

Sistema de Actividades: Procesos Aditivos con Enteros a Través de Algunas Representaciones Semióticas con el Uso de las Tecnologías

Hadwin Leonel Rivera Santacruz¹

halerisa@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0006-2943-9684>

Universidad de Baja California (UBC) – Tepic, Nayarit, México.

RESUMEN

En el grado séptimo de educación básica secundaria, es común identificar dificultades en los procesos aditivos con números enteros, esto presuntamente surge por hacer de las matemáticas en el contexto educativo, una acción meramente operativa, es decir, se da más importancia al tratamiento de términos matemáticos que a los procesos de conversión, impidiendo de esta manera su comprensión. En su lugar, se hace necesaria la utilización de algunas representaciones semióticas (representación numérico decimal y figural unidimensional) en el desarrollo de operaciones aditivas haciendo uso de las tecnologías (ThatQuiz). En este sentido, surge la necesidad de diseñar un sistema de diez (10) actividades que fusionen el tratamiento y la conversión a través del sitio web ThatQuiz. Dichas actividades se agrupan en un conjunto de cuatro actividades: Exploratoria o de reconocimiento; Fundamentación: Operaciones de orden aditivo; Evaluación y Proyección. Y la estrategia metodológica se aborda desde lo Interactivo (donde se involucra la tecnología), lo meta-cognitivo (donde se promueve la comprensión del contenido matemático a través de la relación entre el tratamiento y la conversión de términos matemáticos) y la reflexión (valida la importancia de la tecnología en el proceso educativo y de las matemáticas en el contexto). Finalmente, en esta investigación se logró validar la importancia de las representaciones semióticas (representación numérico decimal y figural unidimensional) en el fortalecimiento y desarrollo de operaciones aditivas con números enteros y a su vez, el sitio web ThatQuiz permitió la fusión de los registros mencionados, observando mejores desempeños académicos en los estudiantes de grado séptimo.

Palabras Clave: *números enteros; operaciones aditivas; representaciones semióticas; representación numérico decimal y figural unidimensional.*

¹ Autor Principal

Correspondencia: halerisa@gmail.com

Activity System: Additive Processes with Integer Through Some Semiotic Representations with the Use of Technologies

ABSTRACT

In the seventh grade of basic secondary education, it is common to identify difficulties in the additive processes with integers, this presumably arises from making mathematics in the educational context, a merely operational action, that is, more importance is given to the treatment of terms mathematicians than to the conversion processes, thus preventing their understanding. Instead, it is necessary to use some semiotic representations (one-dimensional decimal and figural numerical representation) in the development of additive operations using technologies (ThatQuiz). In this sense, the need arises to design a system of ten (10) activities that merge treatment and conversion through the ThatQuiz website. These activities are grouped into a set of four activities: Exploratory or reconnaissance; Foundation: Operations of additive order; Evaluation and Projection. And the methodological strategy is approached from the Interactive (where technology is involved), the meta-cognitive (where the understanding of mathematical content is promoted through the relationship between the treatment and the conversion of mathematical terms) and reflection (validates the importance of technology in the educational process and of mathematics in the context). Finally, in this research it was possible to validate the importance of semiotic representations (one-dimensional decimal and figural numerical representation) in the strengthening and development of additive operations with integers and, in turn, the ThatQuiz website allowed the fusion of the mentioned records, observing better academic performance in seventh grade students.

Keywords: *whole numbers; additive operations; semiotic representations; one-dimensional figural and decimal numerical representation.*

*Artículo recibido 17 agosto 2023
Aceptado para publicación: 20 setiembre 2023*

INTRODUCCIÓN

Las operaciones aditivas con números enteros han sido a lo largo de la historia un proceso en el que la humanidad se ha insertado, para ello ha tenido que relacionar acciones de la vida real con el contexto matemático, ejemplo: las adquisiciones, las ganancias, las pérdidas – robos – desfalcos, entre otros. Desde dicha realidad, la escuela asume el reto de vincular las matemáticas desde lo educativo, trazando formas, métodos y acciones para contribuir al desarrollo de operaciones aditivas, con la dificultad al hacer uso meramente de lo numérico, es decir, en términos de Duval (2006) el tratamiento de términos, incomprensible y que refrenda una serie de dificultades de tipo conceptual que se alejan de la realidad matemática y por tanto, se evidencia en los resultados académicos de los estudiantes y en los procesos matemáticos en grados donde la complejidad matemática es notoria y las operaciones aditivas con enteros son prerequisite para ejecutar otras temáticas propias del área en mención.

De acuerdo a lo anterior la tarea del docente será dar la importancia e insertar en el proceso educativo de las matemáticas las representaciones semióticas (**registro numérico decimal y unidimensional**) para fortalecer el desarrollo de las operaciones aditivas con números enteros, promoviendo así no solo el tratamiento, también la conversión, y de esta manera acceder al conocimiento matemático.

En este sentido esta tesis está inmerso en los postulados de Duval (2006) en lo referente a las representaciones semióticas (**registro numérico decimal y figural unidimensional**) y Cid (2015) en torno al concepto de sumas en el mismo sentido y sentido opuesto, y tiene como propósito fortalecer el desarrollo de operaciones aditivas con números enteros teniendo en cuenta las representaciones semióticas (**registro numérico decimal y unidimensional**) en la Institución Educativa Leopoldo Pizarro González del municipio de Miranda Cauca. Para ello se diseñará un sistema de diez (10) actividades mediadas por el sitio web ThatQuiz que permitirá fusionar el tratamiento y conversión de términos, promoviendo la comprensión y reflexión del contenido matemático. También es objetivo de esta tesis reflexionar acerca de lo que se está enseñando y cómo se está enseñando, para mejorar la práctica educativa.

Aquí se presentará, la fundamentación teórica, el método empleado, análisis de resultados y propuesta pedagógica. Finalmente, las conclusiones y recomendaciones que surgen del proceso investigativo realizado.

Fundamentación teórica de la Investigación

La enseñanza de las matemáticas se beneficia de las representaciones semióticas, que permiten visualizar situaciones matemáticas en diferentes formatos. En esta investigación, utilizamos los registros numérico decimal y figural unidimensional para operaciones con números enteros, apoyados por la herramienta tecnológica ThatQuiz. Enfocamos la transformación, el tratamiento y la conversión en operaciones aditivas, integrando operaciones, representaciones y tecnología. Nuestra base teórica incluye la semiótica cognitiva y el valor absoluto, además de destacar la importancia de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, con el uso de ThatQuiz como recurso motivador y facilitador del aprendizaje.

Sistemas de representación semiótica

Los sistemas de presentación semiótica se hacen necesarios para el desarrollo de la capacidad cognitiva y con ello la comprensión del objeto matemático, es así como su uso constante en la enseñanza de las matemáticas, deriva un mejor aprendizaje, un concepto más sólido y a su vez mejores procedimientos a la hora de dar solución a una situación problema. En este sentido Duval (2004) plantea que *[la] mediación semiótica es tan indispensable en matemáticas como la mediación instrumental para la observación de los fenómenos* (p. 18), efectivamente, las representaciones semióticas acercan y dan significado a los procesos matemáticos. Enfatizando en la importancia de las representaciones semióticas (numérico decimal y figural unidimensional), Duval (1999) afirma que:

“La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones “equivalentes”, en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. La noción de representación semiótica presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una

operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema a otro. Esta operación puede describirse en primer lugar como un “cambio de forma”. (p.27)

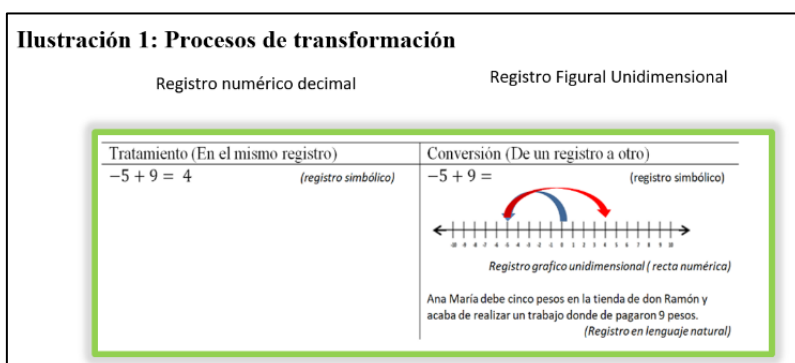
Dichos procesos de transformación (tratamiento y conversión) son los que permitirán la comprensión desde diversos registros y por ende del objeto matemático en sí, de ahí la importancia de esta investigación cuando se plantea la necesidad de abordar las representaciones semióticas como el registro numérico decimal y figural unidimensional en los procesos de adición con enteros, donde el estudiante valide, verifique e interprete una situación aditiva representada en dos registros y de esta manera evitar que ambas situaciones además de ser visualizadas como “diferentes”, también sean resueltas de forma distinta, a esto se añade:

“¡El papel que los signos juegan en matemáticas no es ser sustituidos por otros objetos sino por otros signos! Lo que importa no es la representación sino sus transformaciones. Contrariamente a otras áreas del conocimiento científico, los signos y la representación semiótica de las transformaciones son el corazón de la actividad matemática”. (Duval, 2006, p. 07)

Todo lo anterior conduce a ajustar el quehacer pedagógico específicamente en lo relacionado a la enseñanza de las matemáticas, puesto que se ha definido y contrastado que las representaciones semióticas son los elementos fundamentales para activar la comprensión del objeto matemático y se requiere a la vez para garantizar el desarrollo de las capacidades cognitivas. Es decir:

“El problema crucial de la comprensión matemática para los estudiantes, en cualquier nivel del currículo, surge del conflicto cognitivo entre estos dos requerimientos opuestos: cómo pueden distinguir el objeto representado de la representación semiótica usada si no pueden tener acceso al objeto matemático sino por medio de las representaciones semióticas”. (Duval, 2006, p. 107)

Ilustración 1



De ahí la necesidad de utilizar los procesos de transformación (tratamiento y conversión) para que se tenga el acceso al objeto matemático representando, en otras palabras, las representaciones semióticas como el registro numérico decimal y el figural unidimensional en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas respecto a las operaciones de orden aditivo con números enteros, son realmente necesarias, permiten a los estudiantes reconocer un objeto matemático representado de formas distintas conllevando a la interpretación de los procesos de transformación, sin embargo, para que esto sea posible se necesita que los profesores hagan uso de las representaciones semióticas de forma habitual, para lograr la destreza didáctica a la hora de aplicarla en una situación real o abstracta, en este sentido *el acceso a los objetos matemáticos se hace únicamente mediante la producción de representaciones semióticas* (Duval, 2012, p. 15). A propósito de lo anterior, en la siguiente figura se da a conocer una situación problema en dos registros distintos, haciendo énfasis en los procesos de transformación, así:

Estos procesos de transformación son propiciadores de la actividad cognitiva y con ello del análisis e interpretación del objeto matemático, posibilitando un mejor desempeño a la hora de resolver situaciones de orden aditivo con enteros, representados en distintos registros, consolidando un aprendizaje matemático sólido, porque:

“... el aprendizaje de las matemáticas no consiste, en principio, en una mera elaboración de conceptos por los estudiantes, sino en la construcción de la arquitectura cognitiva de un dominio epistemológico. Lo que está en juego en la educación matemática, a través de la adquisición particular de contenidos, es dicha construcción de la arquitectura, porque ésta crea habilidades futuras en

los estudiantes, además de enseñarles a aprender y entender de forma comprensiva” (Duval, 2000, p. 66)

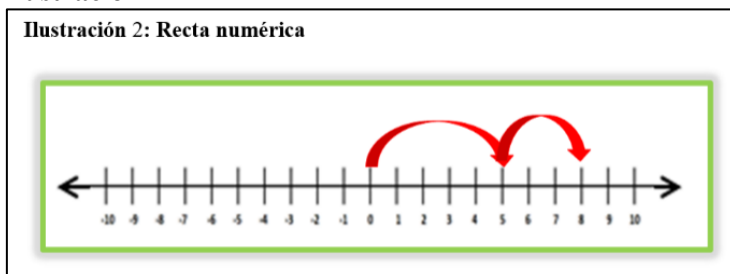
Es así como el registro figural unidimensional (la recta numérica) como representación semiótica, permite hacer del objeto matemático en operaciones de orden aditivo con números enteros, una oportunidad de aprendizaje donde al utilizarla se da significado, es decir, representar semióticamente desde la recta numérica, promueve y/o convierte al objeto matemático de estudio en una acción contextualizada que promueve su significación, siendo en este sentido el instrumento para visualizar y dar sentido concreto al tratamiento matemático.

De esta manera, Bruno (1994) sugiere que:

“El uso de la recta numérica como un modelo para las operaciones con números negativos, siempre que su uso se dote de significado concreto, los estudiantes lograrían un uso más productivo de la recta numérica si ésta fuese considerada más como una representación contextualizada que como un modelo abstracto”.

(p.47)

Ilustración 2



El significado y uso dado a la recta numérica (registro figural unidimensional) como representación semiótica a la hora de resolver una operación aditiva con números enteros, permite contextualizarla y a su vez comprender e interpretar tal situación, suscitando de esta manera la necesidad de los procesos de transformación, promotores de significado. Es por ello que Bruno y Cabrera (2006) expresan que:

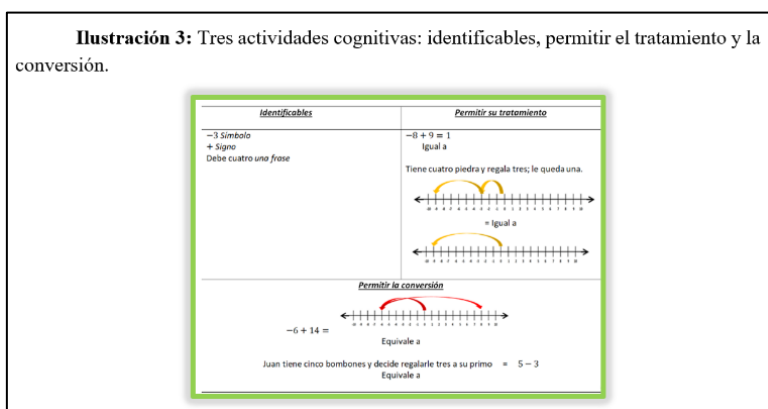
“La recta debe tener un tratamiento a lo largo de toda la escolaridad a medida que los alumnos van conociendo los diferentes tipos de números. Sin embargo, la realidad es que su uso depende del docente y, en ocasiones, de la propuesta curricular que él siga”. (p. 127)

Las representaciones semióticas a través de diversos registros de representación como el registro numérico decimal y figural unidimensional, juegan un papel muy importante en la consolidación del aprendizaje matemático, de ahí la necesidad de recurrir a los procesos de transformación para garantizar la interpretación del objeto matemático.

Sumado a lo anterior, es claro que esta investigación tiene como referente esencial a Duval (1999), respecto a los registros de Representación Semiótica (Registros, en lo que sigue) son sistemas semióticos de representación que involucran tres actividades cognitivas. Estos sistemas deben:

- **“Ser identificables**, es decir, constituir una marca o conjunto de marcas que sean reconocibles como una representación externa de alguna cosa en algún sistema determinado: un gráfico, un símbolo, una frase, entre otros.
- **Permitir su tratamiento**, esto es, la manipulación y transformación dentro del mismo sistema, de acuerdo a sus propias reglas que puedan ofrecer cierto plus de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales.
- **Permitir la conversión**, que consiste en transformar las representaciones producidas en un sistema de representación a otro. La coordinación o conversión entre sistemas se refiere a la vinculación de dos representaciones en distinto registro de un mismo objeto”. (p.22)

Ilustración 3



En ilustración 5, quedan plasmadas las tres actividades cognitivas, en primer lugar, el identificar los componentes de la situación matemática; en segundo lugar, el tratamiento o representación en

otro sistema de representación de la situación matemática; y en tercer lugar la conversión como la acción donde se transforma una situación matemática a otra representación sin alterar la situación matemática presentada.

Ciertamente, las representaciones semióticas planteadas por Duval (2004), promueven a través de los registros de representación numérico decimal y figural unidimensional el desarrollo de operaciones aditivas con números enteros con interpretación, identificación, comprensión, es decir, se da significado y contextualización a dichos objetos matemáticos, permitiendo a la vez los procesos de transformación (tratamiento y conversión) donde el figural unidimensional a través de la recta numérica fortalece su aprendizaje y con ello su operacionalización.

Desde luego, las representaciones semióticas son las que dan soporte al quehacer didáctico de las matemáticas, puesto que convergen los significados, lo concreto y de ahí el acceso a la comprensión a través de la capacidad cognitiva, donde confluyen los signos o representaciones a otras formas, llegando al conocimiento y uso adecuado tanto de conceptos como de aprendizajes. Por consiguiente, es importante hacer de las representaciones semióticas un tratamiento transversal a lo largo de la escolaridad y por los diversos conjuntos de números.

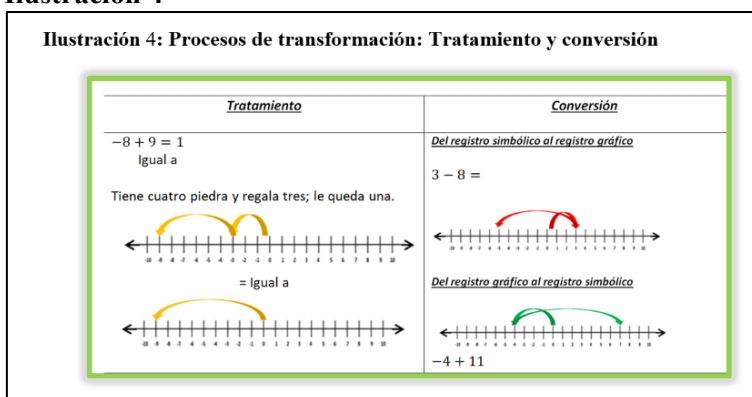
La actividad matemática al ser desarrollada se relaciona con los procesos de transformación (tratamiento y conversión) junto con los sistemas de representación semiótica, para ello es importante elegir los sistemas de representación que utilizarán con el fin de promover el sentido, el análisis y la comprensión del objeto matemático. Incluso Duval (1995) se refiere a ello diciendo:

“Lo que importa es su propiedad de transformación porque el procesamiento matemático siempre implica alguna transformación de representaciones semióticas. En matemáticas los signos no son prioritarios para presentar objetos sino para sustituirlos por otros como, por ejemplo, en el cálculo. Además, esta transformación depende del sistema semiótico de representación dentro de las representaciones que se producen. En ese sentido no hay una “mediación semiótica” sino “mediaciones semióticas” bastante diferentes”.

La actividad matemática requiere que los individuos empleen diversos sistemas de representación semiótica (registros de representación), sólo elijan una según el propósito de la actividad. En otras palabras, la actividad matemática requiere una coordinación interna, que ha de ser construida, entre los diversos sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados; sin esta coordinación dos representaciones diferentes significarán dos objetos diferentes, sin ninguna relación entre ambos, incluso si son dos “contextos de representación” diferentes del mismo objeto.

Por esta razón, se deben distinguir dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la **conversión** y el **tratamiento** (p.13)

Ilustración 4



La conversión y el tratamiento como operaciones cognitivas al interior de los sistemas semióticos de representación son determinantes en esta investigación como transformaciones que se requieren a la hora de ejecutar operaciones aditivas con números enteros, empleando de esta manera la presentación del registro numérico decimal y figural unidimensional como “mediaciones semióticas” para interpretar signos y con ellos significados de la actividad matemática. Sin embargo, Duval (2000) da a conocer que:

“La conversión y el tratamiento son fuentes totalmente independientes de problemas en el aprendizaje de las matemáticas, y parece ser que la conversión es un proceso cognitivo más complejo que el tratamiento. El problema que la mayoría de estudiantes encuentra es tan profundo que la conversión puede ser considerada como el umbral de la comprensión. ¡La conversión de

representación semiótica aparece a menudo como un truco que no puede ser bien aprendido y que no es enseñado!”. (p.149).

De ser así, la conversión como proceso de transformación, es importante en la enseñanza de las matemáticas para promover el aprendizaje, la interpretación y el objeto matemático, pero para que este proceso suceda se requiere que en las prácticas pedagógicas se tenga definida su enseñanza a lo largo de la escolaridad, para ser bien aprendida y de esta manera evitar errores en la solución de una situación problema representada en distintos registros de representación semiótica. Igualmente, Duval (2000) anexa que:

“La actividad matemática debe satisfacer dos requisitos que entran en conflicto:
1. Las representaciones semióticas deben ser usadas necesariamente, incluso si se elige el tipo de representación semiótica. 2. Los objetos matemáticos representados nunca deben confundirse con el contenido de las representaciones semióticas utilizadas”. (p.81)

En consecuencia, el primer requisito planteado en el párrafo anterior, recuerda que los números, las funciones y sus propiedades no son accesibles, es decir, físicamente, no se pueden captar directamente a través de los sentidos o con el uso de instrumentos, es por ello que la única forma de acceder a ellos, trabajarlos, darles sentido y significado concreto será a través de signos y representaciones semióticas que permiten operarlos, en conclusión, sin las “mediaciones semióticas” planteadas por Duval es imposible la actividad matemática.

Ahora bien, el segundo requisito hace la invitación a reconocer que es este el problema en el que se hallan los estudiantes continuamente, puesto que dichas “mediaciones semióticas” dependen de los sistemas de representación semiótica empleadas y si éstas quedan a disposición del docente y no del plan del estudio a cursar y además no se tienen en cuenta las propiedades matemáticas representadas, esto refrendaría la incomprensión de la actividad matemática, entonces, debe definirse que el conocimiento matemático no es semiótico, es decir, son independientes, sin embargo, las representaciones semióticas siempre son necesarias según el primer requisito planteado por Duval, donde lo que se busca es la comprensión en la que se transfiera lo aprendido y se contextualice dentro y fuera de las matemáticas. Y su impacto será más significativo en la

medida que se relacionen los objetos matemáticos con diversas mediaciones semióticas que las representen.

Registros de representación semiótica.

Los registros de representación semiótica son el eje central de la actividad cognitiva y por ende necesarios a la hora de dar solución a una situación problema. Las formas, estilos o modalidades de los registros son los que promueven la comprensión del objeto matemático. De hecho, Duval (1999, p. 16) plantea que *toda representación está constituida por tres polos*: • *el objeto representado*; • *el contenido de la representación, es decir, lo que una representación presenta del objeto*; • *la forma de la representación, es decir, su modalidad o su registro*.

En esta investigación, los registros de representación semiótica (registro numérico decimal y figural unidimensional) se consideran imprescindibles a la hora de efectuar operaciones de orden aditivo con números enteros, para ello dichos registros favorecen los procesos de transformación (tratamiento y conversión) para comprender una misma situación, representada en diferente registro, logrando el aprendizaje matemático, porque *por medio de la conversión vamos hacia el 'núcleo' del aprendizaje de los problemas matemáticos* (Duval, 2000, p. 67).

Ahora bien, debe existir una relación entre los registros de representación semiótica y los procesos de transformación, para que un mismo objeto matemático sea identificado, comprendido y solucionado sin importar el registro de representación semiótica, por esto la necesidad de la conversión a la hora de enfrentarse a cualquier situación problema y a la vez representarlo en cualquier registro semiótico.

Además, El objeto matemático adquiere comprensión, identificación y conceptualización plena, cuando los procedimientos o prácticas permiten dar solución a una situación problema, para ello se recurre a diversos registros de representación semiótica para enfrentar tal fenómeno, en este sentido Duval (2006) concibe el objeto matemático como *el invariante de un conjunto de fenómenos o el invariante de alguna multiplicidad de posibles representaciones* (p. 129)

Desde esta perspectiva, en esta investigación, el registro de representación semiótica numérica (RRSN) será conceptualizada según Duval (Citado por Macias, 2014, p. 35)

“Las representaciones de tipo numérico permiten apreciar algunas de las características y elementos identificados de los objetos matemáticos a los que hace referencia, así como vincularlos y relacionarlos con representaciones gráficas y geométricas: Datos Circunferencia: C1 (2,1) y P2 (0,5) Datos circunferencia: C (5,9) y $r3 = 3$ ”.

De igual forma, el mismo autor define el registro de representación semiótica figural unidimensional (RRSFU) como: *Engloba dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos involucrados* (p.35).

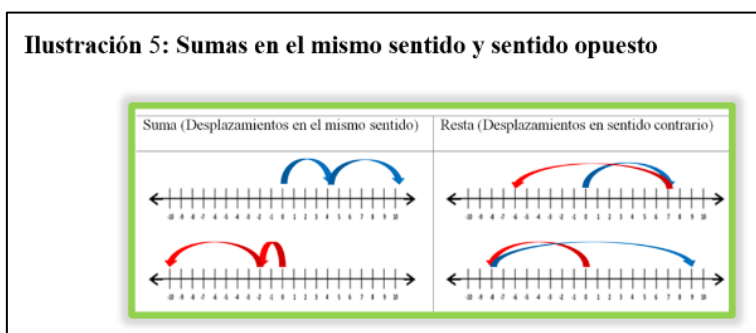
Las relaciones aditivas con números enteros (sumas en el mismo sentido y sentido opuesto).

Las relaciones aditivas con número enteros en esta investigación serán tratadas en función de los planteamientos de Cid (2015) y para ello se asumirán dichas relaciones aditivas como “sumas en el mismo sentido y sentido opuesto”

Ahora bien, Cid (2015) plantea que:

“La suma de enteros se justifica, bien como un desplazamiento aplicado a una posición para obtener otra posición, bien como una composición de desplazamientos que da como resultado otro desplazamiento, bien como una composición de desplazamientos que se aplica a una ficha situada en la casilla cero y da como resultado la nueva posición de la ficha. La resta significa la operación inversa de cualquiera de las anteriores: desplazamiento que permite pasar de una posición a otra, posición resultante de aplicar a una posición inicial el opuesto de un desplazamiento, composición de un desplazamiento con el opuesto de otro, etc”.

Ilustración 5



Desde esta perspectiva, al hablar de relaciones aditivas en números enteros y emplear para su ejecución la representación figural unidimensional (recta numérica) como instrumento para hacer concreto dicha operación, se deducen acciones de desplazamiento en el mismo sentido o sentido contrario – opuesto o inverso.

Con este modelo, el autor busca refrendar el concepto de relaciones aditivas con números enteros, al formalizar dicho proceso como una acción de *añadir*, demostrando así que hay incremento/aumento tanto en el mismo sentido como en el sentido opuesto.

En este orden de ideas, Peled (como se citó en Cid, 2015), sostiene que:

“Se efectúan sumas y restas de números enteros cualesquiera sin más que fijarse en el segundo término de la operación, avanzando en el mismo sentido que indica su signo si se trata de una suma y en el sentido contrario si es una resta”. (p.40)

Es decir, la crítica plasmada en el párrafo anterior, le da soporte a esta investigación dado que las operaciones de orden aditivo con números enteros serán tratadas como un proceso en el mismo sentido y sentido opuesto o contrario, donde procedimientos como aumentar o incrementar se dan tanto para la suma como la resta. Ahora bien, los conceptos abordados hasta el momento se fundamentan en el desplazamiento sobre la recta numérica, sean estos en el mismo sentido o sentido opuesto. De esta manera, se derivan los términos de suma y resta.

Finalmente, Beatty (como se citó en Cid, 2015) propone

“Usar la representación de rectas en el plano para una mejor comprensión y justificación de los números negativos y sus operaciones. Partiendo de un conocimiento previo de la estructura de los números positivos y negativos y de la representación de rectas en el primer cuadrante del plano real, se propone a los alumnos que prolonguen los ejes y que representen rectas cuya pendiente o término independiente sean negativos. La necesidad de que los resultados de las operaciones coincidan con los puntos de la gráfica permite a los alumnos reparar en los errores cometidos al efectuarlas y reflexionar sobre ellos”. (p.58)

Es decir, para hacer comprensible las sumas en el mismo sentido y sentido opuesto, se hace necesaria la representación semiótica (figural unidimensional) con el fin de corroborar que, tanto en el tratamiento como en la conversión de dicha relación aditiva con enteros, los resultados son los mismos, permitiendo así, la reflexión y apropiación de dichas operaciones. Y para poder desarrollar este tipo de operaciones y/o representaciones semióticas, esta investigación definirá el siguiente concepto del valor absoluto: *El valor absoluto de un número, es ese mismo número sin signo y se representa entre dos barras verticales, por ejemplo: $-3 = 3$* (Cerizola, Pérez y Martínez, R, 2000, p.2)

La tecnología en la enseñanza de los enteros.

Duval (citado por Huapaya, 2012), señala que un objeto matemático puede ser asociado a una o más representaciones. *La aprehensión conceptual no puede darse sin algún representante de dicho concepto, por ello, el estudiante debe realizar actividades de transformación y coordinación entre sus representaciones semióticas* (p.109), de ahí la importancia de emplear instrumentos y/o elementos tecnológicos que faciliten el acceso a la comprensión, el sentido, el significado concreto de las operaciones o actividad matemática.

A decir verdad, el uso de instrumentos y/o elementos tecnológicos en los procesos escolares, vienen integrándose masivamente a diversidad de actividades de tipo académico y en especial en la actividad matemática, puesto que propenden por ejercitar la visualización que permite la identificación sensorial de los números y sus propiedades, dando con ello sentido y significado concreto, como es el caso del sitio Web ThatQuiz en el cual se pueden introducir representaciones

semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional) para el desarrollo de relaciones aditivas con números enteros y con la orientación del docente que asume las “mediaciones semióticas” para hacer concreto el aprendizaje matemático y de esta forma conceptualizar y ejercitar adecuadamente las sumas en el mismo sentido y sentido opuesto.

Ciertamente, Vega, Niño, y Cárdena (2015), son quienes establecen que *la tecnología, como recurso de exploración y visualización, debe permitir que el estudiante establezca relaciones entre los distintos objetos matemáticos y se familiarice con las propiedades que estos cumplen, haciéndolos tangibles y manipulables en lugar de abstractos e imperceptibles* (p.180). Dicho de otra manera, la experiencia matemática involucrada o mediada por elementos tecnológicos, facilita la comprensión y la significación de las matemáticas, y ThatQuiz hace posible el uso de las representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional) para ser utilizadas a la vez y con ello hacer concreto el aprendizaje matemático en las relaciones aditivas con enteros.

Hasta aquí se ha dado importancia a los procesos de transformación en operaciones aditivos con enteros a través de los registros de representación semiótica numérico decimal y figural unidimensional haciendo uso de los dos registros mencionados, pero a su vez los beneficios que otorga el sitio Web ThatQuiz a las representaciones semióticas que se necesitan para dar significado concreto a dichas operaciones. Seguido a ello, la tecnología activa en el proceso escolar la indagación, la exploración y la comprensión de objetos concretos que a nivel matemático muchas veces se quedan en opciones meramente abstractas y alejan al estudiante del sentido o significación, produciendo incompreensión, errores en conceptos y operacionalización, de ahí que Morín (1999) sostiene que:

“Los entornos abiertos como la Web exigen que el diseño en formación responda a la necesidad de los estudiantes para la activación de estrategias que viabilicen su indagación, a veces extensa y aparentemente inacabable, hacia objetivos concretos y personalizados. Por lo tanto, el docente, asuma o no el paradigma de TIC más temprano que tarde se encontrará con la demanda de sus estudiantes

por aprender a aprender, esto se define como una apertura al pensamiento complejo en la escuela, secundada por la tecnología”. (p.52)

Por otro lado, cada docente de matemáticas debe insertar en sus prácticas educativas “las mediaciones semióticas” que permitan hacer de la actividad matemática un ejercicio concreto y de significado, para ello el sitio Web ThatQuiz otorga dichas cualidades y a la vez permite la asimilación de conceptos y dominio en la operacionalidad de las relaciones aditivas con enteros. En otras palabras, el docente de matemáticas debe asumir el compromiso de explorar diversos recursos tecnológicos que cierren las brechas de la incompreensión y que se centran en prácticas meramente abstractas que no generan sentido ni significado. Por esta razón, Villa, Galvis, Sierra y Vélez (2014) plantean que:

“Los recursos tecnológicos en el salón de clases deben ser valorados por el alto potencial que tienen para la construcción del conocimiento matemático, cuya construcción empieza en el momento en el que el mismo docente experimenta las tecnologías y mide su potencial basado en el conocimiento del área que él tiene y en el conocimiento de las dificultades que entraña para un estudiante la asimilación de estos conceptos, producto también de la experiencia y conocimiento que le ha dado el ejercicio docente a lo largo de su vida profesional”. (p. 40)

Es más, la actividad matemática como ejercicio abstracto requiere de la estimulación sensorial para dar un giro a su concepción e interpretación, es decir, si el objetivo de las matemáticas es generar conocimiento y significado, es necesario representar las situaciones desde la conversión y el tratamiento del objeto matemático, lo que indica que las *mediaciones semióticas* plateadas por Duval, serán necesarias para llegar al significado, y el sitio Web ThatQuiz da acceso en su configuración a insertar representaciones semióticas (numérico decimal y figural unidimensional) para que el estudiante visualice, concrete y estimule y mejore su aprendizaje, esto gracias a que no depende si el docente lo desea no enseñar, sino que lo requiere para poderlo ejecutar

MÉTODO

Esta investigación se fundamenta en las representaciones semióticas y su aporte a la enseñanza de las matemáticas, donde se retoman los registros numérico decimal y figural unidimensional en el proceso de operaciones aditivas con números enteros. Para ello, se mediará a través del sitio web ThatQuiz el cual dinámica, motiva el aprendizaje y promueve la integración permanente de diversos registros a la hora de resolver una situación problema.

Para llevar a cabo este proceso, se tendrán en cuenta los procesos de transformación (tratamiento y conversión) en operaciones aditivas con enteros mediante a través de un sistema de actividades donde se integre la operacionalidad con las representaciones semióticas y la tecnología como elemento mediador.

Ahora bien, en este capítulo se hará énfasis en el enfoque y tipo de investigación, además los instrumentos, la población, el procedimiento o fases de la investigación, técnicas de recolección de datos y presentación de la propuesta.

Tipo de investigación

Esta investigación tiene un enfoque cualitativo de tipo descriptivo y según Salkind (citado por Bernal, 2010) es donde “se reseñan las características o rasgos de la situación o fenómeno objeto de estudio” (p. 11), en otras palabras, en esta investigación se describen los hallazgos más significativos a la hora de realizar operaciones aditivas con enteros haciendo uso de las representaciones semióticas (numérico decimal y figural unidimensional), los procesos de tratamiento y conversión y la mediación a través del sitio web ThatQuiz para hacer uso paralelo (al tiempo) de la parte operativa (lo que usualmente se hace en clase – solo tratamiento) y la conversión o representación semiótica en recta numérica, para describir las situaciones a las que se enfrenta el estudiante

Además, esta tesis desarrolla este tipo de investigación, puesto que:

Se obtendrán como resultados, el fortalecimiento de las operaciones aditivas con números enteros teniendo en cuenta las representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional), para ello, empleará dos instrumentos:

Rejilla de evaluación inicial, este instrumento, es una rúbrica de evaluación para identificar los procesos matemáticos aditivos que realiza el estudiante frente a una situación a resolver. Para su construcción se realizó revisión documental a partir de los planteamientos de Duval (2006) tratamiento y conversión: representación numérica decimal; representación figural unidimensional; conversión del registro figural unidimensional (recta numérica); conversión del registro figural unidimensional al registro numérico decimal; valor absoluto y tratamiento en figural unidimensional de operaciones aditivas de los números enteros. Con lo cual se analizará las situaciones a las que se enfrenta el estudiante según las prácticas pedagógicas en cuanto al desarrollo de operaciones aditivas con números enteros respecto a las representaciones semióticas (numérico decimal y figural unidimensional), haciendo uso del sitio Web ThatQuiz.

Se consolidará un sistema de diez actividades por fases, con operaciones aditivas de números enteros, utilizando el tratamiento y la conversión planteadas por Duval (2006), para ello se hará uso del sitio Web ThatQuiz, donde se desarrollarán actividades para fortalecer operaciones aditivas haciendo uso de las representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional).

Se determinará a través de **la rejilla de evaluación final**, el desarrollo de operaciones aditivas con enteros. Dichos resultados a obtener y descritos anteriormente se analizarán con base a los planteamientos de Duval (2006).

La investigación de tipo cualitativa con enfoque descriptivo da cuenta de diferentes hechos o fenómenos de la realidad escolar para lograr interpretar el contexto educativo. Mediante esta modalidad de investigación, se abordan, en profundidad, experiencias, interacciones, creencias y pensamientos presentes en la situación específica e igualmente la manera como son expresadas por los actores involucrados Bonilla y Rodríguez (1997):

La investigación es cualitativa porque el objeto de estudio es la implementación de un sistema de actividades a través del uso del sitio web ThatQuiz para el fortalecimiento de operaciones aditivas con enteros en séptimo grado, para lo cual será descrita, analizada, contextualizada y para su comprensión se distribuirá en fases y así describir el paso a paso y orden metodológico a ejecutar Fernández y Baptista (2001)

Población

El universo utilizado para esta investigación, se centra en la institución Leopoldo Pizarro González de Miranda Cauca, donde se atiende población estudiantil de sexto a undécimo grado de educación básica ciclo secundaria y educación Media, la cual se centrará específicamente en el grado séptimo, ya que de acuerdo al Plan de Estudio de la institución que se encuentra articulado con los Estándares Curriculares y los Derechos Básicos de Aprendizaje, el tema del conjunto de los números enteros se asignó en dicho grado.

La investigación se centra en los estudiantes de grado séptimo. Un total de 180 escolares, en edades de 12 y 13 años, 98 jóvenes y 82 señoritas.

Técnicas de análisis de datos

Para el análisis de los datos obtenidos a través de la rejilla de evaluación inicial y final creados por el investigador y aplicados a los estudiantes de grado séptimo, se organizaron los hallazgos a través de gráficos con el fin de identificar numéricamente qué sucedió en el desarrollo de las operaciones aditivas con números enteros, visualizando así las debilidades y/o fortalezas en el proceso de enseñanza de las matemáticas y adjunto a ello, la descripción de lo sucedido para concretar la información que suministran los instrumentos utilizados.

RESULTADOS.

A continuación, se describe el análisis del desarrollo de operaciones aditivas con enteros teniendo en cuenta el sistema de actividades a través de una rejilla de evaluación inicial y final, contrastando los resultados obtenidos con las actividades aplicadas, así:

Actividades de representación figural unidimensional

En las actividades planteadas, se obtienen los siguientes resultados a partir de las rejillas de evaluación inicial y final, así:

En la rejilla de evaluación inicial, los estudiantes de grado séptimo, evidencian los siguientes errores a la hora de realizar actividades en la recta numérica:

Ilustración 6 y 7

Ilustración 6 Errores comunes en la representación figural unidimensional

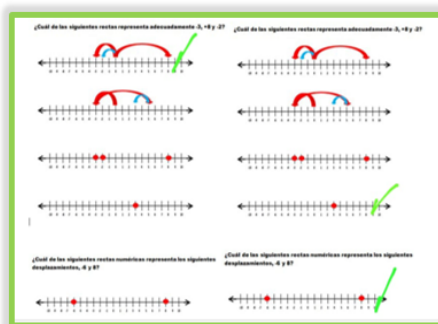
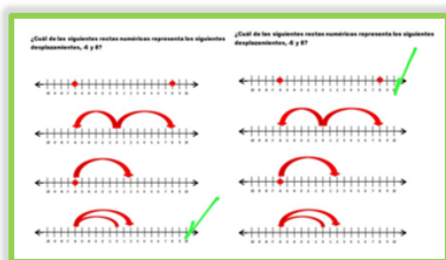


Ilustración 7 Errores comunes en la representación figural unidimensional 2



- Se les dificulta analizar lo que representa los desplazamientos y puntos una gráfica.
- Hay dificultades para identificar o representar sumas en el mismo sentido y sentido opuesto
- Al parecer olvidan el signo, que es el que da el sentido en la recta numérica.
- Presumen la posición final del desplazamiento, como el valor real del desplazamiento

En este sentido, se puede observar que:

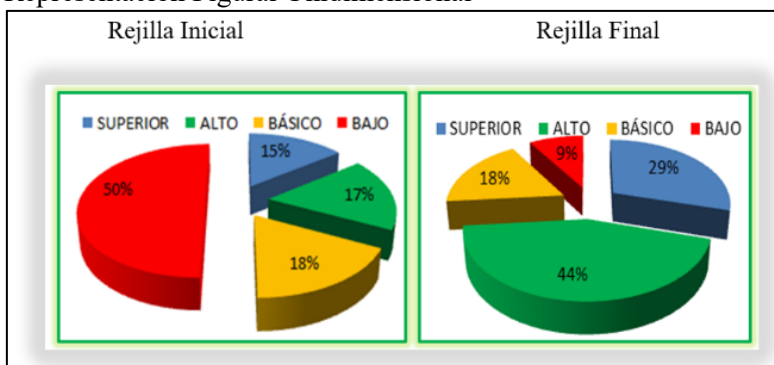
De acuerdo a la **ilustración #8** (rejilla inicial), se evidencia que cinco estudiantes equivalentes al 15%, representan adecuadamente números enteros en la recta numérica, seis estudiantes equivalentes al 17%, representan algunas veces los números enteros en la recta numérica, seis estudiantes equivalentes al 17%, representan pocas veces enteros en la recta numérica, diecisiete estudiantes equivalentes al 50%, no representan números enteros en la recta numérica, deduciendo de esta manera dificultades en la representación de números enteros en la recta numérica.

En la rejilla de evaluación final, los estudiantes de grado séptimo, evidencian un avance significativo a la hora de realizar actividades en la recta numérica

De acuerdo a la **ilustración #8** (rejilla final), se evidencia que diez estudiantes equivalentes al 29%, representan adecuadamente números enteros en la recta numérica, quince estudiantes

equivalentes al 44%, representan algunas veces los números enteros en la recta numérica, seis estudiantes equivalentes al 18%, representan pocas veces enteros en la recta numérica, tres estudiantes equivalentes al 9%, no representan números enteros en la recta numérica.

Ilustración 8
Representación Figural Unidimensional



Es indudable que el proceso mediado por el sitio web ThatQuiz, la retroalimentación o reflexión pedagógica por actividades y la integración con el registro semiótico (registro figural unidimensional) promovió que los estudiantes mejorarán significativamente su desempeño final respecto al inicial.

Actividades de representación numérica decimal

Con base en las actividades planteadas, se obtienen los siguientes resultados a partir de las rejillas de evaluación inicial y final, así:

En la rejilla de evaluación inicial, los estudiantes de grado séptimo, evidencian los siguientes errores a la hora de realizar sumas en el mismo sentido y sentido opuesto a través del registro numérico decimal

Ilustración 9

Ilustración 9 Errores comunes en la representación numérica decimal

¿Cuál es el resultado de $-8 + (-7)$? ¿Cuál es el resultado de $-8 + (-7)$?

- -1
- 1
- 15
- -15

¿Cuál es el resultado de $15 + 6$? ¿Cuál es el resultado de $15 + 6$?

- 9
- 21
- -9
- -21

Detailed description: The image shows a grid with four math problems. Each problem has four multiple-choice options. Green arrows point to specific options: -1 for the first problem, 15 for the second, -21 for the third, and 9 for the fourth.

- No identifican sumas en el mismo sentido y sentido opuesto, es decir, realizan operaciones sin su respectivo análisis.
- Multiplican los signos
- Realizan la operación de acuerdo a la cantidad mayor, sin importar el signo que antecede
- No identifican cuando un número es mayor que el otro, confundiendo el término mayor que y valor absoluto.
- Omiten signos, desconociendo la importancia del valor absoluto en sumas en sentido opuesto.

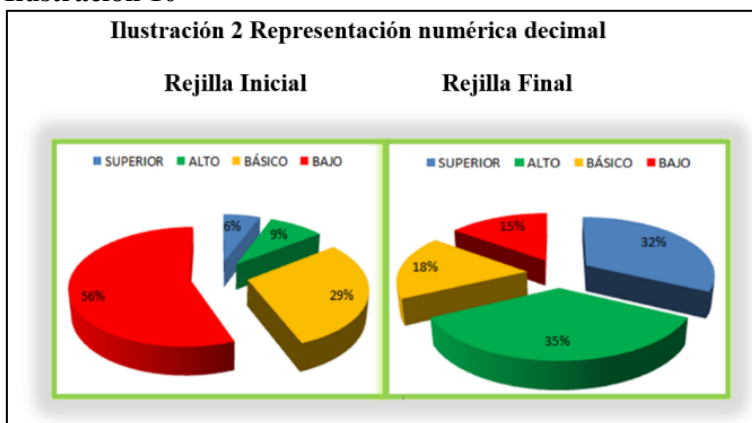
De acuerdo a la **ilustración #10** (rejilla inicial), se evidencia que dos estudiantes equivalentes al 6%, representan adecuadamente los símbolos numéricos en las operaciones de orden aditivo con enteros, tres estudiantes equivalentes al 9%, representan algunas veces los símbolos numéricos en las operaciones de orden aditivo con enteros, diez estudiantes equivalentes al 29%, representan pocas veces los símbolos numéricos en las operaciones de orden aditivo con enteros, y diecinueve estudiantes equivalentes al 56%, no representan los símbolos numéricos en las operaciones de orden aditivo con enteros, deduciendo de esta manera dificultades en la representación simbólica en operaciones de orden aditivo con números enteros.

En la rejilla de evaluación final, los estudiantes de grado séptimo, evidencian un avance significativo a la hora de realizar sumas en el mismo sentido y sentido opuesto a través del registro numérico decimal:

- Realizan sumas en el mismo sentido y sentido opuesto con su respectivo análisis.

- b. Pocas veces algunos estudiantes multiplican los signos.
- c. A la hora de operacionalizar dan la importancia al signo que antecede.
- d. Diferencian el término mayor que y valor absoluto, dando real importancia a este último en el desarrollo de sumas en el sentido opuesto.
- e. La omisión de signos es poca, facilitando la operacionalización de sumas en sentido opuesto.

Ilustración 10



De acuerdo a la **ilustración #10** (rejilla final), se evidencia que once estudiantes equivalentes al 32%, resuelven adecuadamente sumas en el mismo sentido y sentido opuesto con enteros en el registro numérico decimal, doce estudiantes equivalentes al 35%, algunas veces resuelven sumas en el mismo sentido y sentido opuesto con enteros en el registro numérico decimal, seis estudiantes equivalentes al 18%, pocas veces resuelven sumas en el mismo sentido y sentido opuesto con enteros en el registro numérico decimal, y cinco estudiantes equivalentes al 15%, no resuelven sumas en el mismo sentido y sentido opuesto con enteros en el registro numérico decimal.

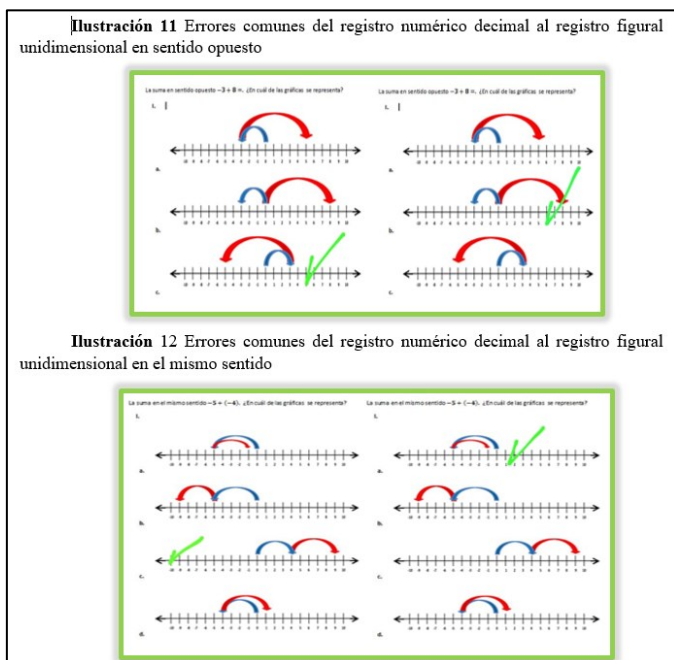
De esta manera, se deduce que el avance significativo a la hora de operacionalizar en el registro numérico decimal, notándose en el desempeño final respecto al inicial.

Actividades de conversión: Registro numérico decimal al registro figural unidimensional en el mismo sentido y sentido opuesto

Con base en las actividades planteadas, se obtienen los siguientes resultados a partir de las rejillas de evaluación inicial y final, así:

En la rejilla de evaluación inicial, los estudiantes de grado séptimo, evidencian los siguientes errores a la hora de realizar la conversión del registro numérico decimal al figural unidimensional:

Ilustración 11 y 12



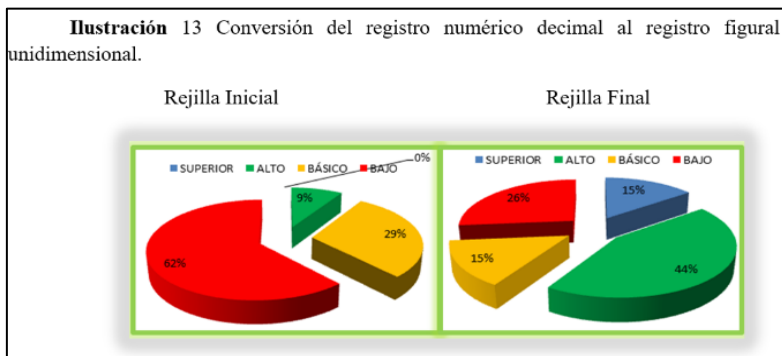
De acuerdo a la **ilustración #13** (rejilla inicial), se evidencia que cero estudiantes equivalentes al 0%, convierten correctamente del registro numérico decimal al registro figural unidimensional, tres estudiantes equivalentes al 9%, convierten algunas veces del registro numérico decimal al registro figural unidimensional, diez estudiantes equivalentes al 29%, convierten pocas veces del registro numérico decimal al registro figural unidimensional, y veintidós estudiantes equivalentes al 62%, no convierten correctamente del registro numérico decimal al registro figural unidimensional, deduciendo de esta manera dificultades en la conversión del registro numérico decimal al registro figural unidimensional.

En la rejilla de evaluación final, los estudiantes de grado séptimo, evidencian los siguientes avances a la hora de realizar la conversión del registro numérico decimal al figural unidimensional:

De acuerdo a la **ilustración #13** (rejilla final), se evidencia que cinco estudiantes equivalentes al 15%, convierten correctamente del registro numérico decimal al registro figural unidimensional, quince estudiantes equivalentes al 44%, convierten algunas veces del registro numérico decimal

al registro figural unidimensional, cinco estudiantes equivalentes al 15%, convierten pocas veces del registro numérico decimal al registro figural unidimensional, y nueve estudiantes equivalentes al 26%, no convierten correctamente del registro numérico decimal al registro figural unidimensional.

Ilustración 13



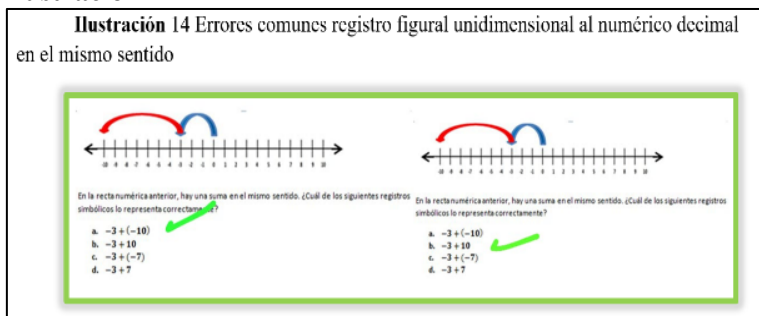
Se deduce entonces que el proceso de conversión del registro numérico decimal al registro figural unidimensional es una práctica de mayor nivel cognitivo, por lo que exige incrementar su ejercitación, puesto que su utilización permitirá minimizar las dificultades comunes a la hora de desarrollar sumas en el mismo sentido y sentido opuesto.

Actividades de conversión: Registro figural unidimensional al numérico decimal en el mismo sentido y sentido opuesto

Con base en las actividades planteadas, se obtienen los siguientes resultados a partir de las rejillas de evaluación inicial y final, así:

En la rejilla de evaluación inicial, los estudiantes de grado séptimo, evidencian los siguientes errores a la hora de realizar la conversión del registro figural unidimensional al numérico decimal.

Ilustración 14

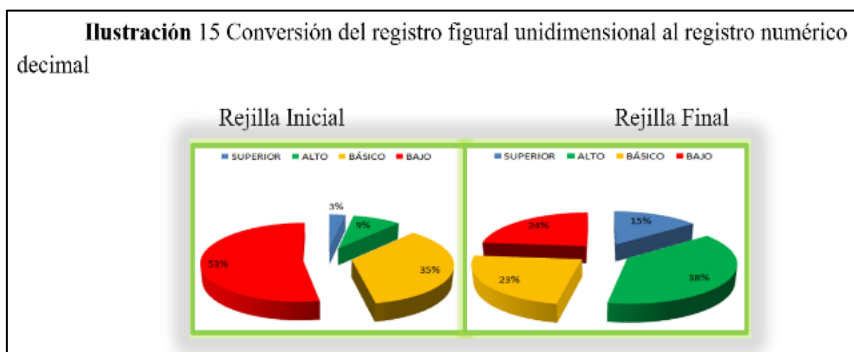


De acuerdo a la **ilustración #15** (rejilla inicial), se evidencia que 1 estudiante equivalentes al 3%, convierte correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, tres

estudiantes equivalentes al 9%, convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, doce estudiantes equivalentes al 35%, convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, y dieciocho estudiantes equivalentes al 53%, no convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, deduciendo de esta manera dificultades en la conversión del registro figural unidimensional al registro numérico decimal en sumas en el mismo sentido y sentido opuesto.

De acuerdo a la **ilustración #15** (rejilla final), se evidencia que 5 estudiante equivalentes al 15%, convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, trece estudiantes equivalentes al 38%, convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, ocho estudiantes equivalentes al 23%, convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal, y ocho estudiantes equivalentes al 24%, no convierten correctamente del registro figural unidimensional al registro numérico decimal operaciones aditivas con los números enteros.

Ilustración 15

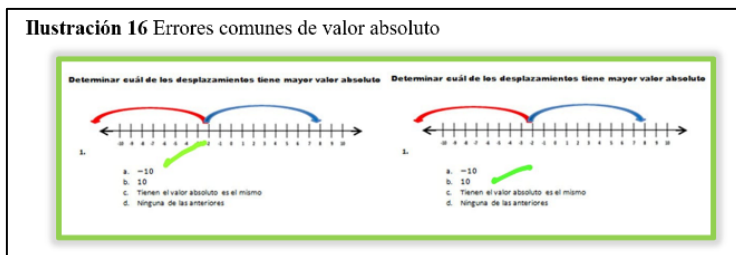


Se deduce entonces que el proceso de conversión del registro figural unidimensional al numérico decimal es una práctica de mayor nivel cognitivo, por lo que exige incrementar su ejercitación, puesto que su utilización permitirá minimizar las dificultades comunes a la hora de desarrollar sumas en el mismo sentido y sentido opuesto.

Actividades de Valor Absoluto

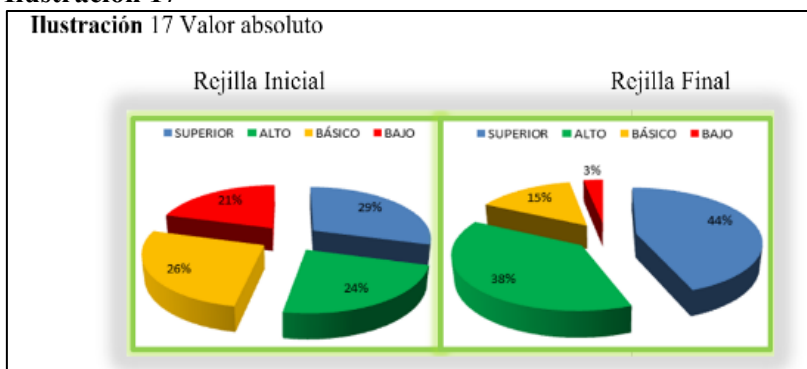
Con base en las actividades planteadas, se obtienen los siguientes resultados a partir de las rejillas de evaluación inicial y final, así:

Ilustración 16



De acuerdo a la **ilustración #17** (rejilla inicial), se evidencia que diez estudiantes equivalentes al 29% identifican el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, ocho estudiantes equivalentes al 24%, identifican algunas veces el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, nueve estudiantes equivalentes al 26%, identifican pocas veces el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, y siete estudiantes equivalentes al 21%, no identifican el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, deduciendo de esta manera que la dificultad matemática en la mayoría de los estudiantes no está en la identificación del valor absoluto sino en el algoritmo matemático a la hora desarrollar operaciones de orden aditivo con los números enteros y en unos pocos estudiantes se presenta la confusión entre los términos mayor que y valor absoluto.

Ilustración 17



De acuerdo a la **ilustración #17** (rejilla final), se evidencia que quince estudiantes equivalentes al 44% identifican el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, trece estudiantes equivalentes al 38%, identifican algunas veces el valor

absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, cinco estudiantes equivalentes al 15%, identifican pocas veces el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros, y un estudiantes equivalentes al 3%, no identifican el valor absoluto de las cantidades numéricas en operaciones aditivas con los números enteros.

Se deduce la importancia de los términos mayor que y valor absoluto en el desarrollo de operaciones de orden aditivo con los números enteros en el mismo sentido y sentido opuesto.

Actividades de Tratamiento en el registro numérico decimal de operaciones aditivas con números enteros

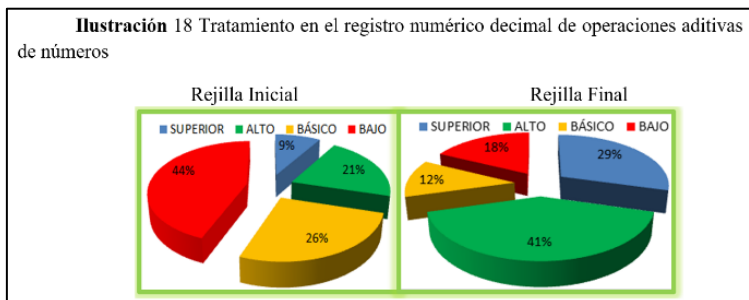
Con base en las actividades planteadas, se obtienen los siguientes resultados a partir de las rejillas de evaluación inicial y final

De acuerdo a la **ilustración #18** (rejilla inicial), se evidencia que diez estudiantes equivalentes al 29%, desarrolla adecuadamente operaciones de orden aditivo con los números enteros, catorce estudiantes equivalentes al 41%, desarrolla algunas operaciones de orden aditivo con los números enteros, cuatro estudiantes equivalentes al 12% desarrolla pocas veces operaciones de orden aditivo con los números enteros, y seis estudiantes equivalentes al 18%, no desarrolla operaciones de orden aditivo con los números enteros, deduciendo de esta manera dificultades en el desarrollo de operaciones de orden aditivo con los números enteros.

- En la rejilla de evaluación final, los estudiantes de grado séptimo, evidencian un avance significativo al resolver sumas en el mismo sentido y sentido opuesto, a través del registro numérico decimal, teniendo en cuenta la apropiación de los procesos de transformación desarrollados anteriormente

De acuerdo a la **ilustración #18** (rejilla final), se evidencia que diez estudiantes equivalentes al 29%, desarrollan adecuadamente operaciones de orden aditivo con los números enteros, catorce estudiantes equivalentes al 41%, desarrollan algunas operaciones de orden aditivo con los números enteros, cuatro estudiantes equivalentes al 12% desarrollan pocas veces operaciones de orden aditivo con los números enteros, y seis estudiantes equivalentes al 18%, no desarrollan operaciones de orden aditivo con los números enteros.

Ilustración 18



Se deduce un avance significativo en el tratamiento del registro numérico decimal de operaciones aditivas con números enteros, donde las representaciones semióticas son fundamentales en los procesos de transformación.

Propuesta Pedagógica

Descripción de la propuesta

Tabla 1

Descripción General de la Propuesta de actividades

Propuesta pedagógica		
Actividad	Nombre de la actividad	Propósito
Exploratoria o de reconocimiento	Interactuando, ando... con la tecnología	Reconocer el material tecnológico que posee la institución
	Reconociendo el sitio web ThatQuiz	Reconocer el uso y características del sitio web ThatQuiz con docentes del área
	Reconociendo el sitio web ThatQuiz	Reconocer el uso y características del sitio web ThatQuiz y aplicar una prueba diagnóstica con estudiantes sobre operaciones aditivas con números enteros.
Fundamentación: Operaciones de orden aditivo	Sumando, ando... en el mismo sentido con la recta numérica	Resolver sumas en el mismo sentido y en sentido opuesto haciendo uso de la recta numérica (representación figural unidimensional) en el sitio web ThatQuiz y aplicar dos pruebas diagnósticas con estudiantes sobre operaciones aditivas con números enteros.
	Sumando, ando... en sentido opuesto con la recta numérica	
	Relacionando, ando... lo figural unidimensional a lo numérico decimal (términos de la suma)	Desarrollar competencias matemáticas con el sitio web ThatQuiz
	Conversión de lo figural unidimensional a lo numérico decimal (resultado)	
	Ejercitando, ando... algoritmos aditivos	

Evaluación	Evaluando, ando... conocimientos adquiridos	Identificar los conocimientos y competencias adquiridas haciendo uso del sitio web ThatQuiz
Proyección	Canal de YouTube: Desarrollando competencias matemáticas	Construir el canal de YouTube “Desarrollando competencias matemáticas” y hacer público

Fuente: Elaboración Propia

CONCLUSIONES

Para dar a conocer las conclusiones, se distribuirá en tres sesiones, en **la primera parte** se hablará de la importancia de las representaciones semióticas (numérica decimal y figural unidimensional), las operaciones aditivas con enteros (sumas en el mismo sentido y en sentido opuesto) y la tecnología en la enseñanza de los enteros (sitio web ThatQuiz); en **la segunda parte** del diseño del sistema de actividades y en **la tercera parte** sobre el análisis de los datos obtenidos a través de la rejilla de evaluación inicial y final, así:

Primera Parte

Se enfatiza la importancia de las representaciones semióticas, como el registro numérico decimal y la representación figural unidimensional en la recta numérica, para comprender situaciones matemáticas. Las transformaciones entre estas representaciones son clave para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos.

Operaciones aditivas con enteros (sumas en el mismo sentido y en sentido opuesto):

En esta sección, se destaca que las transformaciones entre representaciones semióticas son fundamentales para comprender y desarrollar sumas en el mismo sentido y sentido opuesto. Estas transformaciones permiten visualizar y utilizar correctamente el valor absoluto.

Tecnología en el proceso de aprendizaje matemático (sitio web ThatQuiz):

El sitio web ThatQuiz es una herramienta tecnológica que facilita el aprendizaje matemático a través de procesos de transformación. Permite a los docentes planear, cargar y distribuir procesos de transformación de manera autónoma, promoviendo la reflexión pedagógica. Además, facilita la exploración y visualización de objetos matemáticos, promoviendo la motivación de los estudiantes.

En resumen, se destaca la importancia de las representaciones semióticas y las transformaciones, así como el uso de la tecnología, específicamente el sitio web ThatQuiz, para mejorar el aprendizaje matemático.

Segunda Parte

El sistema de actividades diseñado se compone de diez actividades estructuradas con varios objetivos claros. Estas actividades están diseñadas para aprovechar los recursos tecnológicos y el sitio web ThatQuiz en la enseñanza de las matemáticas, centrándose en las relaciones aditivas con números enteros y el uso de representaciones semióticas, como el registro numérico decimal y la representación figural unidimensional en la recta numérica.

Las cuatro actividades principales del sistema son: exploración de recursos tecnológicos, fundamentación de relaciones aditivas, evaluación de procesos aditivos y proyección para destacar la importancia de las representaciones semióticas en las operaciones con enteros. Estas actividades se basan en las ideas de Duval sobre la importancia de las transformaciones en los registros semióticos y en los planteamientos de Cid sobre las operaciones aditivas como acciones de incremento o avance en el mismo sentido o sentido opuesto.

La estrategia metodológica se enfoca en lo interactivo, meta-cognitivo y reflexivo. Desde lo interactivo, se utiliza la tecnología y el sitio web ThatQuiz para explorar los recursos tecnológicos y su uso en la resolución de operaciones con enteros, incorporando representaciones semióticas para una comprensión más profunda. Desde lo meta-cognitivo, se promueve la comprensión del contenido matemático a través de la relación entre el tratamiento y la conversión de términos matemáticos, permitiendo a los estudiantes interpretar las representaciones semióticas y dar un tratamiento adecuado a los objetos matemáticos. Desde la reflexión, se reconoce la importancia de la tecnología en la educación y se destaca que el sitio web ThatQuiz es una herramienta dinámica y efectiva para enseñar matemáticas.

El sistema de actividades se basa en los principios de Duval y Cid, y se enfoca en utilizar las representaciones semióticas para mejorar la comprensión de las operaciones aditivas con números enteros. Se enfatiza la necesidad de incorporar procesos de conversión en las actividades para

abordar de manera efectiva las sumas en el mismo sentido y sentido opuesto y minimizar las dificultades comunes en este tema.

Tercera Parte

Los resultados obtenidos a través de una rejilla de evaluación inicial y final en una investigación relacionada con operaciones aditivas con números enteros. En la evaluación inicial, se identificó una dificultad en comprender estas operaciones, especialmente cuando se combinan representaciones numéricas decimales y figuras unidimensionales. Se observó que los estudiantes tienden a ver dos situaciones diferentes cuando se representan en registros diferentes, lo que lleva a resolverlas de manera diferente.

El sistema de diez actividades propuesto se diseñó teniendo en cuenta estos procesos de transformación de un registro a otro, siguiendo la teoría de Duval (2006). La evaluación inicial también resaltó la importancia del uso constante de representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional) en la enseñanza de operaciones aditivas con números enteros.

La evaluación final, que utilizó las mismas categorías que la evaluación inicial, mostró una mejora en los procesos de transformación en operaciones aditivas con números enteros. Se determinó que el uso del sitio web ThatQuiz, que integra registros figural unidimensional y numérico decimal, promovió la comprensión y el desarrollo de estas operaciones.

En resumen, los resultados indican que el sistema de actividades mediado por el sitio web ThatQuiz facilita el correcto desarrollo de operaciones aditivas con números enteros, utilizando transformaciones de representaciones semióticas (registro numérico decimal y figural unidimensional).

RECOMENDACIONES

Se hace necesario continuar utilizando las representaciones semióticas (numérico decimal y figural unidimensional) en la práctica pedagógica de la enseñanza de las matemáticas, para hacer de los procesos aditivos con números enteros una experiencia interpretativa en la que se evidencie la comprensión del objeto matemático, es decir, se requieren hacer de las matemáticas una actividad común aplicada al diario vivir, que se permita la comprensión del objeto matemático

desde diferentes registros y así dar cuenta del porqué de x o y situación. De esta manera, se puede dar inicio y/o continuidad a otras investigaciones que indaguen sobre qué y cómo se enseña esta área para obtener mejores resultados académicos y mejores prácticas de enseñanza y aprendizaje en las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Albaladejo, I. M., & García López, M. D. (abril de 2009). *Influencia de las Nuevas Tecnologías en la Evolución del Aprendizaje y las Actitudes Matemáticas de Estudiantes de Secundaria*. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(17), 369-396.
- Bernal, C. (2010). *Metodología de la Investigación* (3ra Ed.). Pearson y Prentice Hall. Colombia.
<https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2019/02/El-proyecto-de-investigaci%C3%B3n-F.G.-Arias-2012-pdf.pdf>
- Bonilla, E., y Rodríguez, P. (1997). *Más allá del dilema de los métodos. La Investigación en las ciencias sociales*. Ediciones Uniandes. Edit. Norma. Buenos Aires, Argentina.
- Bruno, A. (1994). La recta en el aprendizaje de los números negativos. *Suma*. 18, 39-48
- Bruno, A., y Cabrera, N. (2006). La recta numérica en los libros de texto en España. *Revista Educación Matemática* 18(3), 125-149.
- Cerizola, N., Pérez, N. y Martínez, R. (2000). Una noción matemática básica y aparentemente simple: el valor absoluto de un número real. *Actas de la XIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Editor CLAME. www.uccor.edu.ar/textos
- Cid, E. (2003). La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión. *Pre-publicaciones del Seminario matemático "García Galdeano"*. Universidad de Zaragoza, España. <https://reneues.files.wordpress.com/2019/04/del-cid-los-numeros-negativos-investigacion-didactica.pdf>
- Cid, E. (2015). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza De los números negativos*. (Tesis de doctoral) Universidad de Zaragoza, España.
<https://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Díaz, S. (2009). *Plataformas educativas, un entorno para profesores y alumnos*.
<https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4921.pdf>

- Duval, R. (1995). *S'emiosis et pens'ee humaine. Registres s'emiotiques et pprentissages*
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2000). *Basic Issues for Research in Mathematics Education*. En: T. Nakahara and M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology*
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Santiago de Cali: PeterLang S.A.
- Duval, R (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*; Vol 9.1, pp 143-168. Madrid, RSME.
http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf
- Duval, R. (2012). Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en matemáticas: los registros de representación semiótica. *Resúmenes del VI Coloquio Internacional de Didáctica de las Matemáticas: avances y desafíos actuales*, Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, pp. 14-17.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2001). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf
- Hitt-Espinosa, F. (1998). Systèmes sémiotiques de représentations liés au concept de fonction. *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives*, 6, pp. 7-26.
- Huapaya, E. (2012). *Modelación mediante Excel y Fwin32: funciones polinómicas de grado 123. VI Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas*. https://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2012/02/Resumen_coloquio_2012-1.pdf
- Macías, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect@2*, 4(9): 27-57. <http://www.movilred.co/images/uploads/325867118-Educaciojn.pdf>

- Morín, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. México. Unesco.
- Ramírez, D. (2010). *Modelo de acción docente para el desarrollo de prácticas pedagógicas con medios informáticos y telemáticos en el contexto aula*. (Tesis de postgrado). Universidad Rovira Virgili, Tarragona. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=100556>
- Vega, J., Niño, F., Y Cárdena, Y. (2015). Enseñanza de las matemáticas básicas en un entorno e-Learning: un estudio de caso de la Universidad Manuela Beltrán Virtual. En: *Revista Escuela de Administración de Negocios*, 2015, no. 79, p. 172 – 185. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-81602015000200011
- Villa, J., Galvis, J., Sierra, R., y Vélez, L. (2014). *Integración de tecnologías en el aula de clase. El caso de los profesores implicados en el proyecto Teso*. En: *Tecnologías Digitais en Educação: perspectivas teóricas e metodológicas sobre formação e prática docente*. Curitiba: Editora CRV. 2014, p. 35-56.