

Control Continuous Twisting y Observador Super-Twisting Aplicado al Modelo Matemático No Lineal de un Generador Síncrono

Mtra. Susana Ramírez Yocupicio¹

susanaramirez64@Gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6746-9370>

Universidad Estatal de Sonora

Navojoa – México

Mtra. Patricia Ramona Andrade Salinas

patricia.andrade@ues.mx

<https://orcid.org/0000-0002-9723-3964>

Universidad Estatal de Sonora

Navojoa – México

Dr. Joel Ruiz Ibarra

joelruizibarra@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4932-2006>

Universidad Estatal de Sonora

Navojoa – México

Mtro. Juan Pablo Aguilar Limón

juan.aguilar@ues.mx

<https://orcid.org/0000-0003-1811-9803>

Universidad Estatal de Sonora

Navojoa – México

Mtro. Edgar Espinoza-Zallas

edgar.espinoza@ues.mx

<https://orcid.org/0000-0001-7667-5782>

Universidad Estatal de Sonora

Navojoa – México

Mtro. Jesús Ramiro Aragón Guajardo

Jesus.aragon@ues.mx

<https://orcid.org/0009-0000-5836-1560>

Universidad Estatal de Sonora

Navojoa – México

RESUMEN

Un porcentaje importante de la energía eléctrica que es consumida por la sociedad, es proporcionada por generadores síncronos. Esta energía no puede ser almacenada, por lo tanto, se genera conforme la demanda inmediata. Lo anterior, requiere de un delicado equilibrio entre generación y consumo. Para proporcionar niveles adecuados de voltaje y frecuencia, es necesario realizar acciones de control. En este trabajo se aplica un algoritmo de control *Continuous Twisting* para generar a una frecuencia constante. El propósito de la aplicación de este algoritmo en particular es debido a que es robusto, lo que es necesario debido a la naturaleza de la red eléctrica. Además, este algoritmo presenta una señal de control continua, de tal manera que el efecto de *chattering* desaparece, que es un efecto no deseado que presentan las primeras generaciones de control por modos deslizantes. Para facilitar la aplicación real a una máquina síncrona se utiliza un observador *Super-twisting*. Este observador es necesario para tener acceso a variables que no pueden ser medidas de manera directa. Además, es compatible con el control *Continuous Twisting*.

Palabras clave: generador síncrono; *chattering*; *continuous twisting*; observador.

¹ Autor principal

Correspondencia: susanaramirez64@Gmail.com

Control Continuous Twisting and Observer Super-Twisting Applied to the Mathematical Model No Linear of a Synchronous Generator

ABSTRACT

A significant percentage of the electrical energy that is consumed by society is provided by synchronous generators. This energy cannot be stored, therefore it is generated according to immediate demand. This requires a delicate balance between generation and consumption. To provide adequate voltage and frequency levels, it is necessary to perform control actions. In this work, a Continuous Twisting control algorithm is applied to generate at a constant frequency. The purpose of applying this algorithm in particular is because it is robust, which is necessary due to the nature of the electrical network. In addition, this algorithm presents a continuous control signal, in such a way that the chattering effect disappears, which is an undesired effect that the first generations of control by sliding modes present. To facilitate the actual application to a synchronous machine, a Super-twisting observer is used. This observer is necessary to have access to variables that cannot be directly measured. In addition, it is compatible with Continuous Twisting control.

Keywords: *synchronous generator; chattering, continuous twisting; observer.*

Artículo recibido 10 julio 2023

Aceptado para publicación: 10 agosto 2023

INTRODUCCIÓN

La generación de energía eléctrica está sujeta a la demanda de la misma. Almacenarla para su posterior uso es impráctico para alta demanda por lo que se requieren generadores síncronos que actúen conforme la demanda lo requiera [Del Toro, 1992]. Kundor, en 1994 describe la complejidad en la relación entre la generación y la demanda eléctrica tanto en sistemas fotovoltaicos como generadores eólicos. En un ambiente como el estado de Sonora, en México, es común encontrar problemas de sincronización de generadores/demanda ya que un día cualquiera en otoño puede tornarse de fresco a sumamente caluroso. Este fenómeno provoca que la mayoría de familias enciendan sus equipos de refrigeración en el hogar, incrementando la demanda eléctrica abruptamente, sacando de sincronía los generadores en relación a la demanda y provocando en algunos casos incluso fallas del sistema eléctrico.

Gao et al. en 1992 describe modelos matemáticos de generadores eléctricos que han sido tradicionalmente lineales con un esquema sencillo de diseño e implementación. En 2008, Kothari y Nagrath, en 2008 muestran consideraciones dinámicas importantes que se dejan de considerar en sistemas lineales, reduciendo así la robustez y capacidad de la red que se puede obtener con nuevas técnicas de control. Entre estas técnicas se tiene el método directo de Lyapunov [Machowski, 2000] que mejora el comportamiento de la red eléctrica mediante análisis de funciones de energía [Shen et al., 2005], control por modos deslizantes clásicos [Huerta et al., 2009], [Soto-Cota et al., 2006], [Lukianov et al., 2011] y control por modos deslizantes más modernos como *Continuous Twisting* [RAMIREZ-YOCUPICIO et al., 2018] ofreciendo mayor resiliencia en perturbaciones paramétricas en el canal de control [Kamal et al., 2014].

Las señales discontinuas, a alta frecuencia, presentan un efecto no deseado llamado *chattering* [Slotine y Sastry, 1983]. Para disminuir éste efecto, se han propuesto algoritmos de mayor orden para mantener la robustez del control por modos deslizantes [Shtessel y Buffington, 1998], entre ellos están *Twisting* de segundo orden [Shtessel et al., 2014], *Super-Twisting* [Kamal et al., 2014] y *Continuous Twisting* [Torres Gonzales et al., 2016].

El objetivo de utilizar el algoritmo de control *Continuous Twisting*, a un generador síncrono en este trabajo, es brindar un control robusto ante perturbaciones y dinámicas no modeladas, eliminando el efecto de *chattering* resultante de las primeras generaciones de control por modos deslizantes. Lo

anterior, debido a que la señal de control de este algoritmo es continua. Además, con la finalidad de acercar más la simulación a una aplicación real, se utilizará un observador, basado en *Super-Twisting*, debido a que no cualquier observador funciona correctamente con controles por modos deslizantes [Shtessel et al., 2014], [Chalanga et al., 2016].

Este artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera. En la sección de metodología se muestra el modelo matemático del generador síncrono, se especifica el objetivo de control y se propone utilizar la estructura de control propuesta en [RAMIREZ-YOCUPICIO et al., 2018] y se adapta el control *Continuous Twisting* y el observador por *Super-Twisting*. En la sección de resultados se muestran las simulaciones realizadas, tomando en cuenta perturbaciones en el par mecánico y corto circuito. Con respecto al observador, las condiciones iniciales no son iguales a las condiciones iniciales reales. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones de trabajo a futuro.

Modelo matemático del generador síncrono

En este artículo se utiliza un modelo matemático no lineal de ocho estados:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]$$

donde x_1 es el ángulo de carga, x_2 es la velocidad angular, x_3 es el enlace de flujo del devanado de campo, x_4 , x_5 y x_6 son el enlace de flujo de los devanados de amortiguamiento y finalmente x_7 y x_8 representan las corrientes del estator en el eje directo y cuadratura respectivamente [Soto, 2000]. El modelo matemático [Soto-Cota et al., 2006] se muestra a continuación:

$$\dot{x}_1 = x_2 - w_b$$

$$\dot{x}_2 = \frac{w_b}{2H} (T_m - T_e)$$

$$\dot{x}_3 = b_1 x_7 + b_2 x_5 + b_3 x_3 + w_b V_f$$

$$\dot{x}_4 = c_1 x_8 + c_2 x_6 + c_3 x_4$$

$$\dot{x}_5 = d_1 x_7 + d_2 x_3 + d_3 x_5$$

$$\dot{x}_6 = e_1 x_8 + e_2 x_4 + e_3 x_6$$

$$\dot{x}_7 = h_1 V_d + h_2 V_f + h_3 x_7 + h_4 x_3 + h_5 x_5 + h_6 x_2 x_4 + h_7 x_2 x_6 + h_8 x_2 x_8$$

$$\dot{x}_8 = k_1 V_q + k_2 x_8 + k_3 x_4 + k_4 x_6 + k_5 x_2 x_3 + k_6 x_2 x_5 + k_7 x_2 x_7$$

donde w_b es la velocidad angular deseada, T_m es el par mecánico, $T_e = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8$ es el par electromagnético, $V_d = V \sin x_1$, $V_q = V \cos x_1$ y V representa el bus al que se encuentra conectado el generador. V_f , que generalmente es un valor constante en el orden de los milivolts [Huerta et al., 2008], en este trabajo se considera como la entrada de control, es decir $V_f = u$. El resto de los valores representan parámetros propios del generador síncrono con el que se está trabajando y se encuentran descritos en el Anexo 1.

Objetivo de control

El objetivo de control es mantener el generador síncrono proporcionando voltaje alterno, a una frecuencia de 60Hz, a pesar de las perturbaciones que se puedan presentar. Para lograr lo anterior, es necesario que el rotor gire a la velocidad síncrona, dada por w_b . Lo anterior, sin perder de vista la estabilidad del voltaje en terminales del generador. El control debe tener una señal continua de tal manera que se evite el efecto de *chattering*. De tal manera, se define una función de error $e = x_2 - w_b$, que a su vez se toma como superficie deslizante y se obtiene su derivada,

$$s = s_1 = e = \dot{x}_1 = x_2 - w_b \quad (1)$$

$$\dot{s}_1 = s_2 = \dot{x}_2 = \frac{w_b}{2H} (T_m - T_e). \quad (2)$$

De esta manera, cuando el error sea igual a cero, la velocidad angular será igual a la velocidad síncrona $x_2 = w_b$.

Control *Continuous Twisting*

Para la aplicación del control por *Continuous Twisting* y garantizar su estabilidad, es necesario utilizar una primera estructura de control que nos permita el cálculo de las ganancias y la aplicación del controlador. En [RAMIREZ-YOCUPICIO et al., 2018] se propone una primera estructura de control, que será utilizada para adaptar el controlador propuesto en este artículo. La primera estructura de control está dada por

$$u = \frac{1}{w_b} (-q_1 + v_1)$$

donde

$$v_1 = -\left(\frac{2H}{w_b a_1 x_8 + h_2 q_3}\right)v.$$

de tal manera que se obtiene lo siguiente

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= s_2 \\ \dot{s}_2 &= v + q_5 \end{aligned} \quad (3)$$

donde

$$q_5 = \frac{h_2}{2H} q_1 q_3 - \frac{w_b}{2H} (q_2 + q_3 q_4)$$

Los valores de q_1, q_2, q_3, q_4 y q_5 se encuentra en el Anexo 3 y fueron tomados de [RAMIREZ-YOCUPICIO,2018].

El control por modos deslizantes se realizará tomando en cuenta (3). Siento v la nueva señal de control a diseñar y se asume que $|\dot{q}_5| \leq q \in \mathbb{R}$.

Aplicación del algoritmo de control *Continuos Twisting*

Para aplicar este control propuesto por [Torres-Gonzales et al., 2017], se toma en cuenta la salida deseada s y su derivada, es decir s_1 y s_2 , dadas por (1) y (2) respectivamente. Sin embargo, debido a la aplicación del observador, no se utilizan directamente los valores de s_1 y s_2 , sino los valores calculados que incluyan las estimaciones del observador *Super-Twisting* de alto orden descrito en la siguiente sección. De tal manera que, en lugar de utilizar s_1 y s_2 , se utilizará, z_1 y z_2 . De esta manera, el algoritmo de control v queda representado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} v &= -K_1 [z_1]^{\frac{1}{3}} - K_2 [z_2]^{\frac{1}{2}} + \eta \\ \dot{\eta} &= -K_3 [z_1]^0 - K_4 [z_2]^0, \end{aligned}$$

considerando la nomenclatura

$$[z_j]^p = |z_j|^p \text{sign}(z_j), j = \{1,2\} \text{ y } p = \left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}.$$

El cálculo de las ganancias, propuesto por los autores está dado por las siguientes ecuaciones:

$$K_1 = 1.109878 L^{\frac{2}{3}}$$

$$K_2 = 1.341066 L^{\frac{1}{2}}$$

$$K_3 = 0.033206 L$$

$$K_4 = 0.016846 L$$

Se propone un factor de ganancia $L = 9.5618$, de tal manera que los valores de K_i calculadas son

$$K_1 = 4.9999$$

$$K_2 = 1.1468$$

$$K_3 = 0.3175$$

$$K_4 = 0.1610.$$

Observador basado en *Super-Twisting* de alto orden

Para estimar el valor de \hat{s}_1 y \hat{s}_2 se utiliza el observador basado en *Super-Twisting* de tercer orden propuesto en [Chalanga et al., 2016].

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = z_1 + \theta_2$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = z_2 + u$$

Donde $z_1 = L_1|e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1)$ y $z_2 = L_2 \text{sign}(e_1)$ son los términos de corrección. Se define el error como $e_1 = x_3 - \hat{x}_3$

$$e_1 = x_3 - \hat{x}_3$$

Se proponen las ganancias $L_1 = 1$ y $L_2 = 1.1$, de acuerdo con [Chalanga et al., 2016]. Este observador se utilizará para estimar los valores de x_4 , x_5 y x_6 .

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para obtener los resultados de simulación, se utilizan los parámetros nominales de un generador síncrono trifásico de 555 MVA, con 24 kV a una frecuencia de 60 Hz. El rotor cuenta con dos polos, tres fases y se considera un bus infinito. Los parámetros del generador síncrono y la red externa están en valores por unidad (Huerta et al. 2009). Se toma en cuenta la inductancia y la resistencia de línea externa.

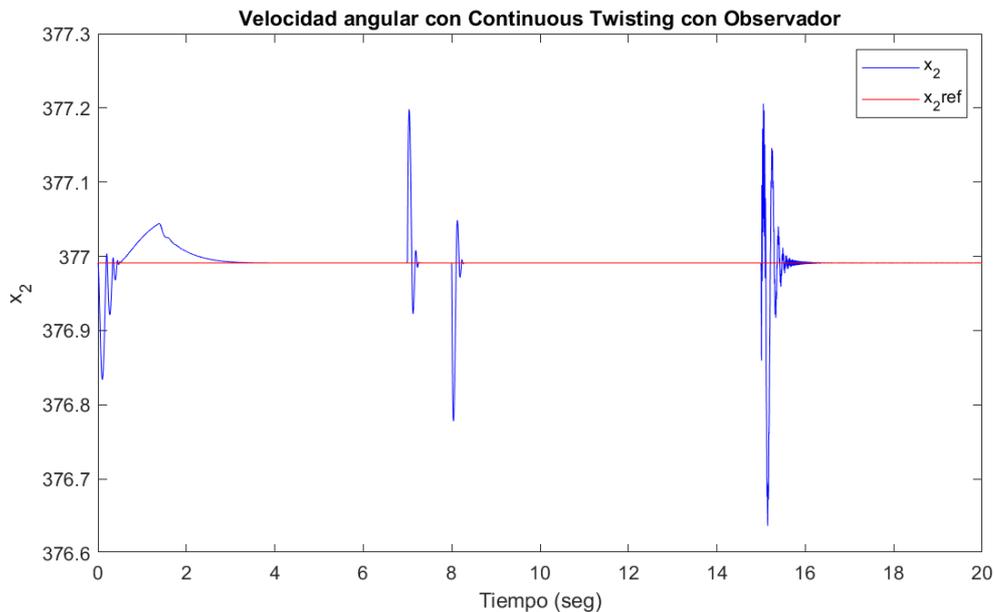
Para simular el control de la planta en lazo cerrado con el controlador y el observador, el modelo matemático se sometió a perturbaciones en el par mecánico y corto circuito. Se aplicó un aumento en el

par mecánico de $0.2 pu$ desde el tiempo $t = 7 seg$ a $t = 8 seg$. El corto circuito fue aplicado durante $0.1 seg$ a partir del tiempo $t = 15 seg$, para lograrlo se llevó el voltaje de bus infinito $V_{inf} = 0.7 pu$.

Los resultados de la velocidad angular (objetivo de control), el par electromecánico, la señal de control, el voltaje en terminales y los estados observados se muestran a continuación. Los valores de las condiciones iniciales se presentan en el anexo 3.

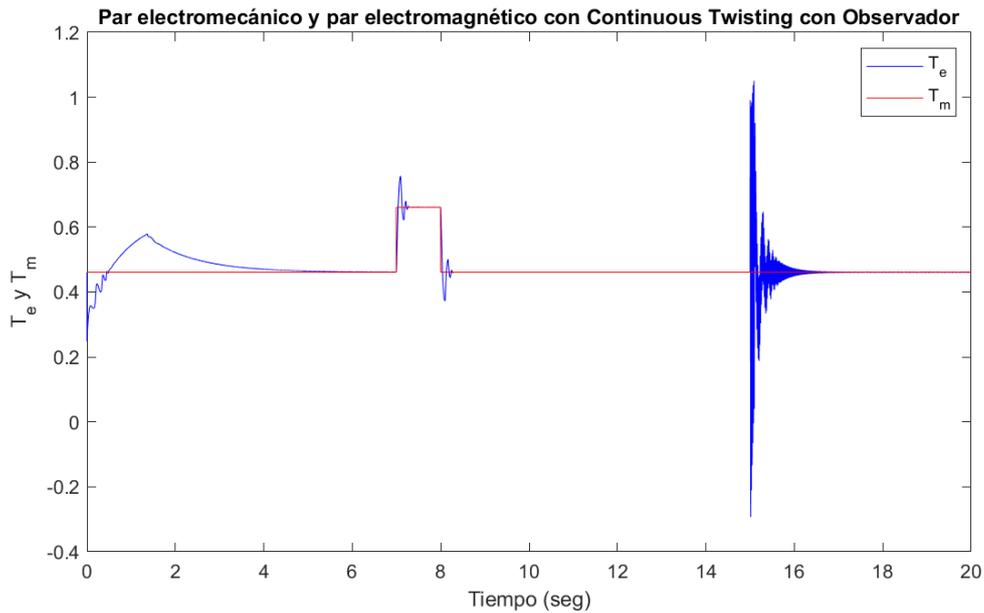
En el gráfico 1, la velocidad angular muestra convergencia en tiempo finito. Esto era de esperarse debido a que la superficie deslizante está diseñada de tal manera que la velocidad angular sea la velocidad síncrona y el algoritmo de control utilizado (Continuous Twisting) proporciona estabilidad en tiempo finito.

Gráfico 1. *Velocidad angular.*



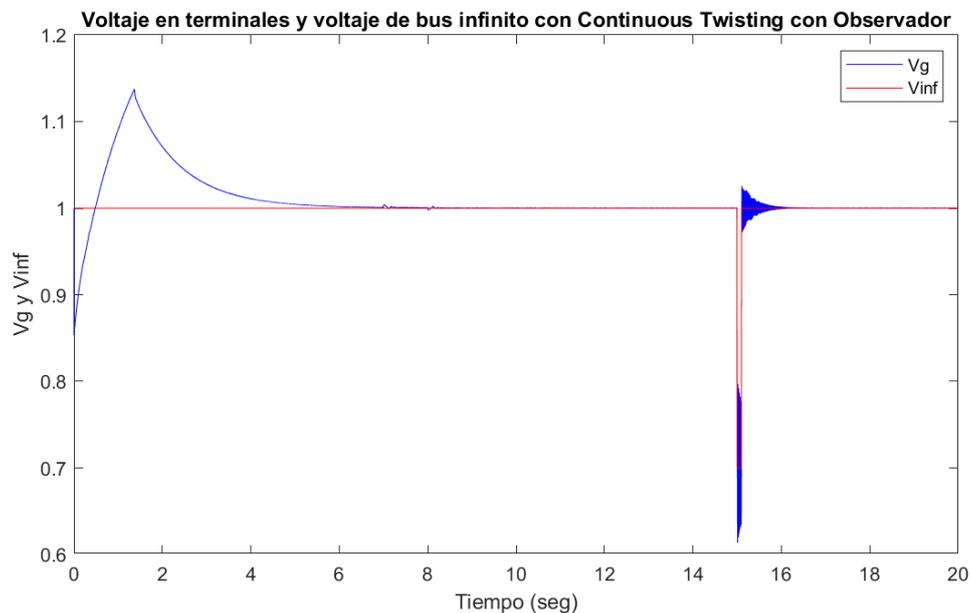
En el gráfico 2 se puede observar como el par electromecánico sigue al par electromagnético a pesar de las perturbaciones. También se muestra convergencia en tiempo finito debido a que tiene una relación muy estrecha con la primera derivada de la superficie deslizante. La perturbación que se ve en el tiempo $t = 0 seg$ es debido a que el error en el observador tarda poco más de $1.2 seg$ en ser igual a cero.

Gráfico 2. Par electromecánico y par electromagnético.



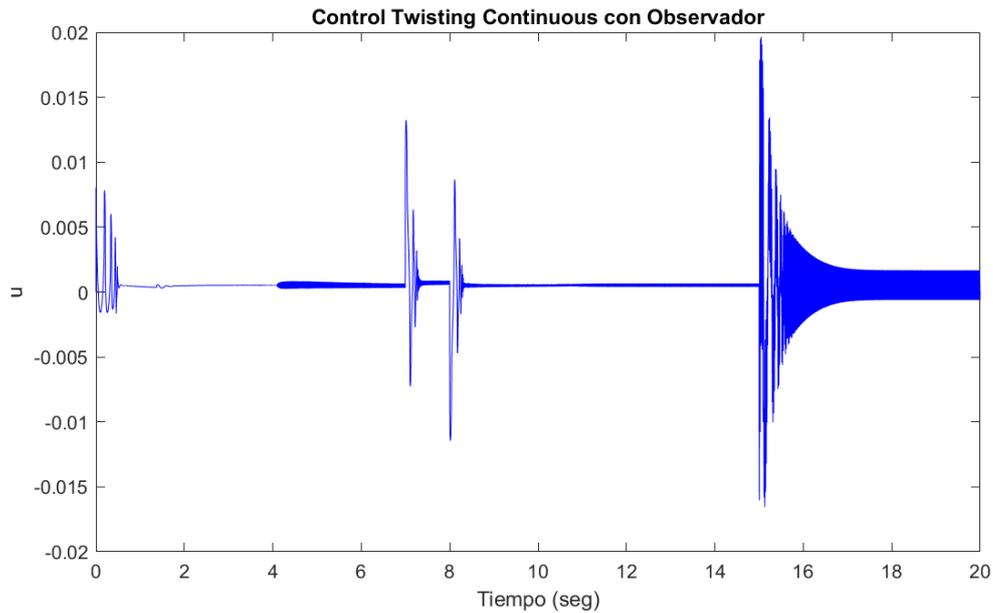
En el gráfico 3, se observa el voltaje en terminales y el voltaje de bus infinito. La perturbación en el par mecánico no le afecta de manera significativa, sin embargo, la perturbación de corto circuito sí.

Gráfico 3. Voltaje en terminales y voltaje de bus infinito.



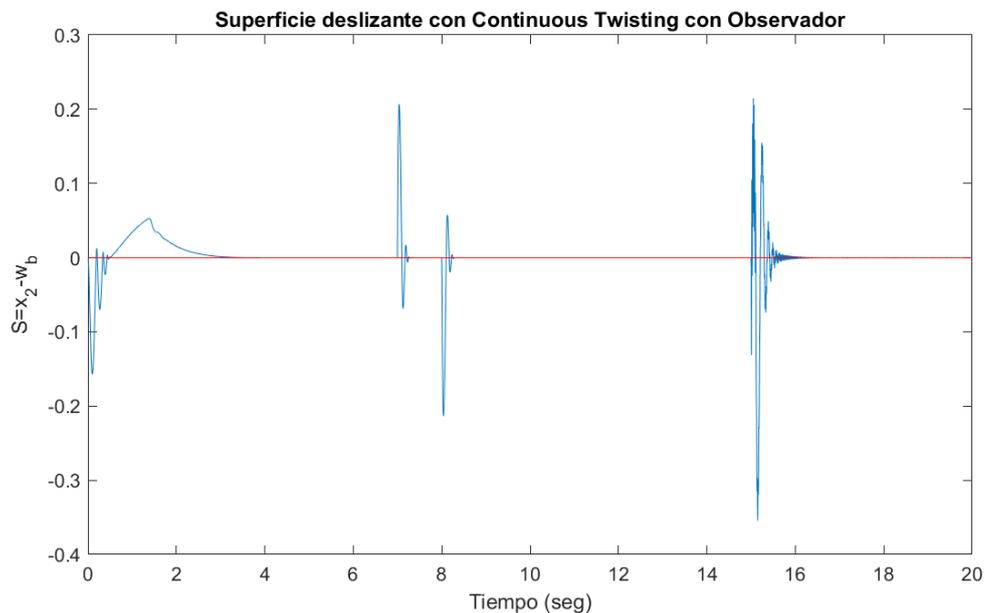
La señal de control generada, se puede ver en el gráfico 4. Se obtiene como resultado una señal de control continua, como se indica en [Torres-Gonzales et al., 2017]. Como era de esperarse, la acción de control es mayor cuando se presentan perturbaciones al sistema o bien, los datos no sean los correctos debido a algún error en el observador.

Gráfico 4. Señal de control.



El gráfico 5 muestra la convergencia a cero, en tiempo finito, antes de los 4 segundos, de la superficie deslizante. En color azul se muestra la superficie y en rojo el valor cero.

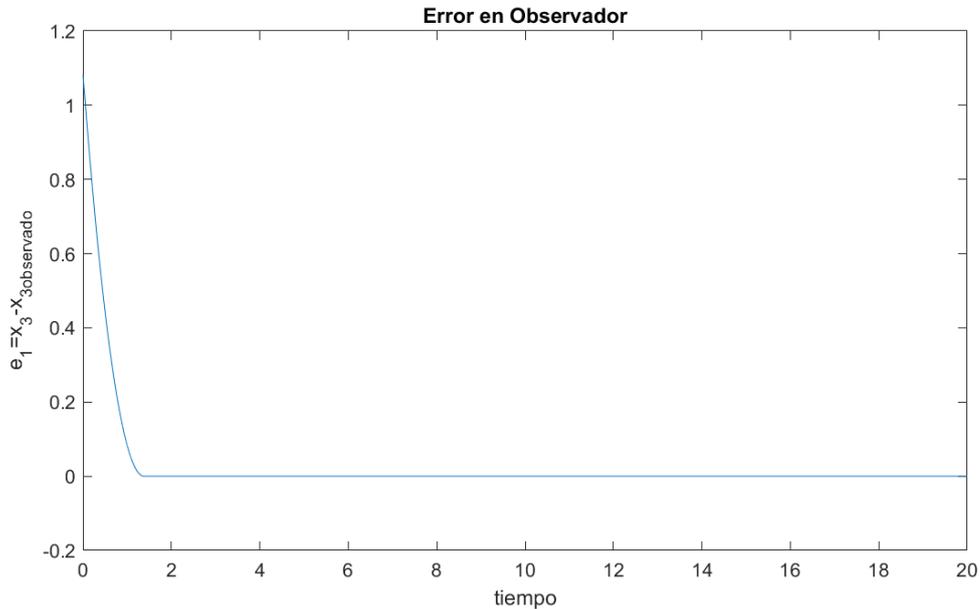
Gráfico 5. Superficie deslizante.



En el gráfico 6 se aprecia el error del observador, que presenta convergencia a cero antes de los 1.4 seg. Este error a partir del tiempo cero se debe a que las condiciones iniciales de observador no corresponden a las condiciones iniciales calculadas. Sin embargo, una vez que el error del observador es igual a cero,

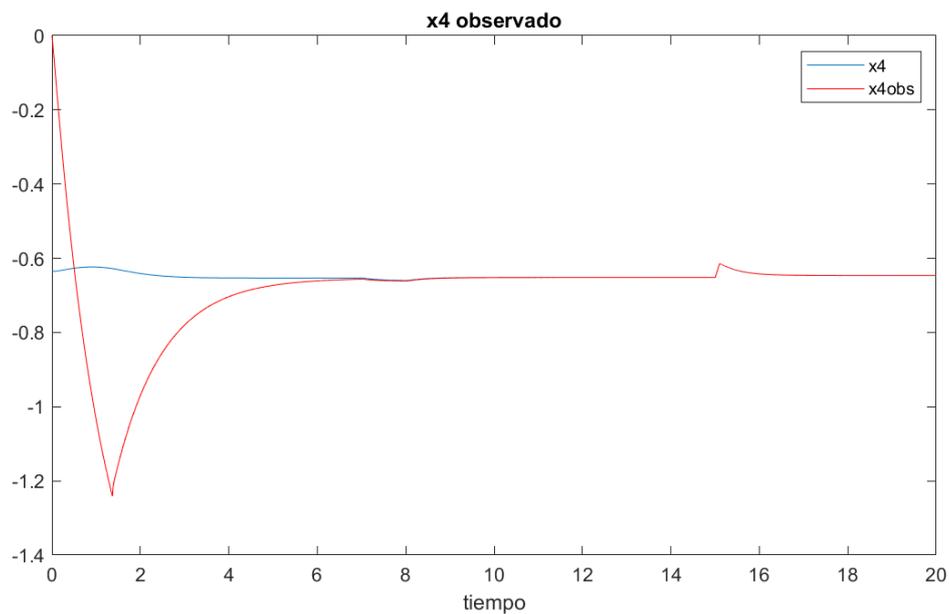
las perturbaciones de aumento en par mecánico y de corto circuito, no afectan los resultados generados por el observador.

Gráfico 6. *Error de observador.*



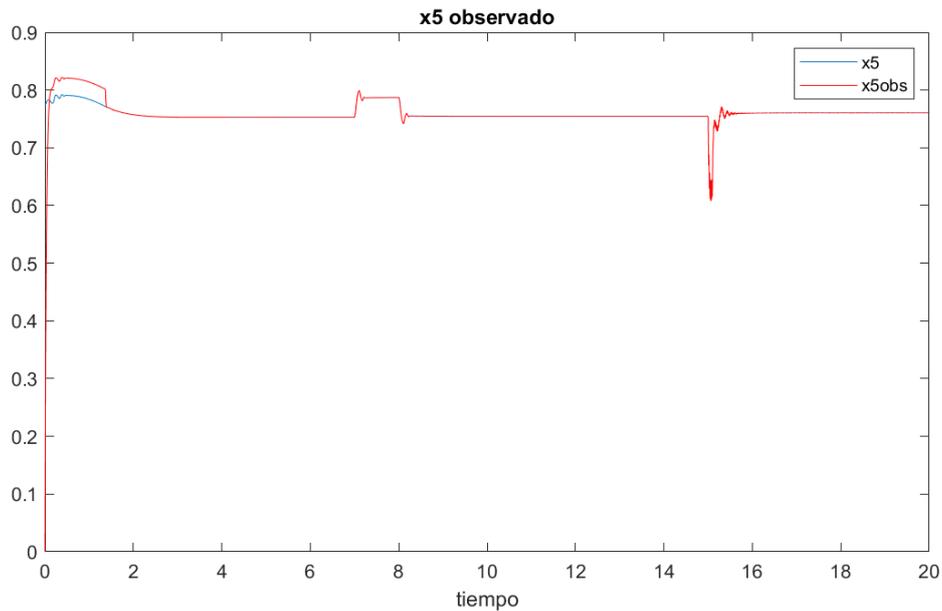
En los gráficos 7, 8 y 9 se muestran los estados x_4 , x_5 y x_6 , comparados con sus respectivos estados observados. Note que muestran convergencia en tiempo finito.

Gráfico 7. *Resultados del observador para el estado 4.*



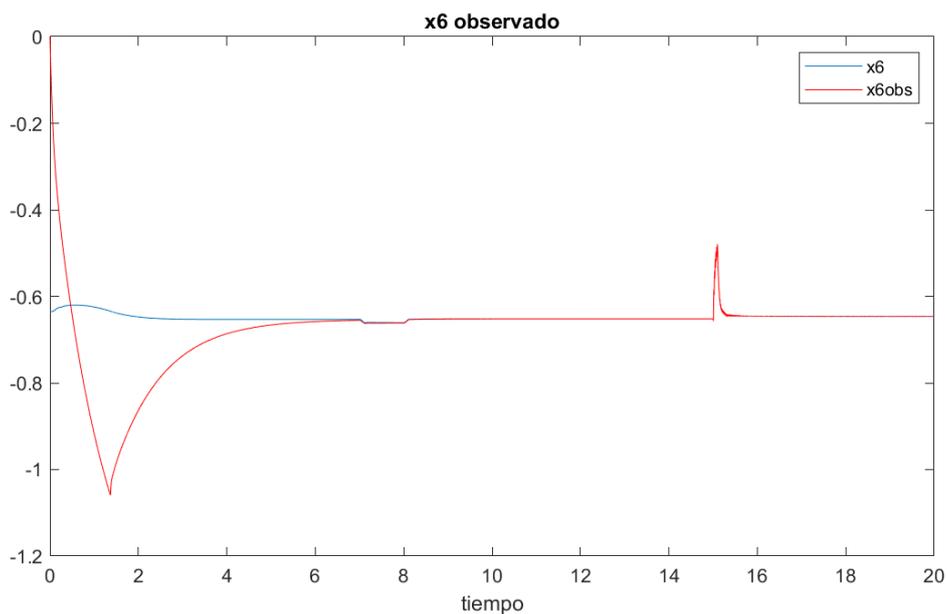
Se puede apreciar que, aunque los tres estados son calculados con el mismo observador, cada uno de ellos presenta convergencia en tiempo distinto.

Gráfico 8. Resultados del observador para el estado 5.



En los gráficos 6, 7 y 8 se explica el motivo de las perturbaciones que se encuentran al inicio de la simulación. Pues, a pesar de que el sistema inicie en $t = 0 \text{ seg}$, con los valores en estado estable, el controlador toma en cuenta los valores calculados por el observador y éste se tarda entre 1 y 8 segundos en converger.

Gráfico 9. Resultados del observador para el estado 6.



Es importante notar, que una vez que los estados observados convergen con el valor real, el error en el observador no se ve afectado por las perturbaciones del sistema. De esta manera, es posible que el

controlador funcione a pesar de las perturbaciones. Esto, es debido a que el observador por *Super-Twisting*, además de ser compatible con el control *Continuous Twisting*, es un control robusto.

CONCLUSIONES

En este trabajo se muestra la aplicación de un algoritmo de control *Continuous Twisting*. Además, se realiza la implementación de un observador *Super-Twisting* debido a que este observador tiene la ventaja de funcionar correctamente con el control aplicado y ser robusto. De tal manera que, una vez que el error sea igual a cero, éste no se ve afectado a pesar de las perturbaciones. La señal de control es continua, por lo tanto, se evita el *chattering*. Las ganancias propuestas son válidas si se cumple con las condiciones aquí presentes. Para trabajo futuro se recomienda la comparación entre *Super-Twisting* y *Continuous Twisting*, para analizar su comportamiento y determinar qué controlador resulta más conveniente en determinadas circunstancias.

LISTA DE REFERENCIAS

- A. Chalanga, S. Kamal, L. Fridman, B. Bandyopadhyay, y J. Moreo. *Implementation of super-twisting control super twisting and higher order sliding mode observer based approaches*. IEEE Transactions on industrial electronics, 63(6):3677-3685, 2016.
- V. Del Toro. *Electric Power Systems*. Prentice Hall, New Jersey, 1992.
- L. Gao, Y. Chen, Fan y H. Ma. DFL. *Nonlinear design with applications in power systems*. Automatica. 28:975-979, 1992.
- T. Hiyama, T. Ueki y A. Andou. *Integrated fuzzy logic generator controller for stability enhancemet*. IEEE Transactions Energy Convers., 12(4):400-406, 1997.
- H. Huerta, G. Loukianov A. y J. M. Cañedo. *Integral sliding modes with control and of multimachine electric power system chapter of book system structure and control*. Croatia, 1:83-110, 2008.
- H. Huerta, A. Loukianov y J. M. Cañero. *Multimachine power system control integral SM approach*. IEEE Transactions on industrial electronics, 56(6), 2009.
- S. Kamal, A. Chalanga, J. A. Moreno, L. Fridman y Bandyopadhyay. *High order super twisting algorithm*. IEEE Workshop on Variable Structure Systems, 14, 2014.

- A. Kazemi, M. R. Jahed y A. H. Naghshbandy. *Application of a new multi variable feedback linealization method for improvement of power systems transient stability*. International Journal Electronic Power Energy Systems, 29(4):322-328, 2007.
- I. J. Kothari y I. J. Nagrath. *Sistemas eléctricos de potencia*. McGrawHill, California, 1994.
- P. Kundor. *Power systems stability and control*. McGrawHill, California, 1994.
- A. G. Loukianov, J. M. Cañedo, L. M. Fridman y A. Soto-Cota. *Hight Order Block Sliding Mode Controller for a synchronous generator with an exciter system*. IEEE Transactions on industrial electronics, 58(1), 2011.
- S. Ramírez Yocupicio, J. Ruiz Ibarra, R. R. Palacio Cinco y E. Ruiz Ibarra. *Continuous Twisting apply to a nonlinear mathematical model of synchronous generator*. ECORFAN Journal Democratic Republic of Congo. 4(6), 2018.
- J. Rintoja. *Modern power system stabilizer approaches*. University of Maribor, Faculty of electrical engineering and computer science, 2000.
- T. Shen, R. Sun, R. Ortega y S. Mei. *Energy-shaping control of synchronous generator with exciter-governor dual control-loops*. International Journal Control, 78(2):100-111, 2005.
- Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman y A. Levant. *Sliding Mode Control and Observation*. Control Engineering, Borkhauser, New York, USA, 2014.
- Y. B. Shtessel y J. M. Buffington. *Continuous sliding mode control*. Proceedings of the American Control Conference, 1998.
- J. J. Slotine y S. S. Sastry. *Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators*. International Journal Control, 38(2):465-492, 1983.
- A. Soto. *Control robusto de sistemas no lineales por modos deslizantes aplicación y control de un generador síncrono*. Cinvestav, Guadalajara, 2000.
- A. Soto-Cota, A. G. Fridman, L. Loukianov y J. M. Cañedo. *Variable structure control of synchronous generator singularly perturbed analysis*. International Journal of Control, 79(1):1-13, 2006.
- V. Torres Gonzales, L. Fridman y J. A. Morenoi. *Continuous twisting algorithm*. Conference on Design and Control, 2016.

V. Utkin. *Sliding Mode Control and Optimization*. Springer Verlag, United States of America, 1992.

Z. Xi y D. Cheng. *Passivity based stabilization and h infinity control of the hamiltonian control systems with dissipation an its applications to power systems*. International Journal Control, 73(18):1686-1691, 2000.

ANEXOS

Anexo 1

$$\begin{aligned}w_b &= 376.911 & H &= 7.05 & T_m &= 0.4610 & V_f &= 5.5305 \times 10^{-4} & a_1 &= 0.6495 & a_2 &= 0.2 \\a_3 &= -0.2628 & a_4 &= -0.5714 & a_5 &= 0.02 & b_1 &= -0.186 & b_2 &= 0.1329 & b_3 &= -0.2329 \\c_1 &= -0.7757 & c_2 &= 1.4776 & c_3 &= -1.9061 & d_1 &= -11.6667 & d_2 &= 27.0609 & d_3 &= -33.3333 \\e_1 &= -10 & e_2 &= 8.7609 & e_3 &= -14.2857 & h_1 &= -876.7235 & h_2 &= 569.3989 & h_3 &= -9.2142 \\h_4 &= 12.2348 & h_5 &= -15.3032 & h_6 &= -0.6112 & h_7 &= -1.3289 & k_1 &= -837.758 & k_2 &= -16.5025 \\k_3 &= 10.0116 & k_4 &= -17.2776 & k_5 &= 1.4432 & k_6 &= 0.4444 & k_7 &= -0.9556 & V_{inf} &= 1 \\V_d &= V_{inf} \sin(x_1) & V_q &= V_{inf} \cos(x_1).\end{aligned}$$

Anexo 2

Las condiciones iniciales calculadas son:

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.7565 & x_2 &= 376.9911 & x_3 &= 1.0815 \\x_4 &= -0.635 & x_5 &= 0.7734 & x_6 &= -0.635 \\x_7 &= 0.2988 & x_8 &= 0.3508 & \hat{x}_3 &= 0 \\ \hat{x}_4 &= 0 & \hat{x}_5 &= 0 & \hat{x}_6 &= 0.\end{aligned}$$

Anexo 3

Valores de q

$$q_1 = b_1 x_7 + b_2 x_5 + b_3 x_3$$

$$q_2 = a_3 \dot{x}_4 x_7 + a_2 \dot{x}_5 x_8 + a_4 \dot{x}_6 x_7 + \dot{x}_7 (a_3 x_4 + a_4 x_6 + a_5 x_8) + \dot{x}_8 (a_1 x_3 + a_2 x_5 + a_5 x_7)$$

$$q_3 = a_3 x_4 + a_4 x_6 + a_5 x_8$$

$$q_4 = h_1 V_d + h_3 x_7 + h_4 x_3 + h_5 x_5 + h_6 x_2 x_4 + h_7 x_2 x_6 + h_8 x_2 x_8.$$

$$q_5 = \frac{h_2}{2H} q_1 q_3 - \frac{w_b}{2H} (q_2 + q_3 q_4).$$