



Simulación y comparación de controladores PID, Liapunov y redes neuronales artificiales: Abordando el rechazo de perturbaciones en sistemas no lineales a través de modelado computacional

Carlos Alberto Saldaña¹

csaldana@upse.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0001-7630-9889>

Universidad Estatal Península de Santa Elena,
La Libertad, Ecuador.

Alfredo Ramón Tumbaco Reyes

atumbaco@upse.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0001-6469-7191>

Universidad Estatal Península de Santa Elena,
La Libertad, Ecuador

Franklin Illich Kuonquí Gaínza

fkunqui@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-8842-5799>

Universidad Politécnica Salesiana:
Guayaquil, Guayas, Ec.

Patricia Isabel Pasmay Bohórquez

ppasmay@espol.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0004-7199-1224>

Escuela superior politécnica del litoral.
Guayaquil, Ecuador.

Cecibell Alexandra Malave Vivar

cecibellmalavevivar@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-0990-5829>

Instituto Tecnológico Superior
Centro Tecnológico Naval Salinas,
Santa Elena, Ecuador.

RESUMEN

El control de sistemas complejos se basa en resolver problemas en sistemas no lineales, los cuales generalmente son inestables. Un ejemplo de dicho sistema es el robot de auto equilibrio de dos ruedas, un problema típico en el área de modelado y control de sistemas, y un desafío intrigante para entender y controlar. Este artículo tiene como objetivo observar las diferentes características de tres métodos de control existentes en un sentido general, comenzando con el control clásico utilizando el bien conocido PID, seguido por las matemáticas de las funciones candidatas de Liapunov, y finalmente revisando la contribución de los algoritmos de redes neuronales artificiales (ANN). El control PID, el control de Liapunov y el control de redes neuronales artificiales son tres técnicas de control diferentes que pueden ser utilizadas para rechazar perturbaciones en sistemas no lineales. Cada una de estas técnicas tiene sus propias ventajas y desventajas en términos de su capacidad para rechazar perturbaciones en sistemas no lineales. El control PID es una técnica de control bien establecida que puede utilizarse para controlar una amplia variedad de sistemas, incluidos los sistemas no lineales, pero puede no ser tan efectivo para rechazar perturbaciones en sistemas no lineales, ya que la respuesta del controlador puede no ser lo suficientemente rápida o precisa para compensar las perturbaciones. El control de Liapunov es una técnica de control basada en la teoría matemática de la estabilidad y utiliza una función de Liapunov para garantizar la estabilidad del sistema. El control de redes neuronales artificiales se basa en el aprendizaje automático y utiliza una red neuronal para modelar el comportamiento del sistema y generar una señal de control adecuada. Este artículo realiza una comparación entre estos controladores, dando un paso desde el control clásico hacia algunas de las técnicas de control actuales.

Palabras clave: *simscape multibody; PID; lazo cerrado; Liapunov; ANN; simulink.*

¹ Autor principal

Correspondencia: csaldana@upse.edu.ec

Simulation and Comparison of PID, Liapunov, and ANN Controllers: addressing disturbance rejection in nonlinear systems through computational modeling

ABSTRACT

The control of complex systems is based on solving problems in nonlinear systems, which are generally unstable. One example of such a system is the two-wheeled self-balancing robot, a typical problem in the area of systems modeling and control, and an intriguing one to understand and control. This article aims to observe the different characteristics of three existing control methods in a general sense, starting with classical control using the well-known PID, followed by the mathematics of Liapunov candidate functions, and finally reviewing the contribution of artificial neural network algorithms. PID, Liapunov control, and artificial neural network control are three different control techniques that can be used to reject disturbances in nonlinear systems. Each of these techniques has its own advantages and disadvantages in terms of their ability to reject disturbances in nonlinear systems. PID control is a well-established control technique that can be used to control a wide variety of systems, including nonlinear systems, but may not be as effective in rejecting disturbances in nonlinear systems, as the controller's response may not be sufficiently fast or accurate to compensate for the disturbances. Liapunov control is a control technique based on mathematical stability theory and uses a Liapunov function to ensure system stability. Artificial neural network control is based on machine learning and uses a neural network to model the system's behavior and generate a suitable control signal.

This article makes a comparison between these controllers, taking a step from classical control to some of the current control techniques.

Keywords: *simscape multibody; PID; closed loop; liapunov; ANN; simulink.*

Artículo recibido 28 junio 2023

Aceptado para publicación: 28 julio 2023

INTRODUCCIÓN

El robot de auto equilibrio de dos ruedas, dinámicamente estable y equilibrado, puede ser un robot personal eficiente, ya que puede tener una altura suficiente para interacciones a nivel de los ojos y ser lo suficientemente estrecho para moverse en entornos humanos congestionados. Son capaces de interactuar físicamente de manera segura y tienen capacidades dinámicas para moverse a velocidades cercanas a las de los humanos [1].

La mayoría de las técnicas utilizadas para controlar sistemas no lineales requieren información completa sobre el sistema que se va a controlar en forma de un modelo, y a veces, no es fácil obtener información completa sobre el sistema. En tales casos, pueden utilizarse técnicas sin modelo. Además, la estabilidad es una preocupación importante con los sistemas no lineales, y existen algunas teorías bien desarrolladas para abordar la estabilidad de los sistemas no lineales, como la teoría de Liapunov [2].

Los controladores PID se utilizan comúnmente en industrias debido a su estructura simple y facilidad de implementación [3]. Sin embargo, los controladores PID ajustados con métodos convencionales muestran un rendimiento deficiente para sistemas con retardos en el tiempo [4] [5]. El trabajo realizado en [6] propuso una ley de control no lineal para controlar el Carro Péndulo Invertido (IPC), cuyo objetivo es hacer que el sistema sea asintóticamente estable alrededor de la posición vertical inestable, mencionando que el principal mérito es la construcción de una función de Liapunov adecuada que permite derivar el controlador y calcular el dominio de estabilidad de manera sencilla.

Las Redes Neuronales Artificiales (ANNs), desde un punto de vista computacional, no son más que procedimientos generales para aprender funciones no lineales. El esquema de control neuronal más simple, llamado modelado inverso directo, utiliza el propio sistema para generar pares de entrada-salida y entrenar el modelo inverso directamente intercambiando entradas y salidas [7].

En este artículo, presentamos los resultados del control PID (Proporcional, Integral, Derivativo), control de Liapunov y control de redes neuronales artificiales en un sistema no lineal invariante en el tiempo. Las dinámicas presentadas están en la etapa transitoria de la respuesta de la variable de posición θ , en la punta del sistema.

MATERIALES Y MÉTODOS

Especificaciones Mecánicas del Robot auto equilibrado.

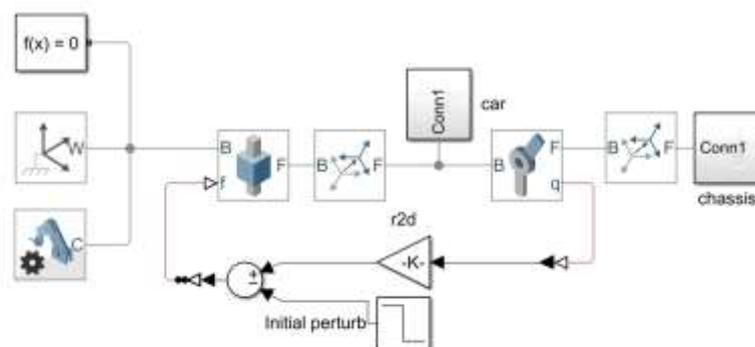
El modelado y diseño del robot se llevan a cabo en un entorno de simulación llamado Simscape Multibody. Este artículo se basa en una metodología experimental y teórica, en la cual se realizan pruebas para obtener respuestas relacionadas con la trayectoria recorrida, el ángulo de inclinación, la respuesta del motor eléctrico y la estabilización del robot frente a perturbaciones. Estos sistemas se fundamentan en el modelo matemático de un péndulo invertido, ya que el robot responde a este principio [8]. El cuerpo del robot tiende naturalmente a inclinarse debido al peso de la estructura, lo que desequilibra al robot y desplaza el punto de equilibrio de 0 a 180°. Este desequilibrio en el sistema del robot puede estabilizarse mediante una acción de control inverso, que implica un movimiento hacia adelante y hacia atrás de las respectivas ruedas [9]. Para la construcción del robot, se utiliza como referencia el "Robot Auto equilibrado de dos ruedas" de Mouad Boumediene [10], definiendo características mecánicas específicas de un sistema real como se describen en la Tabla 1.

Table 1. Dimensiones mecánicas de los componentes del robot.

No	Parte	Dimensiones	Masa
3	Placas/Bases	18x8x25[cm]	0.0625 kg
4	Soportes laterales	R=5mm largo=25cm	0.25 kg
2	Radio rueda interior	R=36mm	0.1385 kg
2	Radio rueda exterior	R=48mm	0.085 kg

La figura 1 muestra el diagrama de bloques que representa el modelo físico del sistema.

Figura 1. Modelo de robot auto equilibrado de dos ruedas [10].



CONTROLADOR PID.

Para este trabajo, se implementa un controlador PID sin un modelo, utilizando el bloque de autoajuste en Simulink. El bloque utiliza la respuesta de frecuencia estimada para calcular los parámetros del controlador PID. El algoritmo de ajuste tiene como objetivo equilibrar el rendimiento y la robustez al tiempo que se logra el ancho de banda de control y el margen de fase especificados [11]. Los bloques automáticos de ajuste PID funcionan realizando un experimento de estimación de respuesta de frecuencia. Estos bloques inyectan señales de prueba en la planta y ajustan los parámetros del PID basándose en una respuesta de frecuencia estimada. Para lograr un ajuste sin modelo, el bloque de autoajuste PID en bucle cerrado realiza lo siguiente: inyecta una señal de prueba en la planta para recopilar datos de entrada y salida de la planta y estimar la respuesta de frecuencia en tiempo real. La señal de prueba es una combinación de señales de perturbación sinusoidal añadidas a la entrada de la planta. Al final del experimento, se ajustan los parámetros del controlador PID basados en las respuestas de frecuencia estimadas de la planta cercanas al ancho de banda objetivo.

El diseño del controlador PID está ampliamente desarrollado en teoría de control. Este artículo tiene como objetivo comparar los resultados para un proceso no lineal y analizar las ventajas y desventajas de usar cada controlador en relación con las diferentes respuestas del sistema.

CONTROLADOR BASADO EN LIAPUNOV.

El teorema de Liapunov es una herramienta poderosa para estudiar la estabilidad de sistemas lineales y no lineales. En este artículo, se utiliza para limitar los conjuntos de acciones y mantener el sistema del robot auto balanceado en un estado estable. En el método de Liapunov directo, se define una función candidata de Liapunov. Para que $E(x)$ sea una función candidata de Liapunov, debe cumplir con las siguientes condiciones, donde se asume que $x = 0$ es el punto de equilibrio:

$$E(0) = 0 \quad (1)$$

$$E(x) > 0, \forall x \notin 0 \quad (2)$$

$$\dot{E}(x) < 0, \forall x \notin 0 \quad (3)$$

Considerando el sistema de péndulo invertido de dos ruedas como el principio de la dinámica de un robot auto balanceado de dos ruedas, el modelo dinámico no lineal se puede obtener a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange [12], utilizando las siguientes ecuaciones:

$$[(M + m)]\ddot{x} + Lm \cos \theta \ddot{\theta} - mL\dot{\theta}^2 \sin \theta = f \quad (4)$$

$$mL \cos \theta \ddot{x} + mL^2\ddot{\theta} - mgL \sin \theta = 0 \quad (5)$$

A partir de las ecuaciones 4 y 5, x representa el desplazamiento del robot, θ es el ángulo de inclinación del robot, el voltaje aplicado a los motores de las ruedas está representado en la ecuación 4 por la variable f , los parámetros M y m representan la masa de la base (ruedas y base del robot) y la masa del robot, respectivamente, y la variable L es la distancia desde el centro de gravedad del robot hasta el eje de las ruedas. Para normalizar las ecuaciones 4 y 5, se definen las siguientes variables de escala y constantes positivas.

$$q = \frac{x}{L}, u = \frac{f}{(mg)}, \delta = \frac{M}{m}, d\tau = \sqrt{\frac{g}{L}} t \quad (4)$$

Así, el sistema de ecuaciones 4 y 5 se expresa a través de las siguientes ecuaciones:

$$(\delta + 1)\ddot{q} + \cos \theta \ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 \sin \theta = u \quad (5)$$

$$\cos \theta \ddot{q} + \ddot{\theta} - \sin \theta = 0 \quad (6)$$

Las ecuaciones 7 y 8 conducen a un sistema más simple. Aplicando linealización de retroalimentación parcial al sistema expresado en las ecuaciones 7 y 8 [13], el modelo resultante se muestra en la ecuación 9.

$$u = \cos \theta \sin \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta + v (\sin^2 \theta + \delta) \quad (7)$$

El sistema normalizado de ecuaciones 8 y 9 se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\ddot{\theta} = \sin \theta - \cos \theta v \quad (8)$$

$$\ddot{q} = v \quad (9)$$

El conjunto de ecuaciones diferenciales 10 y 11 puede expresarse como:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)v \quad (10)$$

Dado que:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \sin \theta \\ \dot{q} \\ 0 \end{bmatrix}; g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \theta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Con la notación $x^T = (\theta, \theta', q, q') \in R^4$, se observa que si $v = 0$ y $\theta \in [0, 2\pi]$, el sistema tiene dos puntos de equilibrio, uno inestable en $q = (0, 0, 0, 0)$ y otro estable en $q = (\pi, 0, 0, 0)$.

Declaración del problema: El propósito del control es estabilizar asintóticamente el robot alrededor del punto de equilibrio inestable $q = (0, 0, 0, 0)$, aplicando el método de Liapunov, considerando inicialmente que la estructura del robot se encuentra por encima del plano horizontal $I_S = (-\theta_S, \theta_S)$ con $\theta_S < \frac{\pi}{2}$. En resumen, el objetivo es llevar el robot a la posición de equilibrio o posición superior y la posición angular de la rueda a cero, de forma paralela.

Diseño del controlador: La idea es proponer una función localmente definida positiva o función de Liapunov V , de tal manera que su derivada sea al menos semi definida negativa para un dominio de atracción. Finalmente, la estabilidad asintótica del sistema en bucle cerrado se logra aplicando el teorema de LaSalle.

Función candidata de Liapunov: Tomando como referencia el trabajo realizado en [14], se construye una función localmente definida positiva V .

$$v = - \frac{\dot{\xi}_x + k_i \xi_x + k_p (\cos \theta - \dot{\theta}^2) \sin \theta}{1 + k_i - k_p \cos^2 \theta} \quad (14)$$

$$v = - \frac{\dot{q} + k_p \dot{\theta} \cos \theta + k_i (q + k_p \sin \theta) + k_p (\cos \theta - \dot{\theta}^2) \sin \theta}{1 + k_i - k_p \cos^2 \theta} \quad (15)$$

Y las constantes estrictamente positivas $k_i, k_l, y k_p$, bajo el supuesto de que la desviación inicial del ángulo θ está en el semiplano superior. Entonces, el origen del sistema en lazo cerrado es localmente asintóticamente estable.

CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES ARTIFICIALES, MODELO INVERSO.

Es posible modelar el sistema indicado e identificar el rendimiento del sistema dinámico complejo mediante el uso de redes neuronales. La tecnología de redes neuronales incluye la construcción de arquitecturas de red y su entrenamiento.

La red de perceptrón multicapa (MLP) es la más ampliamente utilizada por los miembros de la familia de redes neuronales debido a su capacidad para modelar relaciones funcionales simples y muy complejas. Siguiendo la referencia [15], se utiliza una red MPL completamente conectada de dos capas con p entradas, m salidas y neuronas ocultas. Para aquellas redes MLP que tienen solo una capa oculta, solo se utilizan funciones de activación sigmoideas en la capa oculta y una función de activación lineal en la salida \hat{y}_i , que puede expresarse como una función de pesos y entradas.

$$\hat{y}_i = F_i \left[\sum_{i=1}^q W_{ij} f_i \left(\sum_{k=1}^p w_{jk} u_k + w_{j0} \right) + W_{i0} \right] \quad (16)$$

Las ponderaciones W_{ij} y w_{jk} ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, q$) especificadas por el vector θ son parámetros ajustados a la red y se determinan a partir de un conjunto de datos mediante el proceso llamado entrenamiento. Los datos de entrenamiento son un conjunto de entradas $\{u(s)\}$ y las salidas deseadas correspondientes $\{y(s)\}$. La función tangente hiperbólica se selecciona como la función de activación sigmoidea f en la capa oculta.

Los datos de entrenamiento se especifican mediante N puntos, como sigue:

$$Z^N = \{[u(s), y(s)]\}_{s=1, \dots, N}. \quad (17)$$

Luego, el objetivo del entrenamiento es determinar las asignaciones de un conjunto de datos Z^N , los posibles pesos $\hat{\theta}$.

$$Z^N \rightarrow \hat{\theta} \quad (18)$$

Así, la red neuronal puede predecir $\hat{y}_i(s)$, cercano a los resultados de la salida real $y(s)$.

$$VN(\theta, Z^N) = \frac{1}{2^N} \sum_{s=1}^N [y(s) - \hat{y}(s|\theta)]^T [y(s) - \hat{y}(s|\theta)] \quad (19)$$

$$+ \frac{1}{2^N} \theta^T D \theta,$$

Donde D es la matriz de regulación. Para una descomposición de peso simple, D es una matriz diagonal seleccionada como $D = \varepsilon I$, donde " I " es una matriz unidad y ε es un número pequeño que representa la descomposición de peso. Este criterio también se denomina criterio regularizado. Si $D = 0$, entonces se denomina criterio no regularizado. El vector de pesos se encuentra entonces como:

$$\hat{\theta} = \arg_{\theta} \min V_N(\theta, Z^N) \quad (13)$$

Mediante un esquema iterativo de minimización:

$$\hat{\theta}^{(i+1)} = \hat{\theta}^{(i)} + \mu^{(i)} f^{(i)}, \quad (14)$$

donde $\hat{\theta}^{(i)}$ denota la i -ésima iteración, $f^{(i)}$ es una dirección de búsqueda basada en información sobre $V(\theta, Z^N)$ adquirida en iteraciones anteriores, y $\mu^{(i)}$ es el tamaño del paso determinado para una disminución adecuada del valor de $V(\theta, Z^N)$ obtenido.

CONTROLADOR ANN.

Para el desarrollo del controlador, se utiliza la técnica del modelo inverso. De acuerdo con el desarrollo en la referencia [16], el modelado del sistema se diseña primero utilizando redes neuronales artificiales (ANN) de la siguiente manera.

Consideremos un sistema con:

$$y_{k+1} = f(y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-n}, r_k, r_{k-1}, \dots, r_{k-m}) \quad (15)$$

$$r_k = f^{-1}(y_{k+1}, y_k, \dots, y_{k-n}, r_{k-1}, \dots, r_{k-m}) \quad (16)$$

Como se muestra en la Figura 2:

Figura 2. Diagrama de bloques para la modelización del sistema.



El objetivo es diseñar un perceptrón multicapa capaz de modelar la función f^{-1} , para ello:

1. Obtener las secuencias de entrada y salida del proceso.

$$\{r_k\}, \{y_k\}, k = 1 \dots N \quad (17)$$

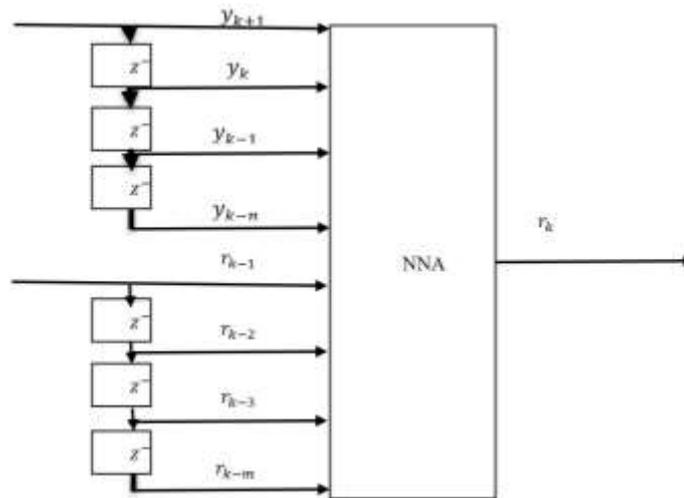
2. Formar un conjunto de patrones de entrenamiento con vectores de entrada y objetivos.

$$x_k = \begin{bmatrix} y_{k+1} \\ y_k \\ \vdots \\ y_{k-n} \\ r_{k-1} \\ r_{k-2} \\ \vdots \\ r_{k-m} \end{bmatrix} \quad t_k = [r_k] \quad (18)$$

3. Crear la red con la estructura deseada (número de capas, etc.).
4. Entrenar la red utilizando la regla delta.

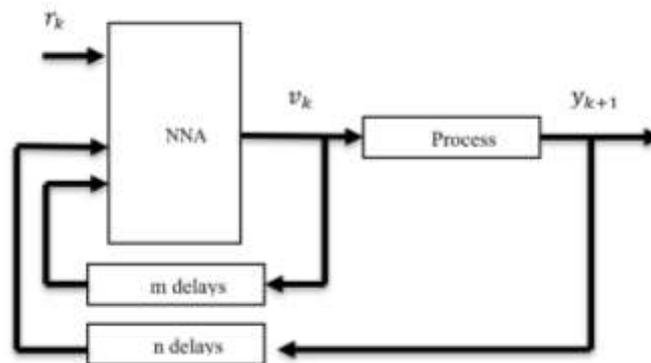
La estructura del diseño para la adquisición de datos se muestra en la Figura 3.

Figura 3. Diagrama de bloques para el modelado de la red neuronal artificial (ANN).



Una vez que se ha realizado el modelado, se establece la estructura del sistema de control para un proceso con una red neuronal artificial, como se muestra en la figura:

Figura 4. Diagrama de bloques del sistema de control con red neuronal artificial (RNA).



Luego, el objetivo es lograr $y_{k+1} = r_k$, para ello, la entrada a la red se reemplaza por la referencia (salida deseada) r_k , de esta manera la red proporciona la señal de control necesaria v_k , se recomienda filtrar la señal de control v para evitar oscilaciones.

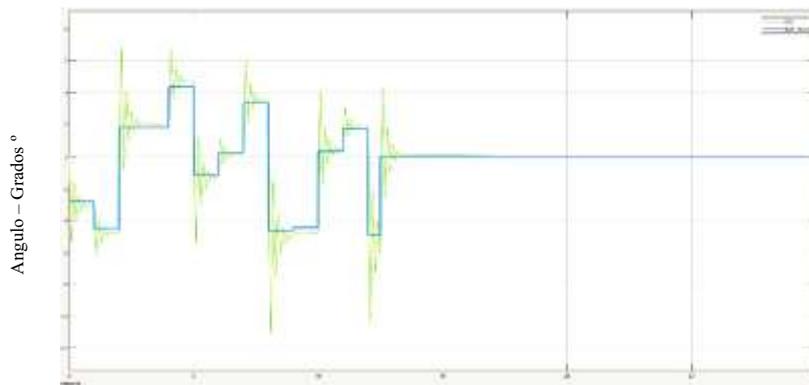
RESULTADOS Y ANÁLISIS

El control PID, el control de Liapunov y el control de redes neuronales artificiales son tres técnicas de control diferentes que se pueden utilizar para controlar sistemas dinámicos en presencia de perturbaciones. Cada una de estas técnicas tiene sus propias ventajas y desventajas en cuanto a su capacidad para manejar perturbaciones.

Para el análisis del control de Liapunov, se implementa la ecuación 15 dentro de Simulink - Simscape.

El controlador toma como entrada las variables de posición de equilibrio del robot en radianes y el desplazamiento del robot a lo largo del eje x en metros, que se obtienen gracias a bloques de articulación revoluta y articulación prismática. El controlador basado en Liapunov contiene tres constantes estrictamente positivas k_p , k_i y k_l , que regulan la señal de control aplicada. Para el control de la ANN, la red entrenada se implementa utilizando el mismo entorno. Los parámetros ideales para el error cuadrático medio (MSE) son 0% y para el coeficiente de determinación (R) es 1. En este caso, el entrenamiento de la red neuronal resultó en valores de MSE que oscilan entre 0.0249 y 0.0314, y valores de R que oscilan entre 0.9879 y 0.9909, por lo que se considera que la red neuronal entrenada es óptima. Al aplicar una señal variable como perturbación al sistema, se puede observar el comportamiento de respuesta a las diferentes propuestas de control en las siguientes figuras.

Figura 5 Respuesta ante perturbación con control PID.



En general, se puede observar que el control PID no responde rápidamente a las perturbaciones, como se muestra en la Figura 5, donde la respuesta oscila en presencia de perturbaciones en un período dado.

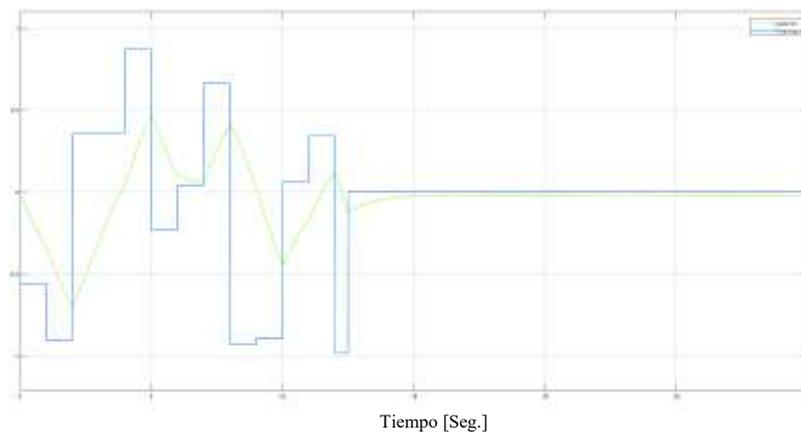
En contraste, el control de Liapunov responde mejor, intentando recuperar su punto de equilibrio. Entre los tres, el control de la ANN demuestra el mejor rendimiento en el rechazo de perturbaciones.

El control PID es una técnica de control bien establecida y se puede utilizar para controlar una amplia variedad de sistemas, incluidos aquellos que experimentan perturbaciones. El control PID utiliza tres componentes (proporcional, integral y derivativo) para generar una señal de control que compensa las perturbaciones. Sin embargo, el control PID puede no ser tan efectivo para manejar perturbaciones muy grandes o rápidas, ya que la respuesta del controlador puede no ser lo suficientemente rápida o precisa

para compensar estas perturbaciones, como se observa en la figura 5.

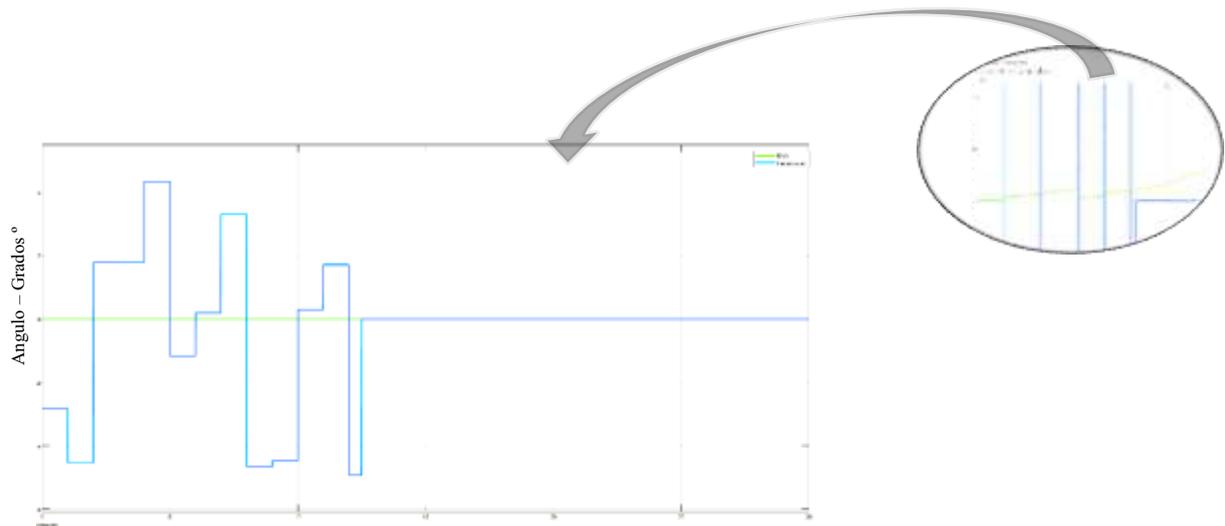
El control de Liapunov es una técnica de control basada en la teoría matemática de estabilidad y utiliza una función de Liapunov para garantizar la estabilidad del sistema. El control de Liapunov puede proporcionar una estabilidad global garantizada para el sistema, lo que significa que el sistema permanecerá en el punto de equilibrio deseado independientemente de las condiciones iniciales. Sin embargo, el control de Liapunov puede no ser tan efectivo para manejar perturbaciones muy grandes o rápidas, ya que la respuesta del controlador puede ser lenta en algunos casos, como se observa en la Figura 6.

Figura 6 Respuesta del sistema a diferentes perturbaciones - Control de Liapunov.



El control de redes neuronales artificiales se basa en el aprendizaje automático y utiliza una red neuronal para modelar el comportamiento del sistema y generar una señal de control adecuada. Este tipo de control puede ser muy eficaz para manejar perturbaciones en los sistemas, ya que la red neuronal puede "aprender" el comportamiento del sistema a partir de los datos y generar una señal de control precisa, como se muestra en la Figura 7. A un costado de la figura se puede observar la dinámica medida del sistema, se observa ligeros cambios en el comportamiento de la posición angular del eje del balancín, entre 1×10^{-8} y 1×10^{-9} grados.

Figura 7 Rechazo de perturbaciones usando redes neuronales artificiales (ANN).



CONCLUSIONES

El control PID (proporcional-integral-derivativo) y el control de Liapunov son dos técnicas de control diferentes utilizadas para estabilizar sistemas dinámicos en un punto de equilibrio deseado. El control con redes neuronales artificiales es otra técnica de control que también se puede utilizar con este propósito. Algunas de las principales diferencias entre estas tres técnicas observadas en este trabajo son las siguientes:

En cuanto a su enfoque, el control PID se basa en el control proporcional, integral y derivativo, mientras que el control de Liapunov se basa en la teoría matemática de estabilidad y utiliza una función de Liapunov para garantizar la estabilidad del sistema. Por otro lado, el control con redes neuronales artificiales se basa en el aprendizaje automático y utiliza una red neuronal para modelar el comportamiento del sistema y generar una señal de control adecuada.

En general, el control PID es adecuado para una amplia variedad de sistemas, pero puede no ser tan adecuado para sistemas complejos o no lineales como el discutido en este artículo. El control de Liapunov puede aplicarse a una amplia variedad de sistemas, pero se requiere un profundo conocimiento del sistema para determinar una función de Liapunov adecuada. Por último, el control con redes neuronales artificiales puede ser más adecuado para sistemas complejos o no lineales, ya que la red neuronal puede "aprender" el comportamiento del sistema a partir de datos.

En términos de precisión en el rechazo de perturbaciones, el control PID puede proporcionar estabilidad y precisión adecuadas en muchos casos, pero no en sistemas no lineales como este. Puede no ser tan preciso como el control de Liapunov o el control con redes neuronales artificiales. El control de Liapunov puede proporcionar una estabilidad global garantizada, pero puede no ser tan preciso como el control con redes neuronales artificiales. El control con redes neuronales artificiales puede ser más preciso, ya que la red neuronal puede modelar el sistema con un mayor grado de detalle, pero puede ser menos robusto y no proporcionar una estabilidad global garantizada.

Este trabajo se realizó gracias a la modelización computacional utilizando herramientas como Simulink y Simscape. Algunas de las ventajas observadas durante el desarrollo incluyeron:

Visualización y comprensión: Estas herramientas proporcionaron una representación gráfica y visual del sistema, lo que facilitó la comprensión de su comportamiento e identificación de las interacciones entre sus componentes.

Simulación y análisis: Simulink y Simscape permitieron la simulación del sistema no lineal en varios escenarios y condiciones. Esto permitió el análisis del comportamiento del sistema y una evaluación efectiva y acelerada de diferentes estrategias de control.

Además, estas herramientas ayudaron en el diseño y optimización de los controladores utilizados, como en el caso del control PID, donde se utilizó un bloque prediseñado de MATLAB. Para los otros dos controladores, se empleó la programación gráfica utilizando bloques de Simulink, lo que redistribuyó la carga de trabajo y preparó el sistema para el desarrollo de nuevas estrategias de control o generación automática de código para su implementación en sistemas embebidos o hardware en tiempo real.

En resumen, la modelización computacional facilitó la comprensión, análisis, diseño y optimización de los controladores desarrollados para este sistema, permitiendo obtener resultados adecuados y evaluar el sistema en respuesta a los controladores propuestos. Finalmente, en cuanto a la complejidad de implementar estos controladores, el control PID es relativamente fácil de implementar y requiere poco procesamiento computacional, mientras que el control de Liapunov puede ser algo más complejo y requerir más procesamiento en tiempo real. El control con redes neuronales artificiales puede ser más complejo y requerir más procesamiento computacional que los dos anteriores en sus dos primeras etapas.

REFERENCIAS

- U. Nagarajan, B. Kim, y R. Hollis, «Planning in high-dimensional shape space for a single-wheeled balancing mobile robot with arms», in *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, St Paul, MN, USA, may 2012, pp. 130-135. doi: 10.1109/ICRA.2012.6225065.
- A. Kumar y R. Sharma, «Liapunov theory based intelligent fuzzy controller for Inverted Pendulum», in *2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)*, Delhi, India, jul. 2016, pp. 1-5. doi: 10.1109/ICPEICES.2016.7853377.
- 1-0-1-k-j-astrom-pid-controllers-theory-design-and-tuning-2ed.pdf». Accedido: 30 de October de 2022. [online]. Disponible in: <https://aiecp.files.wordpress.com/2012/07/1-0-1-k-j-astrom-pid-controllers-theory-design-and-tuning-2ed.pdf>
- G. P. Liu y S. Daley, «Optimal-tuning PID control for industrial systems», *Control Eng. Pract.*, p. 10, 2001.
- O. Lequin, M. Gevers, M. Mossberg, E. Bosmans, y L. Triest, «Iterative feedback tuning of PID parameters: comparison with classical tuning rules», *Control Eng. Pract.*, vol. 11, n.º 9, pp. 1023-1033, sep. 2003, doi: 10.1016/S0967-0661(02)00303-9.
- C. Aguilar-Ibanez, «A constructive Liapunov function for controlling the inverted pendulum», in *2008 American Control Conference*, Seattle, WA, jun. 2008, pp. 5145-5149. doi: 10.1109/ACC.2008.4587311.
- Applications ANN Robotics ».
- J. F. Gómez y J. J. S. Martín, «DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ROBOT AUTOBALANCEADO», p. 115.
- Ar. Mahgoub, M. M. Elnaggar, y A. L. Elshafei, «Ad-hoc Modeling and Simulation Mechanism of a Self-balancing Robot for Testing L1 Adaptive Control», in *IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Singapore, Singapore, oct. 2020, pp. 82-87. doi: 10.1109/IECON43393.2020.9255152.
- two wheeled self-balancing robots». <https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/88768-two-wheeled-self-balancing-robot> (acceded 6 January, 2023).

- How PID Autotuning Works - MATLAB & Simulink - MathWorks América Latina». https://la.mathworks.com/help/slcontrol/ug/how-pid-autotuning-works.html?searchHighlight=Autotuner%20&s_tid=srchtitle_Autotuner%20_1 (acceded 30, November. 2022).
- J. W. Grizzle, C. H. Moog, y C. Chevallereau, «Nonlinear control of mechanical systems with an unactuated cyclic variable», *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 50, n.º 5, pp. 559-576, may 2005, doi: 10.1109/TAC.2005.847057.
- M. W. Spong y L. Praly, «Control of underactuated mechanical systems using switching and saturation», in *Control Using Logic-Based Switching*, vol. 222, A. Stephen Morse, Ed. London: Springer-Verlag, 1997, pp. 162-172. doi: 10.1007/BFb0036093.
- C. A. Ibañez, O. G. Frias, y M. S. Castañón, «Liapunov-Based Controller for the Inverted Pendulum Cart System», *Nonlinear Dyn.*, vol. 40, n.º 4, pp. 367-374, jun. 2005, doi: 10.1007/s11071-005-7290-y.
- Xia - 2003 - An inverse model of MR damper using optimal neural.pdf».
- Class Notes “Introducción a las Técnicas de Inteligencia Artificial”. Grupo de Ingeniería de Control de la Universidad de Cantabria.pdf».