1.
https://www.researchgate.net/figure/Figura-2-21-Intensidad-total-del-campo-magnetico-terrestre-Mapa-isodinamico_fig19_342600803
- Miller, M. (2015). *Geofísica de la Tierra Sólida 513335. Parte III El Campo Magnético de la Tierra*.
 Universidad de Concepción. https://mttmlr.com/geoTS_files/geo_ts_cap3.pdf.
- Moritz, H. (2000). Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*, 74, 128-133. DOI
 10.1007/s001900050278
- Newton.burney.ws (1997). *Earth Fact Sheet. Terrestrial Magnetosphere*.
<http://newton.burney.ws/planets/NASA%20Planet%20Stuff/nasafactsheets/earthfact.html>
- NOAA/NGDC & CIRES (2010).US/UK World Magnetic Model-Epoch2010.0. Main Field Declination
 (D).
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d4/World_Magnetic_Declination_2010.pdf
- Sevilla, M. (1994). *Análisis de observaciones gravimétricas y cálculo preciso de anomalías*.
 Universidad Complutense. Instituto de astronomía y geodesia. Publicación N° 188.
https://digital.csic.es/bitstream/10261/26572/1/N188_1994.pdf
- Shrbeny, Luka's (2010). *Meteor Shower Fireballs*. Charles Univerzity in Prague.
<https://www.asu.cas.cz/~shrbeny/download/shrbeny-thesis.pdf>
- Zepeda, R. (2014). *Geodesia geométrica. Revisión 3*.
https://www.academia.edu/35816685/GEODESIA_GEOM%C3%89TRICA

Zhu, M. y Zhang, J. (2012). Research of the Earth's Radius Valued Method in Radar Low Altitude Target Detection. *Physics Procedia* 25, 1192 – 1196. DOI:10.1016/j.phpro.2012.03.219