

## **Análisis Probabilístico de las Variables de Resistencia al Corte Provenientes del Ensayo Triaxial de los Suelos Finos de la Ciudad de Tarija, Bolivia**

**Trinidad Cinthia Baldivezo Montalvo<sup>1</sup>**

[baldivezomontalvot@gmail.com](mailto:baldivezomontalvot@gmail.com)

<https://orcid.org/0009-0006-2232-2862>

Universidad Autónoma Juan Misael Saracho  
Bolivia

### **RESUMEN**

Los fenómenos de la mecánica de suelos, sus propiedades geotécnicas y sus variables más representativas, son de naturaleza aleatoria, es decir, se caracterizan por ser variables en el tiempo y en el espacio. Por esta razón, se usan métodos estadísticos y probabilísticos para cuantificar estas variables, con un nivel de precisión razonable. En este artículo, una vez determinadas experimentalmente las variables más representativas de la resistencia al corte (Triaxial No Consolidado No drenado, Cuu) de 25 muestras de los suelos finos de la ciudad de Tarija, se han determinado sus indicadores estadísticos más importantes y se ha seleccionado el modelo de distribución de probabilidades que mejor describe su comportamiento en términos de probabilidades, en cada caso. Para seleccionar el modelo de distribución de probabilidades más apropiado para cada variable, se han utilizado dos criterios, a saber, la comparación del histograma empírico con el modelo teórico y la prueba chi cuadrada. Usando estos modelos, se han determinado los percentiles para cada una de las variables, los cuales son útiles para estimar el riesgo y también para fines de diseño. Adicionalmente, se han formulado correlaciones útiles que permiten estimar una variable para valores prefijados del percentil.

***Palabras clave:** variables; resistencia al corte; triaxial no consolidado no drenado; modelos de distribución de probabilidades*

---

<sup>1</sup> Autor principal.

Correspondencia: [baldivezomontalvot@gmail.com](mailto:baldivezomontalvot@gmail.com)

# **Probabilistic Analysis of the Shear Resistance Variables from the Triaxial test of the Fine Soils of the City of Tarija, Bolivia**

## **ABSTRACT**

The phenomena of soil mechanics, their geotechnical properties and their most representative variables, are of a random nature, that is, they are characterized by being variables in time and space. For this reason, statistical and probabilistic methods are used to quantify these variables, with a reasonable level of precision. In this article, once the most representative variables of the shear resistance (Triaxial Unconsolidated Undrained, C<sub>uu</sub>) of 25 samples of fine soils from the city of Tarija have been experimentally determined, their most important statistical indicators have been determined and the probability distribution model that best has been selected. describes their behavior in terms of probabilities, in each case. To select the most appropriate probability distribution model for each variable, two criteria have been used, namely, the comparison of the empirical histogram with the theoretical model and the chi-square test. Using these models, percentiles have been determined for each of the variables, which are useful for estimating risk and also for design purposes. Additionally, useful correlations have been formulated that allow estimating a variable for preset percentile values.

***Keywords:** variables; shear resistance; triaxial unconsolidated undrained; probability distribution models; percentile*

*Artículo recibido 20 setiembre 2023  
Aceptado para publicación: 28 octubre 2023*

## **INTRODUCCIÓN**

Debido a la heterogeneidad de los suelos y el comportamiento aleatorio de sus variables, los métodos estadísticos y probabilísticos proporcionan la vía más apropiada para tomar en cuenta esta variabilidad y considerarla para fines de estimación del riesgo e incertidumbre a la hora de tomar decisiones en el diseño geotécnico. Esto conduce a establecer, con absoluta claridad, que el tratamiento matemático más apropiado para modelar estas variables pasa por el uso de la teoría de las probabilidades, de manera que, cualquier resultado está asociado a un nivel de probabilidad de excedencia o de no excedencia.

Los ingenieros deben estar abiertos a aplicar métodos simplificados (semiprobabilísticos) o enfoques probabilísticos directos para el diseño basados en la confiabilidad RBD (Reliability Based Design). RBD se refiere a cualquier metodología de diseño que aplica principios de confiabilidad, explícitamente o no (Phoon & Retief, 2016).

Adicionalmente, los modelos de distribución de probabilidades han sido aplicados en la mecánica de los suelos bolivianos, con resultados que pueden calificarse como interesantes y de mucha utilidad teórica y práctica (Benítez, Reynoso, A., 2021, 2019, 2015, 2012, 2010 y 1997).

En base a lo expresado en los párrafos precedentes, la selección y el uso de los modelos de distribución de probabilidades juegan un rol importante (Benítez Reynoso, A., 2021).

## **METODOLOGÍA**

Para la elaboración de la investigación, se han extraído y preparado 25 muestras de suelo, mediante calicatas de 1 m de profundidad, del Distrito 12 de la ciudad de Tarija (Bolivia), las cuales fueron sometidas a diferentes ensayos de laboratorio, desde los más básicos (humedad natural, límites de Atterberg, granulometría y triaxial).

Una vez realizados los ensayos básicos de laboratorio, se ha procedido a realizar los ensayos de Triaxial (no consolidado, no drenado, C<sub>uu</sub>), los cuales están normalizados (ABC, 2007; Das, 2019 y Germaine, 2009), para presiones de confinamiento o presión de cámara de 100, 200 y 300 kPa.

Lo expresado en los párrafos que anteceden, corresponden a la fase empírica de la investigación.

La fase racional comprende la estimación de los indicadores estadísticos, que expresan la variabilidad de

las propiedades y la selección y uso de los modelos de distribución de probabilidades.

Para la determinación del modelo de distribución de probabilidades más apropiado, para cada variable, se ha empleado dos criterios, a saber: la comparación del histograma empírico con el modelo teórico y la prueba chi-cuadrada (Benjamin & Cornell, 1970; Mendenhall y Sincich, 1997; Walpole, Myers & Myers, 2012; Ang & Tanf, 2007).

## RESULTADOS

### Clasificación de los suelos

Una vez realizados los ensayos básicos, la clasificación de suelos, mediante el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos ha arrojado los siguientes resultados para las 25 muestras: 11 muestras son suelos CL, 2 muestras son suelos CL-ML, 10 muestras son suelos ML, 1 muestra es suelos MH y 1 una muestra es suelos SP-SM.

### Variabilidad Estadística

Realizados los ensayos de Triaxial No Consolidado, No Drenado,  $C_{uu}$ , se han estimado las variables, cuyos indicadores estadísticos más importantes se presenta en los cuadros 1 y 2.

#### Cuadro 1

Indicadores estadísticos principales  
Variables de resistencia al corte (TRIAXIAL  $C_{uu}$ )

Indicador	C (kPa)	$\emptyset$ (°)	$\sigma_{d1}$ (kPa)	$\epsilon_1$ (%)
<b>n</b>	25	25	25	25
<b><math>\bar{M}</math></b>	299,08	25,25	1092,19	4,21
<b>DS</b>	41,53	2,49	101,18	1,24
<b>COV</b>	0,139	0,098	0,093	0,296
<b>Min</b>	233	21	866,78	2,91
<b>Max</b>	384	29	1235,74	9,52
<b><math>C_s</math></b>	1,49	-0,54	-0,46	6,90
<b>K</b>	-0,35	-1,17	-0,59	14,81

**Cuadro 2**

Indicadores estadísticos principales  
 Variables de resistencia al corte (TRIAXIAL  $C_{uu}$ )

<b>Indicador</b>	<b><math>\sigma_{d2}</math> (kPa)</b>	<b><math>\epsilon_2</math> (%)</b>	<b><math>\sigma_{d3}</math> (kPa)</b>	<b><math>\epsilon_3</math> (%)</b>
<b>n</b>	25	25	25	25
<b><math>\bar{M}</math></b>	1241,75	5,01	1402,82	5,20
<b>DS</b>	91,79	1,26	81,53	0,72
<b>COV</b>	0,074	0,252	0,058	0,139
<b>Min</b>	1035,00	3,74	1242,93	3,92
<b>Max</b>	1360,25	8,59	1531,27	7,32
<b><math>C_s</math></b>	-0,92	3,10	-1,14	1,33
<b>K</b>	-0,85	2,06	-0,79	1,86

En los cuadros 1 y 2:

**n** = tamaño de la muestra o serie estadística de trabajo = 25;

**$\bar{M}$**  = media aritmética;

**DS** = desviación típica;

**COV** = coeficiente de variación;

**Min** = valor mínimo de la serie;

**Max** = valor máximo de la serie;

**$C_s$**  = Coeficiente de asimetría;

**K** = Coeficiente de Curtosis;

**C** = Cohesión del suelo (kPa);

**$\emptyset$**  = Ángulo de rozamiento interno (°);

**$\sigma_{d1}$**  = Esfuerzo desviador máximo (kPa) para una presión de confinamiento = 100 kPa;

**$\epsilon_1$**  = Deformación axial máxima (%) para una presión de confinamiento = 100 kPa;

**$\sigma_{d2}$**  = Esfuerzo desviador máximo (kPa) para una presión de confinamiento = 200 kPa;

**$\epsilon_2$**  = Deformación axial máxima (%) para una presión de confinamiento = 200 kPa;

**$\sigma_{d3}$**  = Esfuerzo desviador máximo (kPa) para una presión de confinamiento = 300 kPa;

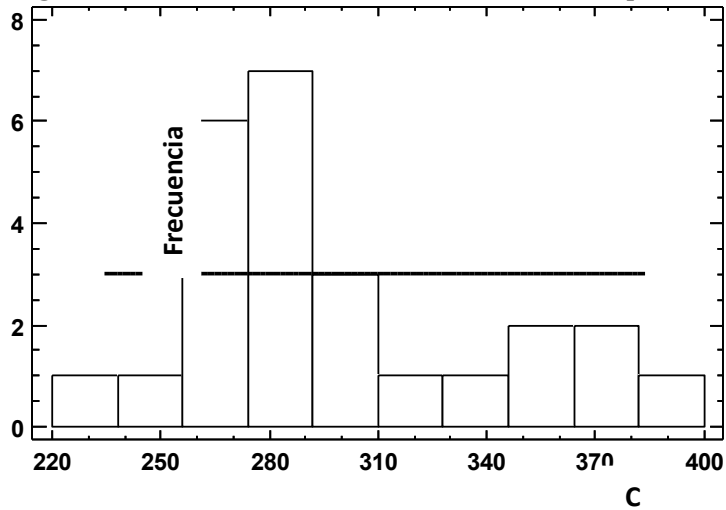
**$\epsilon_3$**  = Deformación axial máxima (%) para una presión de confinamiento = 300 kPa;

## Modelos de distribución de probabilidades

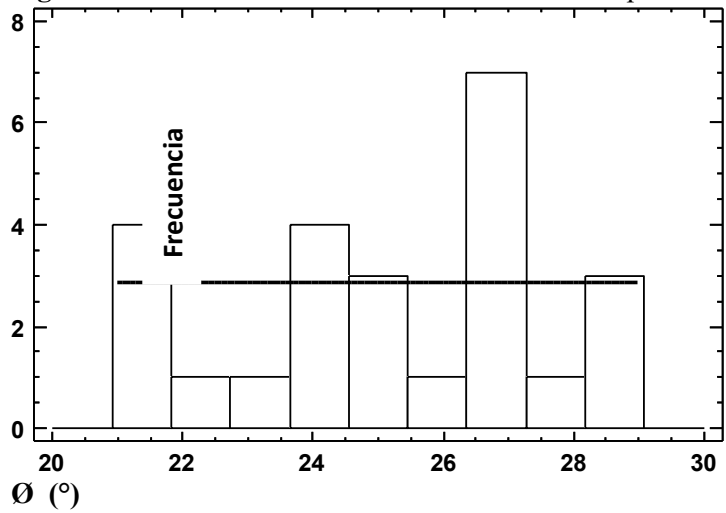
En las figuras 1, 2, 3 y 4 se puede apreciar, la comparación del histograma empírico con el modelo teórico seleccionado para cuatro de las variables consideradas.

En tanto que, en el cuadro 3, se presenta el resumen de los modelos para la totalidad de las variables.

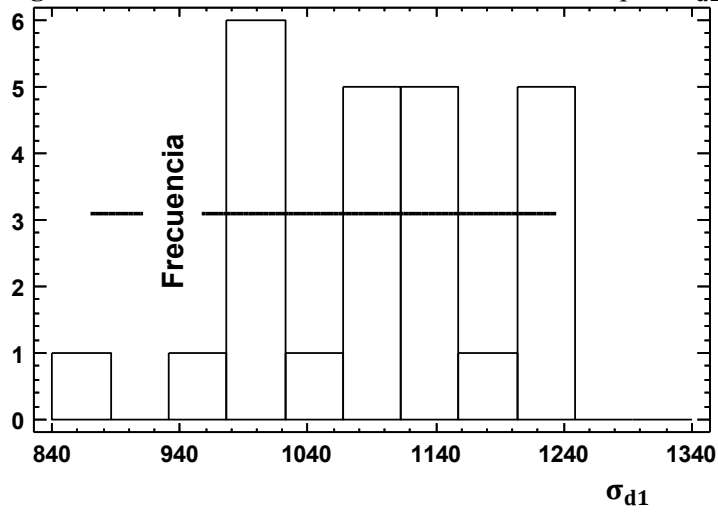
**Figura 1:** Distribución de Probabilidades Uniforme para C



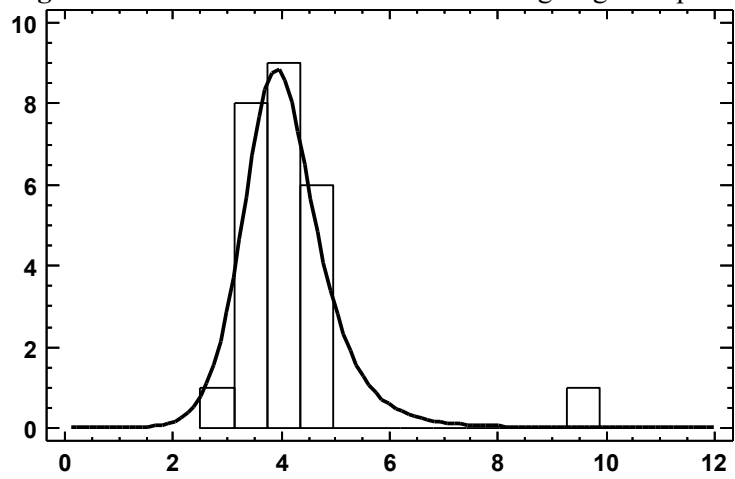
**Figura 2:** Distribución de Probabilidades Uniforme para  $\emptyset$



**Figura 3:** Distribución de Probabilidades Uniforme para  $\sigma_{d1}$



**Figura 4:** Distribución de Probabilidades Log Logística para  $\varepsilon_1$



**Cuadro 3**

Resumen de modelos de distribución de probabilidades  
 Variables de resistencia al corte (TRIAXIAL)

Variable	Modelo de distribución de probabilidades
C	Uniforme
$\emptyset$	Uniforme
$\sigma_{d1}$	Uniforme
$\varepsilon_1$	Log Logística
$\sigma_{d2}$	Uniforme
$\varepsilon_2$	Log Logística
$\sigma_{d3}$	Uniforme
$\varepsilon_3$	Log Logística

## Percentiles

El cuadro 4 muestra la estimación de los percentiles 1%, 5%, 10%, 25%, 50%, 75%, 90%, 95% y 99% para cada una de las variables estudiadas, mismos que fueron calculados usando los modelos seleccionados en cada caso.

Los percentiles son valores debajo de los cuales se encuentra un porcentaje específico de datos.

Pero, también se pueden interpretar en términos de probabilidades. Así, si se observa el cuadro 4, se tiene que, la probabilidad de que el esfuerzo desviador ( $\sigma_{d1}$ ) sea menor o igual a 903,68 kPa es igual a 0,10 (10%), o, la probabilidad de que este esfuerzo sea mayor o igual a 903,68 kPa es 0,90 (90%).

### Cuadro 4

Percentiles para las variables consideradas (TRIAXIAL) según su modelo de distribución de probabilidades

Per (%)	Variable de resistencia al corte							
	C	Ø	$\sigma_{d1}$	$\epsilon_1$	$\sigma_{d2}$	$\epsilon_2$	$\sigma_{d3}$	$\epsilon_3$
1	234,51	21,08	870,47	2,43	1038,25	2,69	1245,81	3,66
5	240,55	21,40	885,23	2,91	1051,26	3,30	1257,34	4,14
10	248,10	21,80	903,68	3,16	1067,53	3,62	1271,75	4,38
25	270,75	23,00	959,02	3,56	1113,06	4,14	1314,99	4,76
50	308,50	25,00	1051,26	4,02	1197,63	4,75	1387,05	5,17
75	346,25	27,00	1143,50	4,54	1278,94	5,44	1459,11	5,62
90	369,90	28,20	1198,84	5,11	1327,72	6,23	1502,35	6,10
95	376,45	28,60	1217,19	5,55	1353,99	6,83	1516,76	6,46
99	382,49	28,92	1232,05	6,65	1357,00	8,37	1528,29	7,31

Per = Percentil.

### Algunas correlaciones útiles

En el cuadro que sigue, se presenta la matriz de correlaciones lineales simples y su correspondiente coeficiente de correlación entre pares de todas las variables consideradas. Como puede apreciarse, como se esperaba, todos los coeficientes de correlación son altos, iguales o muy próximos a la unidad, lo cual indica que la correlación es fuerte.



**Cuadro 5**

Matriz de correlaciones lineales simples y su coeficiente de correlación

	Per	C	Ø	$\sigma_{d1}$	$\epsilon_1$	$\sigma_{d2}$	$\epsilon_2$	$\sigma_{d3}$	$\epsilon_3$
Per	1,000	1,000	1,000	1,000	0,956	1,000	0,952	1,000	0,963
C		1,000	1,000	1,000	0,955	1,000	0,952	1,000	0,962
Ø			1,000	1,000	0,956	1,000	0,952	1,000	0,963
$\sigma_{d1}$				1,000	0,956	1,000	0,952	1,000	0,963
$\epsilon_1$					1,000	0,954	1,000	0,956	0,999
$\sigma_{d2}$						1,000	0,951	1,000	0,961
$\epsilon_2$							1,000	0,952	0,998
$\sigma_{d3}$								1,000	0,963
$\epsilon_3$									1,000

Las correlaciones reflejadas en el cuadro 5, permiten estimar una variable en función de cualesquiera de las otras, una vez formulado el modelo de correlación.

**CONCLUSIONES**

Se demuestra, una vez más, que la teoría de las probabilidades es la herramienta matemáticas más apropiada para modelar las variables representativas de los fenómenos de la mecánica de suelos e ingeniería geotécnica.

En el caso de las variables representativas de la resistencia al corte (no consolidada, no drenada,  $C_{uu}$ ), consideradas en el estudio, los modelos de distribución de probabilidades seleccionados permiten estimar los percentiles deseados y, consecuentemente, cuantificar el riesgo adoptado y la incertidumbre asociada.

Los criterios de diseño basados en la confiabilidad, expresada en términos de probabilidad, tienen una importancia notable en los procesos de diseño geotécnico y la toma de decisiones.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ABC – Administradora Boliviana de Carreteras (2007). *Manual de Ensayos de Suelos y Materiales: Suelos.*

Grupo APIA XXI, La Paz.

Ameratunga, Sivakugan and Das (2016). *Correlations of Soil and Rock Properties in Geotechnical Engineering.* Springer, New Delhi.

- Ang and Tang (2007). *Probability Concepts in Engineering – Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering*. John Wiley & Sons, Inc., USA.
- Benítez Reynoso, A. y L.K. Soto (2022). Parámetros Estadísticos, Variabilidad y Modelos de Distribución de Probabilidades para las Propiedades Plásticas de los Suelos Finos Bolivianos. *Revista CienciaSur* Vol. 7, N° 9, pp. 23-31, UAJMS, Tarija.
- Benítez Reynoso, A. (2021). *Propiedades Geotécnicas y Mecánicas de los Suelos: Correlaciones y Modelos Matemáticos (Con Énfasis en los Suelos Bolivianos)*. Imprenta Integral S.R.L., Tarija.
- Benítez, A (2019). *Modelos Matemáticos Generales para la Predicción del CBR (California Bearing Ratio) en los Suelos Bolivianos*. *Revista Universitaria de Divulgación Científica “VENTANA CIENTÍFICA”*, Vol. 9 N° 15, pp. 9-24, junio, 2019, Tarija.
- Benítez, A. (2015). *Estimación de algunas propiedades geotécnicas de los suelos mediante análisis multivariado (regresión múltiple) y su utilidad en la Ingeniería Civil: Suelos Finos del Oriente Boliviano*. *Revista INGENIERÍA E INVESTIGACIÓN* (órgano oficial de la Sociedad de Ingenieros de Bolivia), N° 5, pp. 36-43. Depósito Legal: 4-3-10-14.
- Benítez, A. (2012). *Propiedades mecánicas de los suelos, correlaciones, modelos matemáticos e implicaciones en la ingeniería vial*. XVI Congreso Argentino de Vialidad y Tránsito, 22-26 de octubre, Córdoba.
- Benítez, A. (2010). *Modelos multivariados en la estimación de algunas propiedades mecánicas de los suelos y sus implicaciones en la ingeniería vial*. XX Congreso Argentino de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica (6 al 9 de octubre) publicación en CD e impresa (libro del Congreso) ISBN: 978-950-42-0129-8, Mendoza (Argentina).
- Benítez, A. (1997). *Modelos matemáticos para la estimación de propiedades mecánicas de los suelos y su aplicación al diseño de firmes*. Los suelos del valle Central de Tarija. *Revista Rutas*, No. 59 – II época, marzo-abril, pp. 73-78, Madrid, España.
- Benjamin and Cornell (1970). *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*. McGraw Hill, USA.
- Bunge, M. (2011). *La investigación científica*. Siglo Veintiuno Editores, México.

- Carter, M. y Bentley, S.P. (2016). *Soil properties and their Correlations*. John Wiley & Sons, Inc., UK.
- Das, B. (2019). *Advanced Soil Mechanics*. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL.
- Das and Sobhan (2018). *Principles of Geotechnical Engineering*. Cengage Learning, Boston, MA.
- Germaine, J. and A. Germaine (2009). *Geotechnical Laboratory Measurements for Engineers*. John Wiley & Sons, Inc., USA.
- Gutierrez, R. (1996). *Introducción al método científico*. Esfinge, México.
- Haan, C. T., 1982. *Statistical Methods in Hydrology*. The Iowa State University Press. Iowa, USA.
- Mendenhall, W. y Sincich, T., 1997. *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Prentice Hall. México.
- Phoon, K.K. & Retiev, J.V. – Editors (2016). *Reliability of Geotechnical Structures in ISO2394*. CRC Press, USA.
- Statpoint Technologies, Inc. (2017). *Statgraphics Centurion 18 User Manual*. USA.
- Walpole, Myers y Myers (2012). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Pearson, México.